

кристалл, можно было в соответствии с (4) определить скорость изменения оптической длины кристалла, а следовательно, и резонатора лазера.

Измерения величины  $\overline{E_{\min}}/\overline{E_{\max}}$  проводились следующим образом. Излучение лазера пропускалось через поляризатор и регистрировалось ФЭУ. Вращением поляризатора вокруг оси луча устанавливались минимальное и максимальное значения сигнала на выходе ФЭУ, отношение которых давало квадрат искомой величины.

На рис. 3 изображены экспериментальные зависимости величины дополнительных потерь резонатора от скорости изменения его оптической длины. Как упоминалось, экспериментальная установка позволяла производить как модуляцию фазы и поляризации одновременно, так и чисто фазовую модуляцию излучения внутри резонатора. Сопоставление кривых рис. 3 позволяет сделать вывод, что, хотя дополнительные потери, вносимые в лазерный резонатор при одновременной модуляции фазы и поляризации, больше, чем дополнительные потери при чисто фазовой модуляции излучения, те и другие, тем не менее, являются величинами одного порядка. Это подтверждает вывод, что для управления параметрами генерации лазера можно успешно использовать не только модуляцию поляризации [3], но и модуляцию фазы [1].

Таким образом, полученные результаты позволили оценить дополнительные потери для резонатора газового лазера, возникающие при скорости изменения его оптической длины:  $d\Delta n/dt \sim 0,1-0,2$  м/с, что качественно согласуется с результатами расчета, полученными на основании формул работы [1] при использовании исходных данных, близких к реализуемым в условиях опытов. В принципе возможно достижение много больших скоростей  $d\Delta n/dt$ , при этом, исходя из полученных экспериментальных данных, следует ожидать увеличения эффективности использования фазовых методов для управления параметрами генерируемого излучения.

### Список литературы

1. Войтович А. П. // Докл. АН БССР. 1983. Т. 27. № 9. С. 798.
2. Войтович А. П., Овсячук С. И., Рунец Л. П. 1984. Т. 28. № 10. С. 883.
3. Мустель Е. Р., Парыгин В. Н. Методы модуляции и сканирования света. М., 1970.
4. Войтович А. П., Кацев И. Л. // ЖПС. 1965. Т. 3. Вып. 1. С. 38.
5. Ландсберг Г. С. Оптика. М., 1976.

Поступила в редакцию 17.11.87.

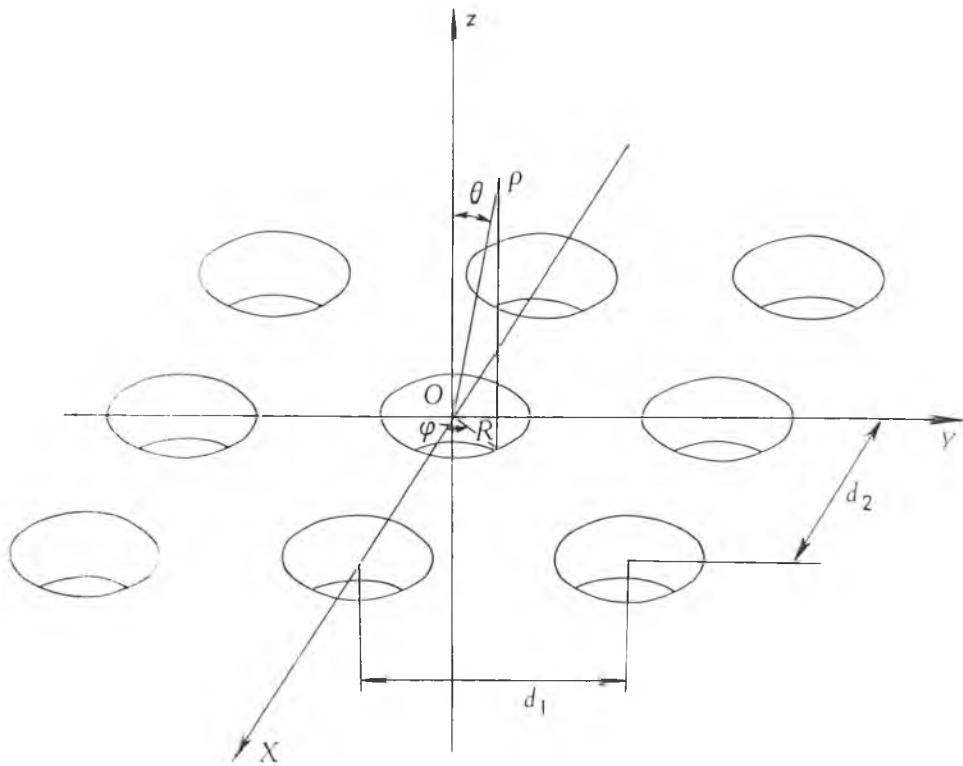
УДК 621.396.677

В. А. СЕМЕНЕНЯ

### ЗАДАЧА ИЗЛУЧЕНИЯ ФАР КРУГЛЫХ ВОЛНОВОДОВ

В настоящее время большое внимание уделяется исследованию фазированных антенных решеток (ФАР), использующих в качестве излучателей открытый конец круглого волновода [1, 2]. Такие ФАР расширяют возможность реализации требуемых характеристик и отличаются простотой в изготовлении.

Постановка задачи. Рассматриваемая модель ФАР представляет собой плоскую бесконечную двумерную периодическую структуру из идентичных излучателей, расположенных в узлах прямоугольной сетки с периодами  $d_1$  по оси  $X$  и  $d_2$  по оси  $Y$  (см. рисунок). В качестве излучателя ФАР используется раскрыв круглого волновода с радиусом  $R$ , который выбирается так, чтобы в волноводе распространялась волна только основного типа. Возбуждение антенной решетки осуществляется системой падающих волн в волноводах, соответствующих режиму ФАР, когда ам-



Геометрия задачи

плитуды волн равны, а фазы изменяются линейно от излучателя к излучателю. Учитывая характер возбуждения и периодичность бесконечной структуры, в соответствии с теоремой Флоке, решение граничной задачи с периодическими граничными условиями можно записать для единичной ячейки антенной решетки, и для расчета электродинамических характеристик ФАР достаточно установить распределение излучающих токов в пределах ячейки. За известные величины будем считать падающие поля в волноводах-излучателях, геометрические размеры излучателя и их расположение.

Найдем электрические составляющие электромагнитного поля в раскрывах волноводов (магнитные токи). Излучающие отверстия волноводов, в соответствии с теоремой эквивалентности, представим круглыми листками магнитного тока на металлической плоскости, размеры которых совпадают с размерами круглого раскрыва волновода. Поверхностная плотность магнитного тока определяется электрической составляющей электромагнитного поля в раскрыве волновода по формуле:

$$\vec{J}_m = [\vec{E} \times \vec{n}], \quad (1)$$

где  $\vec{n}$  — внешняя нормаль.

Для определения неизвестных токов применяем метод интегрального уравнения, причем периодичность структуры возбуждения и граничных условий позволяет получить периодическое решение для единичной ячейки ФАР. Для составления интегрального уравнения относительно неизвестных токов используем условие непрерывности тангенциальной составляющей магнитного поля в раскрыве волновода, при этом учитываем влияние проводящего экрана, над которым расположены излучающие магнитные токи.

Интегральное уравнение относительно неизвестных токов запишем в следующем виде:

$$H_r^{\text{внеш}}(2J_r^M) - H_r^{\text{внеш}}(2J_\varphi^M) = H_r^{\text{внут}}(-2J_r^M) - H_r^{\text{внут}}(-2J_\varphi^M) = H^{\text{внут. пад}}, \quad (2)$$

где  $H_r^{\text{внеш}}(2J_r^M)$ ,  $H_r^{\text{внеш}}(2J_\varphi^M)$  —  $r$ -составляющие магнитного поля, образованные всеми магнитными токами над проводящим экраном;  $H_r^{\text{внут}}(-2J_r^M)$ ,  $H_r^{\text{внут}}(-2J_\varphi^M)$  —  $r$ -составляющие магнитного поля, образованные всеми магнитными токами, излучающими внутрь волновода;  $H^{\text{внут. пад}}$  —  $r$ -составляющая известного возбуждающего поля в волноводе.

Для записи в явном виде составляющих электромагнитного поля, входящих в уравнение (2), используем соотношения, связывающие векторы поля и электродинамические векторные потенциалы [4]. Векторный потенциал представляет интеграл действия токов на данную точку:

$$\vec{A}^M(p) = \int_{S_B} \vec{J}^M(q) G(p, q) dS_B, \quad (3)$$

где  $\vec{J}^M(q)$  — поверхностная плотность магнитного тока;  $S_B$  — излучающая поверхность раскрытия волновода.

Функция Грина  $G(p, q)$  записывается в виде суммы по пространственным гармоникам Флоке [3]:

$$G(p, q) = \frac{1}{2i d_1 d_2} \sum_{\nu} \sum_{\mu} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\gamma_{\nu\mu}} J_n(\kappa r_q) H_n^{(2)}(\kappa r_p) \exp[-in(\varphi_p - \varphi_q) - \gamma_{\nu\mu}|z_p - z_q|],$$

$$\kappa_1 = \frac{\alpha_1}{d_1}, \quad \alpha_\nu = \zeta - 2\pi\nu, \quad \zeta = k_0 d_1 \sin \theta \cos \varphi, \quad (4)$$

$$\kappa_2 = \frac{\beta_\mu}{d_2}, \quad \beta_\mu = \eta - 2\pi\mu, \quad \eta = k_0 d_2 \sin \theta \sin \varphi,$$

$$\gamma_{\nu\mu} = \sqrt{\kappa^2 - k_0^2}, \quad \kappa^2 = \kappa_1^2 + \kappa_2^2, \quad k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Выражения, входящие в правую часть уравнения (2), определим при решении внутренней задачи, которое проведем в два этапа: первый — излучение круглого листка магнитного тока из закороченного (в пл.  $z=0$ ) волновода; второй — возбуждение закороченного (в пл.  $z=0$ ) волновода известным падающим полем (волной магнитного типа  $H_{11}$ ). Поле будем искать в виде наложения электрических и магнитных волн, являющихся решением неоднородных волновых уравнений, где продольные составляющие напряженности электрического и магнитного поля записываются в ряд Фурье по собственным типам волн поперечного сечения круглого волновода [4]. После проведения преобразований, учитывая связь продольных и поперечных составляющих электромагнитного поля, получаем выражения:

$$H_r^{\text{внут}}(r_p, \varphi_p) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} J_n(\chi_m r_p) e^{-in\varphi_p} \tilde{h}_{rnm}^{\text{внут}} T_{nm} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} J'_n(\chi_l r_p) e^{-in\varphi_p} \tilde{h}_{rnl}^{\text{внут}} T_{nl}, \quad (5)$$

где при записи (5) использованы следующие обозначения:

$$\tilde{h}_{rnm}^{\text{внут}} = \frac{\omega \epsilon_a n}{2\pi R J_n'^2(\chi_m R) \chi_m \gamma_{nm} r_p}, \quad (6)$$

$$\tilde{H}_{nl}^{\text{внут}} = \frac{i}{\omega \mu_a' 2\pi R^2 \left(1 - \frac{n^2}{\chi_l^2 R^2}\right) J_n^2(\chi_l R) \chi_l}, \quad (7)$$

$$T_{nm} = \int_{\varphi_q=0}^{2\pi} \int_{r_q=0}^R \left[ (-J_q^M) \chi_m J_n'(\chi_m r_q) - \frac{in}{r_q} J_n(\chi_m r_q) (-J_r^M) \right] \times \\ \times e^{in\varphi_q} r_q dr_q d\varphi_q, \quad (8)$$

$$T_{nl} = \int_{\varphi_q=0}^{2\pi} \int_{r_q=0}^R \left[ (-J_q^M) \frac{in}{r_q} J_n(\chi_l r_q) + \chi_l J_n'(\chi_l r_q) (-J_r^M) \right] e^{in\varphi_q} r_q dr_q d\varphi_q. \quad (9)$$

Запишем  $r$  — компоненту магнитной составляющей поля в плоскости  $z=0$ , входящую в интегральное уравнение (2):

$$H_r^{\text{внут,пад}}(r_p, \varphi_p)|_{z=0} = -\frac{E_0}{W_{11}^0} J_1'(\chi_{11} r_p) \sin \varphi_p, \quad (10)$$

где  $E_0$  — известная амплитуда электрической составляющей возбуждающего поля типа  $H_{11}$  в волноводе;  $W_{11}^0$  — волновое сопротивление, определяемое по формуле:

$$W_{11}^0 = \frac{120 \pi}{V \sqrt{1 - \left(\frac{\chi_{11}}{k_0}\right)^2}}, \quad Y_{11} = V \sqrt{k_0^2 - \chi_{11}^2}. \quad (11)-(12)$$

Для решения интегрального уравнения (2) используем метод Галеркина. Базисные функции в этом методе определяют вид выражений, описывающих взаимодействие магнитных и электрических токов. Поскольку выражение (3) содержит двойное интегрирование по поверхности излучателя от произведения тока и функции Грина, то выбор базисных функций определяет как возможность аналитического вычисления, так и точность полученных результатов. Представим искомые токи, входящие в интегральное уравнение (2), в виде разложения в ряд по системе базисных функций:

$$J_r^M(q) = \sum_{s'=1}^S I_{rs'} \hat{f}_{rs'}(r_q, \varphi_q) \delta(z_q - 0), \\ J_\varphi^M(q) = \sum_{t'=1}^T I_{\varphi t'} \hat{f}_{\varphi t'}(r_q, \varphi_q) \delta(z_q - 0), \quad (13)$$

где  $I_{rs'}$ ,  $I_{\varphi t'}$  — неизвестные амплитуды;  $\hat{f}_{rs'}$ ,  $\hat{f}_{\varphi t'}$  — базисные функции;  $S, T$  — число базисных функций.

В качестве базисных функций, аппроксимирующих магнитный ток, используем собственные функции круглого волновода:

$$\hat{f}_{r1}(r_q, \varphi_q) = J_1'(\chi_{11} r_q) r_q \cos \varphi_q, \\ \hat{f}_{r2}(r_q, \varphi_q) = J_2'(\chi_{21} r_q) r_q \cos \varphi_q, \quad (14)$$

$$\hat{f}_{r3}(r_q, \varphi_q) = J_3'(\chi_{31} r_q) r_q \cos \varphi_q, \\ \hat{f}_{\varphi 1}(r_q, \varphi_q) = J_1(\chi_{11} r_q) r_q \sin \varphi_q, \\ \hat{f}_{\varphi 2}(r_q, \varphi_q) = J_2(\chi_{21} r_q) r_q \sin \varphi_q, \quad (15) \\ \hat{f}_{\varphi 3}(r_q, \varphi_q) = J_3(\chi_{31} r_q) r_q \sin \varphi_q,$$

где  $J_1(x)$ ,  $J_2(x)$ ,  $J_3(x)$ ,  $J_1'(x)$ ,  $J_2'(x)$ ,  $J_3'(x)$  — функции Бесселя первого, второго и третьего порядка и их производные.

Отметим, что так как все базисные функции непрерывны в области существования решения, то решение задачи определения тока ищется

в классе непрерывных функций. Вид базисных функций определяется и граничными условиями, которым должны удовлетворять некоторые токи.

Для построения алгоритма численного решения приравниваем проекции левой и правой частей каждого уравнения системы на пространство базисных функций и получаем систему алгебраических уравнений относительно неизвестных амплитуд токовых гармоник, решение которой осуществляется на ЭВМ:

$$\sum_{s'=1}^3 I_{rs'} Y_{ss'}(\xi, \eta) + \sum_{t'=1}^3 I_{qt'} Y_{st'}(\xi, \eta) = - \sum_{s'=1}^3 I_{rs'} Y_{st's'} + \sum_{t'=1}^3 I_{qt'} \bar{Y}_{t't'} + U^{\text{возб}} \delta_{1s}, \quad s = 1, 2, 3, \quad (16)$$

$\delta_{1s}$  — символ Кронекера,  $\delta_{1s} = \begin{cases} 1, & \text{при } s = 1 \\ 0, & \text{при } s \neq 1 \end{cases}$ , где коэффициенты, стоящие

при неизвестных амплитудах, представляют проводимости взаимной связи между гармониками токов, которые записываются в виде двойных интегралов по области, занимаемой источниками, например, проводимость между гармониками магнитных токов запишется в виде:

$$Y_{ss'}(\xi, \eta) = \frac{(d_1 d_2 R)^{-1}}{i \omega \mu_a} \left[ \int_{\varphi_p=0}^{2\pi} \int_{r_p=0}^R \left( k_0^2 + \frac{\partial}{\partial r_p} \left( \frac{1}{r_p} \cdot \frac{\partial}{\partial r_p} r_p \right) \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{r_p} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi_p} \right) \hat{f}_{rs}(p) \int_{\varphi_q=0}^{2\pi} \int_{r_q=0}^R \hat{f}_{rs'}(q) G(p, q) r_q dz_q d\varphi_q r_p dr_p d\varphi_p \right]. \quad (17)$$

Таким образом, решение задачи излучения ФАР круглых волноводов сведено к решению системы алгебраических уравнений относительно неизвестных амплитуд токовых гармоник (16) и получен явный вид всех выражений, входящих в эту систему.

Автор признателен С. А. Войнову за помощь в постановке задачи.

### Список литературы

1. Старк Л. // Теория фазированных антенных решеток СВЧ-диапазона: Обзор. ТИИЭР. 1974. Т. 62. № 12. С. 55.
2. Амтей Н., Галиндо В., Ву Ч. Теория и анализ фазированных антенных решеток / Пер. с англ.: Ред. А. Ф. Чаплин. М., 1974.
3. Васильев Е. Н. Возбуждение тел вращения. М., 1987.
4. Марков Г. Т., Чаплин А. Ф. Возбуждение электромагнитных волн. М., 1983.

Поступила в редакцию 12.09.88.

УДК 535.375.55

ЛЕ ТХАНЬ ХОАХ, А. И. СЕРАФИМОВИЧ,  
Т. Н. ТИМОЩЕНКО, Е. Ф. ТИТКОВ

### ОБ ОТНЕСЕНИИ КОЛЕБАНИЙ В ОБЛАСТИ 200 см<sup>-1</sup> В КОМПЛЕКСНЫХ СОЕДИНЕНИЯХ УРАНИЛА

Отождествление фундаментальных частот в колебательных спектрах комплексных соединений уранила имеет большое значение как при спектроскопическом изучении молекулярной динамики этих соединений, так и при исследовании возможностей управления химическими процессами. Особую трудность отнесения полос поглощения и комбинационного рассеяния комплексных соединений уранила (нет достаточно точных крите-