Правая часть равенства (7) является непрерывной, поэтому процесс (φ_t') является также непрерывным при $t \geqslant 0$.

Для любого фиксированного $T > 0$ процессы (φ_t^n, W_t^0) $(t \leqslant T)$ являются измеримыми относительно σ-алгебры F_T^0, а приращения процесса (W_s^0) после момента времени T не зависят от F_T^0. Следовательно, процессы (φ_t^n, W_t^0) $(t \leqslant T)$ не зависят от приращений процесса (W_s^0) после момента T. В силу того, что процессы (φ_t^n, W_t^0) $n = 1, 2, \ldots$ сходятся при $n \to \infty$ слабо к процессу (φ_t', W_t'), последнее имеет место и для предельного процесса, т. е. процесс (φ_t', W_t') $(t \leqslant T)$ не зависит от приращений процесса (W_s') после момента времени T. Таким образом, процесс W' является винеровским относительно пополненного потока σ-алгебр $F_t' = \sigma(\varphi_s', W_s';\ 0 \leqslant s \leqslant t)$, $t \geqslant 0$, а процесс φ' согласован с этим потоком. Кроме того, решение $(\varphi', \mathbf{F}')$ удовлетворяет и условию 3) определения 2, так как (см. [5, теорема 3])

$$\lim_{t\to\infty} \int_0^t a^{-2}(\varphi_s', W_{s_1}' + x)\, ds \geqslant \lim_{t\to\infty} \int_0^t z(W_s' + x)\, ds = \infty.$$

Таким образом, процесс $\varphi' = (\varphi_t')_{t \geqslant 0}$ является заменой времени.

Теорема доказана.

Список литературы

1. Липцер Р. Ш., Ширяев А. Н. Теория мартингалов. М., 1986.
2. Ватанабэ С., Икэда Н. Стохастические дифференциальные уравнения и диффузионные процессы. М., 1986.
3. Yershov M. P. // Lecture Notes in Mathematics. 1973. V. 330. P. 527.
4. Watanabe S. // Appl. Math. Optim. 1975. V. 2. № 1. P. 90.
5. Engelbert H.-J., Schmidt W. // Lecture Notes in Control and Information Sciences. 1981. V. 36. P. 47.

Поступила в редакцию 08.10.87.

УДК 519.1

М. М. КОВАЛЕВ, НГУЕН НГИА

ПОРЯДКОВО-ВЫПУКЛЫЕ РАЗЛОЖЕНИЯ ФУНКЦИЙ НА ЦЕЛОЧИСЛЕННОЙ РЕШЕТКЕ

В последнее время в теории дискретной оптимизации интенсивно разрабатываются аналоги выпуклости, которые служат удобным инструментом для построения алгоритмов решения задач дискретной оптимизации и анализа их эффективности (библиографию см. в [1]). В [2] введено понятие порядково-выпуклой функции на частично упорядоченном множестве, удовлетворяющем условию Жордана — Дедекинда, исследованы общие свойства таких функций. Настоящая заметка, являясь продолжением указанной работы, содержит изложение свойства порядково-выпуклых функций на целочисленной решетке Z^n.

Напомним, что функция f: $Z^n \to R$ называется порядково-выпуклой, если

$$f(x + e_i) \geqslant \frac{1}{2}[f(x) + f(x + e_i + e_j)]\ \forall i,\ j = 1, \ldots, n;\ \forall x \in Z^n,$$

где e_i — i-й единичный вектор.

Приведем примеры порядково-выпуклых функций на Z^n:

1) $p(x) = -(x_1 + \ldots + x_n)^2$ на Z^n;

2) $q(x) = \dfrac{-1}{\sum_{i=1}^{n} x_i + 1}$ на Z_+^n.

Утверждение. Пусть f_1: $R \to R$ — неубывающая выпуклая функция; f_2: $Z^n \to R$ — порядково-выпуклая функция. Тогда функция f: $Z^n \to R$, определенная правилом $f(x) = f_1(f_2(x))$, порядково-выпуклая.

Доказательство. В силу порядковой выпуклости функции f_2 справедливо неравенство

$$f_2(x+e_i) \geqslant \frac{1}{2}[f(x)+f(x+e_i+e_j)], \ \forall i, \ j \in N, \ \forall x \in Z^n,$$

откуда из выпуклости и монотонности функции f_1 получаем:

$$f_1(f_2(x+e_i)) \geqslant f_1\left(\frac{1}{2}\left[f_2(x)+f_2(x+e_i+e_j)\right]\right) \geqslant$$
$$\geqslant \frac{1}{2}\left[f_1(f_2(x))+f_1(f_2(x+e_i+e_j))\right],$$

что означает порядково-выпуклость функции $f(x)$.

Из утверждения вытекает, что если $f_1: R \to R$ неубывающая выпуклая функция, то $f(x) = f_1\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)$ — порядково-выпуклая функция. Например, функция $f(x) = -\exp(-x_1 - \ldots - x_n)$ порядково-выпуклая на Z^n_+.

Правым и левым градиентами функции f будем называть следующие числа:

$$\Delta^+ f(x) = \max_{1 \leqslant i \leqslant n} \{f(x+e_i) - f(x)\};$$
$$\Delta^- f(x) = \max_{1 \leqslant i \leqslant n} \{f(x) - f(x-e_i)\}.$$

Теорема 1 [2]. Пусть f — порядково-выпуклая функция на Z^n. Тогда справедливы следующие утверждения:

$$1^\circ. \ f(y) \geqslant \frac{h(y, z)}{h(x, z)} f(x) + \frac{h(x, y)}{h(x, z)} f(z) \qquad (1)$$

для каждой тройки $x, y, z \in Z^n$ такой, что $x \leqslant y \leqslant z$. (Здесь $h(x, y)$ — функция расстояния на Z^n).

2°. На конечной подрешетке $Z^n_k = \{x \in Z^n_+ : x \leqslant k\}$ $f(x)$ является субмодулярной.

3°. Правый (левый) градиент является антитонной (изотонной) функцией на Z^n.

4°. Для каждой пары элементов $x, y \in Z^n$ таких, что $x \leqslant y$, справедливы неравенства:

$$-h(x, y)\Delta^- f(y) \leqslant f(y) - f(x) \leqslant h(x, y)\Delta^+ f(x).$$

Отметим, что неравенство (1) можно принять за определение порядково-выпуклой функции.

Функцию g: $Z^n \to R$ назовем сильно порядково-выпуклой с коэффициентом $\alpha > 0$, если

$$g(x+e_i) - \frac{1}{2}[g(x) + g(x+e_i+e_j)] \geqslant \alpha, \ \forall i, \ j \in N, \ \forall x \in Z^n.$$

Очевидно, что функция $p(x)$ из примера 1 является сильно порядково-выпуклой с коэффициентом $\alpha = 1$.

Теорема 2. Если f: $R^n \to R$ — ограниченная функция (существует такая константа L, что $|f(x)| \leqslant L$ для любого $x \in R^n$), то ее сужение на Z^n может быть представлено в виде разности двух порядково-выпуклых функций.

Доказательство. Пусть $g(x)$ — сильно порядково-выпуклая функция с коэффициентом α. Покажем, что требуемым представлением является следующее:

$f(x) = f_1(x) - f_2(x)$, где $f_1(x) = \frac{f(x)}{2} + \frac{L}{\alpha} g(x)$, $f_2(x) = -\frac{f(x)}{2} + \frac{L}{\alpha} \times g(x)$. Действительно, имеем:

$$f_1(x+e_i)-\frac{1}{2}[f_1(x)+f_1(x+e_i+e_j)]=\frac{f(x+e_i)}{2}+\frac{L}{\alpha}g(x+e_i)-$$
$$-\frac{1}{2}\left[\frac{f(x)}{2}+\frac{L}{\alpha}g(x)+\frac{L}{\alpha}g(x+e_i+e_j)+\frac{f(x+e_i+e_j)}{2}\right]=$$
$$=\frac{L}{\alpha}\left\{g(x+e_i)-\frac{1}{2}[g(x)+g(x+e_i+e_j)]\right\}+\frac{1}{2}\left\{f(x+e_i)-\right.$$
$$\left.-\frac{1}{2}[f(x)+f(x+e_i+e_j)]\right\}\geqslant\frac{L}{\alpha}\alpha+\frac{1}{2}(-L-L)=0,$$

т. е. $f_1(x)$ — порядково-выпуклая функция. Аналогично доказывается порядковая выпуклость функции $f_2(x)$.

Следствие 1. Если функция $f(x)$ может быть представлена в виде $f(x)=h(x)+\frac{2L}{\alpha}g(x)$, где $h(x)$ — ограниченная константой L функция и $g(x)$ — сильно порядково-выпуклая функция с коэффициентом α, то $f(x)$ — порядково-выпуклая функция.

Следствие 1 указывает еще один способ построения порядково-выпуклых функций. Например, функция $f(x)=\sum_{i=1}^{n}\sin x_i+2n\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2$ — порядково-выпуклая. Интересно отметить, что, если функция $f(x)$ является порядково-выпуклой на Z_+^n, она представима в виде суммы ограниченной и порядково-выпуклой функций: $f(x)=f_1(x)+f_2(x)$, где $f_1(x)=-q(x)$, $f_2(x)=f(x)+q(x)$ ($q(x)$ — функция, определенная в примере 2).

Следствие 2. Для любой функции f, определенной на конечном множестве Z_k^n, существует такая порядково-выпуклая функция $g(x)$, что $f(x)=$ $=f_1(x)+f_2(x)$, где $f_1(x)=\frac{f(x)}{2}+g(x)$ и $f_2(x)=\frac{f(x)}{2}-g(x)$, первая из которых порядково-выпуклая, а вторая — порядково-вогнутая.

Теорема 3. Пусть $f\colon R^n\to R$ — функция, удовлетворяющая условию Липшица т. е.

$$f(x)-f(y)\leqslant L\|x-y\|,\ \forall\, x,y\in R^n.$$

Тогда ее сужение на Z^n может быть представлено в виде разности двух порядково-выпуклых функций.

Доказательство. Пусть $g(x)$ — некоторая сильно порядково-выпуклая функция с коэффициентом α. Нетрудно убедиться, что таким представлением является $f(x)=f_1(x)-f_2(x)$, где

$$f_1(x)=\frac{f(x)}{2}+\frac{L}{2\alpha}g(x)\ \text{ и }\ f_2(x)=-\frac{f(x)}{2}+\frac{L}{2\alpha}g(x).$$

Разложение $f(x)=f_1(x)+f_2(x)$ будем называть регулярным, если для функции $g(x)$ выполняются условия $g(x+e_i)-g(x)=\text{const}$ и $g(x-e_i)-g(x)=\text{const}$ для любого $i\in N$.

Нетрудно видеть, что, если в качестве функции $g(x)$ в доказательствах теорем 2 и 3 возьмем функцию $p(x)$, получим регулярные разложения функции $f(x)$.

Перейдем к формулировке условий локального максимума (сравни с [2]).

Теорема 4. Пусть $f(x)=f_1(x)+f_2(x)$ — разложение целевой функции задачи $\max\{f(x)\colon x\in Z_k^n\}$. Тогда для того чтобы x^0 являлся порядковым максимумом, достаточно, а в случае регулярности разложения и необходимо, выполнение неравенств:

$$\Delta^+f_2(x^0)-\Delta^-f_1(x^0+e_i)\leqslant 0,$$
$$\Delta^-f_2(x^0)-\Delta^+f_1(x^0-e_i)\leqslant 0$$

для любого $i\in N$.

Список литературы

1. Ковалев М. М. Матроиды в дискретной оптимизации. Минск, 1987.
2. Ковалев М. М., Миланов П. Б. // Докл. АН БССР. 1980. Т. 24. № 9. С. 784.

Поступила в редакцию 13.03.87.

УДК 801.73:681.3

Н. К. РУБАШКО, И. В. СОВПЕЛЬ

АВТОМАТИЧЕСКИЙ КОНТРОЛЬ ТЕКСТОВ ЕСТЕСТВЕННЫХ ЯЗЫКОВ. II

В первой части работы [1] в виде условия (*) дано формальное определение основных типов текстовых ошибок, возникающих в линии ЕЯ коммуникации. В качестве начальных условий решаемой задачи АКД нами рассматриваются следующие:

задан эталонный словарь D;

в каждом слове $Y \in T_0$ возможна только одна, независимо от типа, ошибка;

абсолютно одна и та же ошибка для равных слов из T_0 возможна только один раз.

Для $Y_i \in T_1$, $i = \overline{1, n}$ обозначим: $X^{(i)} = \{X_\xi^{(i)}\}$, $\xi = \overline{1, r_i}$ — множество всех значимых слов языка L, попарно с Y_i удовлетворяющих условию (*), включая и Y_i, если Y_i — значимое слово.

Обозначим: $\lambda(Y_i)$ — частота Y_i в T_1.

Пусть Y_i, $Y_j \in T_1$. Число $r = |i - j| - 1$ назовем **расстоянием** между Y_i и Y_j в T_1, обозначим $r(Y_i, Y_j)$.

Общий алгоритм обнаружения и исправления ошибок для каждого слова $Y \in T_1$ может быть описан следующим образом.

Шаг 1. Начало.

Шаг 2. Если $Y_i \in D$, то перейти к следующему шагу, иначе — к шагу 5.

Шаг 3. Если $|X^{(i)}| = 1$, то перейти к следующему шагу, иначе — к шагу 12.

Шаг 4. Считать Y_i «правильным» словом и перейти к шагу 13.

Шаг 5. Если $\lambda(Y_i) = 1$, то считать Y_i ошибочным словом и перейти к следующему шагу, иначе — к шагу 10.

Шаг 6. Если $|X^{(i)}| = 0$, то перейти к следующему шагу, иначе — к шагу 8.

Шаг 7. Считать Y_i словом с «грубой» ошибкой и перейти к шагу 13.

Шаг 8. Если $|X^{(i)}| = 1$, то перейти к следующему шагу, иначе — к шагу 11.

Шаг 9. Положить $Y_i = X_1^{(i)}$ и перейти к шагу 13.

Шаг 10. Считать Y_i «новым и правильным» словом и перейти к шагу 13.

Шаг 11. Выбрать из $X^{(i)}$ такое $X_\xi^{(i)}$, которое удовлетворяет S_1 и S_2 и положить $Y_i = X_\xi^{(i)}$. Перейти к шагу 13.

Шаг 12. Если в T_1 не существует Y_j такое, что $r(Y_i, Y_j) \leqslant 4$ и Y_j было обработано как ошибочное слово, то перейти к шагу 11, иначе — к шагу 4.

Шаг 13. Конец.

Замечание. При реализации алгоритма переход к шагу 12 осуществляется после того, как обработаны по остальным условиям все слова $Y_j \in T_1$ такие, что $r(Y_i, Y_j) \leqslant 4$. Оказалось, что если ошибки составляют примерно 0,55 % общего числа слов, то около 40 % из них — ошибки, приводящие к значимым словам. Учитывая это и то, что ошибки