

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

О.Н. Здрок
« 30 » 2020 г.

Регистрационный № УД-8966 /уч.

КОМПЬЮТЕРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:

1-31 80 03 Математика и компьютерные науки

профилизация Математика

2020 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 80 03 -2019 и учебных планов №№ G31-017/уч., G31з-018/уч., утвержденных 11.04.2019.

СОСТАВИТЕЛЬ:

Сергей Гаврилович Кононов – доцент кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТ:

Геннадий Васильевич Матвеев – доцент кафедры высшей математики факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой геометрии, топологии и методики преподавания математики (протокол № 11 от 14.05.2020)

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 5 от 17.06.2020)

Зав. кафедрой геометрии, топологии
и методики преподавания математики



Д.Ф. Базылев

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 80 03 -2019 и учебных планов №№ G31-017/уч., G31з-018/уч., утвержденных 11.04.2019.

СОСТАВИТЕЛЬ:

Сергей Гаврилович Кононов – доцент кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТ:

Геннадий Васильевич Матвеев – доцент кафедры высшей математики факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой геометрии, топологии и методики преподавания математики
(протокол № 11 от 14.05.2020)

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета
(протокол № 5 от 17.06.2020)

Зав. кафедрой геометрии, топологии
и методики преподавания математики

Д.Ф. Базылев

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

В процессе изучения дисциплины учащиеся значительно расширяют объем геометрических знаний, знакомятся с современными математическими теориями, разработанными для решения научных и прикладных задач в области аппроксимации кривых и поверхностей. Изучаемые понятия, теоремы и алгоритмы используются также в производстве, в частности, кривые и поверхности Безье были разработаны для автоматизации проектирования автомобилей.

Цели и задачи учебной дисциплины

Основными целями дисциплины *«Компьютерная геометрия»* являются:

- знакомство с основными типами кусочно-полиномиальных сплайнов, используемых при аппроксимации сложных линий и поверхностей;
- изучение кривых и поверхностей Безье, а также рациональных кривых и поверхностей Безье и их применение в компьютерной геометрии;
- освоение теории, используемой при построении В-сплайнов и В-кривых, также их применение в задачах интерполяции и аппроксимации геометрических объектов.

Для достижения этих целей решаются следующие задачи:

- объясняется важная роль сплайнов в современной прикладной математики, в частности при визуализации сложных изображений в компьютерной геометрии;
- приводятся примеры основных кусочно-полиномиальных сплайнов, используемых при приближении кривых, проводится их сравнительный анализ;
- излагается теория кривых и поверхностей Безье, а также теория В-сплайнов; приводятся примеры и даются задания для самостоятельной работы с использованием системы Mathematica.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием (магистра).

Учебная дисциплина относится к модулю 2 "Алгебра и геометрия" компонента учреждения высшего образования.

Связи с другими учебными дисциплинами. Учебная дисциплина *«Компьютерная геометрия»* связана с обязательными учебными дисциплинами «Аналитическая геометрия», «Дифференциальная геометрия и топология» компонента учреждения высшего образования, а также с дисциплиной специализации «Математические основы компьютерной геометрии».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Компьютерная геометрия» должно обеспечить формирование следующих **специализированных компетенций**:

СК-6. Быть способным применять актуальные методы геометрии и алгебры в математических моделях.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен:

знать:

- основные типы кусочно-полиномиальных сплайнов;
- формулы и алгоритмы, используемые при построении кривых и поверхностей Безье, а также их рациональных аналогов;
- формулы Кокса-Де Бура для построения В-сплайнов, их свойства и применение.

уметь:

- строить кубические сплайны, сплайны Эрмита и Лагранжа по заданным последовательностям опорных точек;
- находить дифференциально-геометрические характеристики кривых и поверхностей Безье и их рациональных аналогов;
- делить кривые и поверхности Безье на части в их произвольной точке без изменения их носителей;
- добавлять дополнительные опорные точки для кривых и поверхностей Безье без изменения их носителей;

владеть:

- понятиями и теоремами алгебры, топологии, математического анализа, теории дифференциальных уравнений при доказательстве основных результатов и решении задач интерполяции и аппроксимации геометрических объектов с помощью кусочно-полиномиальных сплайнов, кривых и поверхностей Безье и В-сплайнов;
- навыками программирования и пакетами компьютерных программ, необходимых для решения простейших задач компьютерной геометрии

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 3-м семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Компьютерная геометрия» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 198 часов, в том числе 72 аудиторных часа, из них: лекции – 36 часов, лабораторные занятия – 36 часов;

– для заочной формы получения высшего образования – 198 часов, в том числе 16 аудиторных часов, из них: лекции – 8 часов, лабораторные занятия – 8 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

Форма текущей аттестации по учебной дисциплине – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Одномерные сплайны

Тема 1.1. Основные характеристики одномерных сплайнов.

Понятие сплайна. Опорные точки и узлы сплайна. Опорная ломаная. Кусочно-полиномиальные сплайны. Степень и дефект сплайна.

Тема 1.2. Сплайны Эрмита.

Постановка задачи и основная теорема. Построение сплайнов Эрмита. Формулы для значений векторов касательных в промежуточных опорных точках. Псевдоупругие сплайны Эрмита.

Тема 1.3. Кубические сплайны.

Постановка задачи и построение кубического сплайна. Системы уравнений для определения вторых производных в узлах сплайна. Граничные условия.

Тема 1.4. Сплайны Лагранжа и Ньютона.

Интерполяционный многочлен Лагранжа. Сплайн Ньютона как модификация сплайна Лагранжа, удобная в вычислениях при добавлении новых опорных точек.

Раздел 2. Кривые и поверхности Безье

Тема 2.1. Кривые Безье.

Постановка задачи. Многочлены Бернштейна. Определение кривой Безье и ее основные свойства. Алгоритм де Кастельджо построения кривой Безье. Операторная форма кривой Безье. Годограф кривой Безье. Дифференциально-геометрические характеристики в крайних точках кривой Безье.

Тема 2.2. Перестроения кривой Безье.

Разбиение кривой Безье порядка n в промежуточной точке на две кривые Безье порядка n без изменения ее формы. Увеличение числа опорных точек кривой Безье без изменения ее формы.

Тема 2.3. Поверхности Безье.

Матрица опорных точек и определение поверхности Безье. Четырехугольный лист Безье. Дифференциально-геометрические характеристики в угловых точках. Разбиение поверхности Безье в ее внутренней точке на четыре поверхности Безье такого же порядка. Увеличение размеров матрицы опорных точек поверхности Безье без изменения ее формы.

Тема 2.4. Рациональные (проективные) кривые и поверхности Безье.

Операция рационального деления отрезка. Геометрическая интерпретация. Определение рациональной кривой Безье и ее основные свойства. Проективный подход к построению рациональной кривой Безье. Деление рациональной кривой Безье. Увеличение числа опорных точек

рациональной кривой Безье без изменения ее формы. Производные на концах рациональной кривой Безье. Рациональные поверхности Безье.

Раздел 3. В-сплайны (Бэ́та-сплайны)

Тема 3.1. Разделенные разности

Понятие разделенных разностей гладкой функции. Основные свойства разделенных разностей. Вычисление разделенных разностей в случаях попарно различных и совпадающих узлов. Усеченная степенная функция и ее разделенные разности

Тема 3.2. В-сплайны, В-кривые, В-поверхности

Понятие нормированного и ненормированного В-сплайна m -го порядка. Рекуррентные соотношения для В-сплайнов (формула Кокса – Де Бура). Основные свойства В-сплайнов. В-кривая и алгоритмы вычисления ее радиус-вектора. Дифференциально-геометрические характеристики В-кривой. В-кривые как обобщения ранее изученных сплайнов. В-поверхности.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов						Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное	Количество часов УСР	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	Одномерные сплайны	12			8			
1.1.	Основные характеристики одномерных сплайнов	2			1			Отчеты
1.2.	Сплайны Эрмита	4			3			Отчеты
1.3.	Кубические сплайны	4			2			Отчеты
1.4.	Сплайны Лагранжа и Ньютона	2			2			Отчеты
2.	Кривые и поверхности Безье	16			18			
2.1.	Кривые Безье	4			6			Компьютерные программы
2.2.	Перестроения кривых Безье	4			5			Компьютерные программы
2.3.	Поверхности Безье	4			2			Отчеты
2.4.	Рациональные (проективные) кривые и поверхности Безье	4			5			Компьютерные программы
3.	В-сплайны (Бэ́та-сплайны)	8			10			
3.1.	Разделенные разности	4			4			Отчеты
3.2.	В-сплайны, В-кривые и В-поверхности	4			6			Компьютерные программы
	Всего по дисциплине	36			36			

Заочная форма получения образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов						Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное	Количество часов УСР	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	Одномерные сплайны	2			2			
1.1.	Основные характеристики одномерных сплайнов.	2			2			Отчеты
1.2.	Сплайны Эрмита.							
1.3.	Кубические сплайны.							
1.4.	Сплайны Лагранжа и Ньютона							
2.	Кривые и поверхности Безье	4			4			
2.1.	Кривые Безье.	2			2			Компьютерные программы
2.2.	Перестроения кривых Безье							
2.3.	Поверхности Безье.	2			2			Отчеты
2.4.	Рациональные (проективные) кривые и поверхности Безье							
3.	В-сплайны (Бэ́та-сплайны)	2			2			
3.1.	Разделенные разности.	4			4			Отчеты
3.2.	В-сплайны, В-кривые и В-поверхности							
	Всего по дисциплине	8			8			

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Вечтомов Е.М., Лубягина Е.Н. Геометрические основы компьютерной графики. – «Радуга-Пресс», 2015.
2. Никулин Е.А. Компьютерная геометрия и алгоритмы машинной графики. – Санкт-Петербург, «БХВ-Петербург», 2005.
3. Голованов Н.Н., Ильютко Д.П., Носовский Г.В., Фоменко А.Т. Компьютерная геометрия. – Москва, «Академия», 2006.
4. Роджерс Д., Адамс Дж. Математические основы машинной графики. – Москва, «Мир», 2001.

Перечень дополнительной литературы

1. Краснов М. В. OpenGL. Графика в проектах Delphi. — СПб.: БХВ-Петербург, 2001. – 352 с.
2. Роджерс Д. Алгоритмические основы машинной графики: Пер. с англ. - М.: Мир, 1989. – 512 с.
3. Шикин Е. В., Боресков А. В. Компьютерная графика. Полигональные модели. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2000. – 464 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Контроль освоения практических навыков осуществляется в форме отчетов и компьютерных программ.

Формой текущей аттестации по дисциплине учебным планом предусмотрен зачет.

Весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в рейтинговую оценку:

Формирование оценки за текущую успеваемость:

- отчеты – 50 %
- компьютерные программы – 50 %.

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценка по текущей успеваемости составляет 30 %, экзаменационная оценка – 70 %.

Примерная тематика лабораторных занятий

Занятие № 1. Построение сплайнов разной степени гладкости.

Занятие № 2. Вывод формулы для полиномиальных коэффициентов кубических сплайнов Эрмита .

Занятие № 3. Примеры составных кубических сплайнов .

Занятие № 4. Сравнение сплайнов Лагранжа и Ньютона.

Занятие № 5. Различные формы задания кривых Безье.

Занятие № 6. Деление кривой Безье в данной точке. Добавление новых опорных точек для кривой Безье.

Занятие № 7. Операция рационального деления отрезка. Построение рациональной кривой Безье.

Занятие № 8. Разделенные разности усеченной степенной функции.

Занятие № 9. Формулы Кокса-де Бура для В-сплайнов.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы: – поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников по индивидуально заданной проблеме курса; – выполнение домашнего задания; – работы, предусматривающие решение задач и выполнение упражнений, выдаваемых на лабораторных занятиях; – изучение материала, вынесенного на самостоятельную проработку.

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Сплайны Эрмита.
2. Кубические сплайны.
3. Сплайны Лагранжа и Ньютона.
4. Полиномы Бернштейна и кривые Безье.
5. Алгоритм де Кастельжо и операторная форма кривой Безье.
6. Дифференциально-геометрические характеристики кривой Безье в ее крайних точках.
7. Деление кривой Безье в данном отношении.
8. Увеличение числа опорных точек без изменения формы кривой Безье.
9. Поверхности Безье.
10. Четырехугольный лист Безье.
11. Рациональные кривые Безье и их основные свойства.
12. Деление рациональной кривой Безье в данном отношении.
13. Увеличение числа опорных точек без изменения формы рациональной кривой Безье.
14. Производные рациональной кривой Безье в ее конечных точках.
15. Понятие разделенных разностей. Формула разделенных разностей при попарно несовпадающих узлах.
16. Формула разделенных разностей при совпадающих узлах.
17. Усеченные степенные функции и В-сплайны.
18. Рекуррентные соотношения для В-сплайнов Кокса-де Бура.
19. В-кривые. Ломаная и рациональная кривая Безье как В-кривые.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Приложения компьютерного моделирования	Вэб технологии и компьютерное моделирование	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 11 от 14. 05.2020)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 201_ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
