

Альтернативные возможности для собственных значений уравнения (3) заключаются в выборе граничных условий для уравнения (4). Если использовать «условие квантования» $\Phi(0) = \Phi(2\pi)$ (условие периодичности $\Phi(\varphi)$), то получим $\sqrt{\mu - \frac{1}{4}} = m$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Подставив это значение $\sqrt{\mu - \frac{1}{4}}$ в уравнение (11), будем иметь: $\nu = l(l+1)$, где $l = n_3 + |m|$. Эти собственные значения совпадают с точными для уравнений (1), (3).

Однако граничные условия для уравнения (4) можно выбрать согласно требованиям 1), 2) п. 2, т. е. допустим, что осциллирующее решение $a \cos\left(\sqrt{\mu - \frac{1}{4}}\varphi + \delta\right)$ уравнения (3) на интервале $[0, \pi]$ непрерывно переходит в точках $\varphi_1=0, \varphi_2=\pi$ в экспоненциально затухающие решения уравнения $\Phi'' - \left(\mu - \frac{1}{4}\right)\Phi = 0$ вне интервала $[0, \pi]$. В этом

случае условие непрерывности (8) имеет вид $\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sqrt{\mu - \frac{1}{4}} d\varphi = \pi\left(m + \frac{1}{2}\right)$, откуда $\sqrt{\mu - \frac{1}{4}} = m + \frac{1}{2}$. Подставив это значение $\sqrt{\mu - \frac{1}{4}}$ в уравнение (11), будем иметь

$$\nu = j(j+1), \quad (12)$$

где $j = l + \frac{1}{2}$.

В квантовой механике уравнение (1) определяет собственные значения оператора углового момента: $\nu = l(l+1)$, где l — орбитальное квантовое число. Тогда $j = l + \frac{1}{2}$ — квантовое число полного углового момента, а $1/2$ — спиновое квантовое число; j — всегда полуцелое число.

если $i < j$, $x_i = 1$, $x_j = 0$ и $f(x) = 0$, то $f(x + e_j - e_i) = 0$, (1)
где e_k — k -й единичный орт.

Предложение 1. Регулярная булева функция f удовлетворяет условию: если $i < j$, $x_i = 0$, $x_j = 1$ и $f(x) = 1$, то $f(x + e_i - e_j) = 1$.

Зададим на множестве точек слоя F_j частичный порядок $<$ следующим образом: $x < y$, $x, y \in F_j$, если $z(x) \geq z(y)$, где $z(a) = (z_1(a), z_2(a), \dots, z_j(a))$ — вектор, i -я координата которого равна номеру координаты i -й единицы вектора $a \in E^n$.

Предложение 2. Если $x < y$, $x, y \in F_j$, то для регулярной булевой функции f выполняется $f(x) \leq f(y)$, т. е. регулярная функция f обладает свойством монотонности на слое F_j относительно порядка $<$.

Доказательство. Достаточно показать, что если $x < y$, $x, y \in F_j$ и $f(y) = 0$, то $f(x) = 0$. Из определения $z(x) \geq z(y)$. Следовательно, существует цепочка транспозиций вида (1) координат вектора y , приводящая к вектору x , т. е. $f(x) = 0$.

Исследуем структуру частично упорядоченного множества $(F_j, <)$. Будем рассматривать вместо $(F_j, <)$ изоморфное ему частично упорядоченное множество $D(F_j)$, где $D(F_j) = \{z(x) | x \in F_j\}$. Очевидно, что $D(F_j)$