

УДК 539.12

## ДВУХФОТОННОЕ РОЖДЕНИЕ ПАРЫ $W$ -БОЗОНОВ НА УСКОРИТЕЛЯХ В ЛИДИРУЮЩЕМ ПОРЯДКЕ ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ И ОДНОПЕТЛЕВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

А. Ю. МАНЬКО<sup>1)</sup>, Р. Г. ШУЛЯКОВСКИЙ<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>Институт физики им. Б. И. Степанова НАН Беларуси,  
пр. Независимости, 68, 220072, г. Минск, Беларусь

<sup>2)</sup>Институт прикладной физики НАН Беларуси,  
ул. Академическая, 16, 220072, г. Минск, Беларусь

Исследован процесс двухфотонного рождения пары  $W$ -бозонов в экспериментах на адронных и электрон-позитронных ускорителях в лидирующем порядке теории возмущений и однопетлевого приближения. Данный процесс можно использовать для прецизионного изучения параметров Стандартной модели (трех- и четырехбозонных констант взаимодействий), поиска эффектов «новой физики» (например, аномальных констант взаимодействий). Этот механизм рождения  $W$ -бозонов имеет малое количество фоновых процессов, поэтому его можно исследовать на ускорителях с высокой точностью. Программа *LoopTools* применялась для численных вычислений однопетлевых интегралов, программа *Mathematica* и пакеты *FeynArts* и *FeynCalc* – для получения диаграмм и амплитуд Фейнмана, нахождения квадрата модуля матричного элемента. Рассчитаны полные и дифференциальные сечения для адронных и электрон-позитронных ускорителей с использованием приближения эквивалентных фотонов (приближение Вайцзекера – Вильямса). В этом приближении рассеянные под малыми углами частицы регистрируются в форвард-детекторах, а рожденные частицы – в основном детекторе. Расчет производился на Монте-Карло генераторе *TwoPhotonGen*, написанном на языке C++. Показано, что полные и дифференциальные сечения процесса растут с увеличением энергии сталкивающихся начальных частиц.

**Ключевые слова:** двухфотонный механизм рождения; приближение эквивалентных фотонов; лидирующий порядок теории возмущений; однопетлевое приближение; однопетлевые интегралы;  $W$ -бозон.

## THE TWO-PHOTON PRODUCTION OF $W$ -BOSONS PAIR AT COLLIDERS AT THE LEADING ORDER AND THE ONE-LOOP CORRECTION

A. Yu. MANKO<sup>a</sup>, R. G. SHULYAKOVSKY<sup>b</sup>

<sup>a</sup>B. I. Stepanov Institute of Physics, National Academy of Sciences of Belarus,  
68 Niezaliežnasci Avenue, Minsk 220072, Belarus

<sup>b</sup>Institute of Applied Physics, National Academy of Sciences of Belarus,  
16 Akademičnaja Street, Minsk 220072, Belarus

Corresponding author: A. Yu. Manko (andrej.j.manko@gmail.com)

In this paper the process of two-photon production of  $W$ -bosons pair was studied at hadron and electron-positron colliders in the leading and the next-to-leading order approximation. The process can be used for investigation precision

### Образец цитирования:

Манько АЮ, Шуляковский РГ. Двухфотонное рождение пары  $W$ -бозонов на ускорителях в лидирующем порядке теории возмущений и однопетлевого приближения. *Журнал Белорусского государственного университета. Физика*. 2020; 3:46–54.  
<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2020-3-46-54>

### For citation:

Manko AYU, Shulyakovsky RG. The two-photon production of  $W$ -bosons pair at colliders at the leading order and the one-loop correction. *Journal of the Belarusian State University. Physics*. 2020;3:46–54. Russian.  
<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2020-3-46-54>

### Авторы:

Андрей Юрьевич Манько – научный сотрудник Центра фундаментальных взаимодействий и астрофизики.  
Роман Георгиевич Шуляковский – кандидат физико-математических наук, доцент; ведущий научный сотрудник.

### Authors:

Andrei Yu. Manko, researcher at the Center of Fundamental Interactions and Astrophysics.  
[andrej.j.manko@gmail.com](mailto:andrej.j.manko@gmail.com)  
Roman G. Shulyakovsky, PhD (physics and mathematics), doцент; leading researcher.  
[r.shulyakovsky@iaph.bas-net.by](mailto:r.shulyakovsky@iaph.bas-net.by)

parameters of Standard Model (tri-linear and quartic couplings) and search effects of «new physics» (for example anomalous couplings). This process of production  $W$ -bosons has a small background therefore it can be studied at colliders with high precision. The program *LoopTools* was used to numerical calculate one-loop integrals, the program *Mathematica* and the packages *FeynArts* and *FeynCalc* were used to obtain the Feynman diagrams and amplitudes, the square of module of matrix element. The total and differential cross sections for hadron and electron-positron colliders were calculated using the approximation of equivalent of photons (Weizsäcker – Williams approximation). In this approximation, the scattering particles are detected in the forward-detectors at small angles and the production particles are detected in the main detector. The Monte-Carlo generator *TwoPhotonGen* written in C++ was used for simulation. It is shown, the total and differential cross section are increasing with increasing of the total energy of colliding particles.

**Keywords:** the two-photon production mechanism; the approximation of equivalent photons; the leading and the one-loop correction; one-loop integrals;  $W$ -boson.

## Введение

Стандартная модель (СМ) электрослабого [1; 2] и сильного [3–5] взаимодействий была успешно проверена во многих экспериментах. Несмотря на это, в СМ имеются проблемы: большое количество параметров (около 30), поколения кварков и лептонов, различие масс частиц по поколениям. Для решения этих проблем были предложены разнообразные расширения СМ – «новая физика», например суперсимметрия [6] и др. Чтобы найти данные эффекты, необходимо с высокой точностью измерять полные сечения, константы взаимодействий СМ и калибровать светимость ускорителя. Одними из важнейших констант взаимодействий СМ являются трех- и четырехбозонные. Они могут применяться для поиска эффектов «новой физики», в частности аномальных констант взаимодействий. Процесс двухфотонного рождения  $W$ -бозонов [7–11] может быть использован для калибровки светимости ускорителя, поиска аномальных констант взаимодействий и других эффектов «новой физики», а также для прецизионного изучения параметров СМ [12; 13]. В работах [7–10; 14–21] этот процесс применялся для исследования трех- и четырехбозонных констант взаимодействий с использованием Монте-Карло генераторов *PYTHIA* [22], *MadGraph* [23], *HERWIG* [24], *CalcHEP* [25] и *Forward Physics Monte Carlo* (FPMC) [26], в статьях [27–29] – для изучения лептонов, а в работе [30] – суперсимметричных лептонов. Поэтому двухфотонное рождение  $W$ -бозонов необходимо с высокой точностью изучить в СМ. Для этого его нужно рассчитать в однопетлевом приближении теории возмущений. В настоящей работе рассмотрен процесс двухфотонного рождения пары  $W$ -бозонов в адронных [7; 8] и электрон-позитронных столкновениях [11] в лидирующем порядке теории возмущений и однопетлевом приближении. Ввиду малого количества фоновых процессов такой механизм рождения  $W$ -бозонов можно исследовать на ускорителях с высокой точностью [7; 8]. Процессы с двухфотонным рождением пары  $W$ -бозонов имеют полное сечение, пропорциональное  $\alpha^4$  ( $\alpha \approx 1/137$  – постоянная тонкой структуры). В данной статье изучался упругий случай в приближении Вайцзеккера – Вильямса [31; 32] для адронных и электрон-позитронных ускорителей.

## Амплитуда и квадрат модуля матричного элемента

Амплитуды и диаграммы процесса

$$\gamma(p_1)\gamma(p_2) \rightarrow W^+(k_1)W^-(k_2) \quad (1)$$

получены с помощью пакета *FeynArts* [33] и программы *Mathematica*. Для вычисления квадрата модуля матричного элемента использовались пакет *FeynCalc* [34] и программа *Mathematica*. Диаграмма процесса двухфотонного рождения  $W$ -бозонов в упругом случае представлена на рис. 1, где  $P_1$  и  $P_2$  – 4-импульсы начальных частиц,  $P'_1$  и  $P'_2$  – 4-импульсы рассеянных частиц в форвард-детекторах,  $p_1$  и  $p_2$  – 4-импульсы  $\gamma$ -квантов,  $k_1$  и  $k_2$  – 4-импульсы  $W$ -бозонов.

Диаграммы процесса (1) в лидирующем порядке теории возмущений приведены на рис. 2, где  $G$  – голдстоуновский бозон в калибровке 'т Хоофта – Фейнмана [35].

На рис. 3 представлена одна из 144 собственно энергетических диаграмм, на рис. 4 – одна из 137 боксовых диаграмм, а на рис. 5 – одна из 402 вершинных диаграмм. Для устранения инфракрасной расходимости учитывался вклад тормозного излучения. Одна из 30 диаграмм жесткого тормозного излучения приведена на рис. 6.

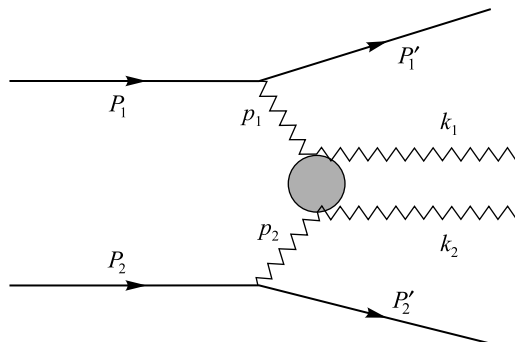


Рис. 1. Диаграмма процесса двухфотонного рождения  $W$ -бозонов в упругом случае

Fig. 1. The diagram of the process two-photon production  $W$ -bosons at elastic case

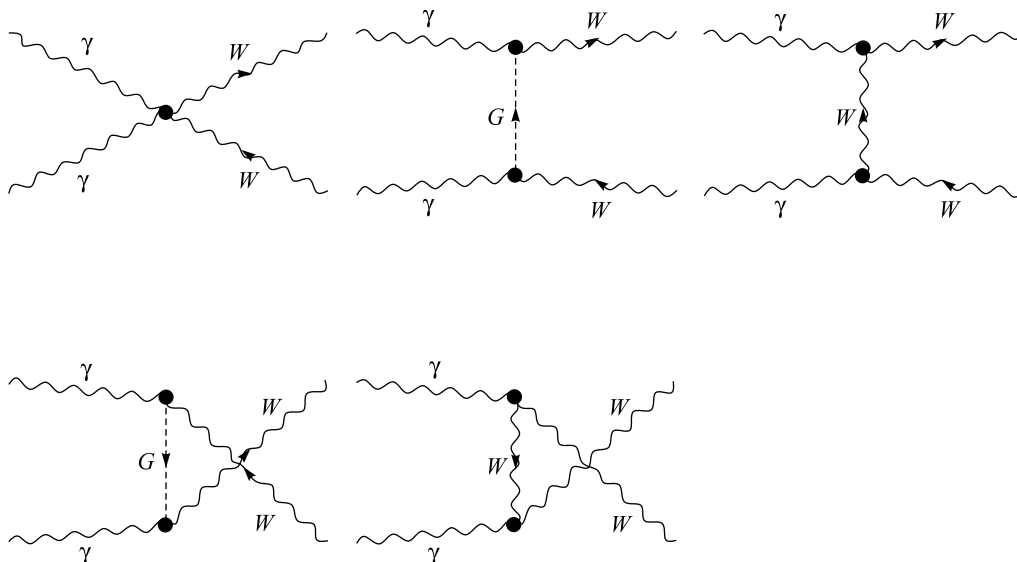


Рис. 2. Диаграммы процесса  $\gamma(p_1)\gamma(p_2) \rightarrow W^+(k_1)W^-(k_2)$  в лидирующем порядке теории возмущений

Fig. 2. The diagrams of the process  $\gamma(p_1)\gamma(p_2) \rightarrow W^+(k_1)W^-(k_2)$  in the leading order

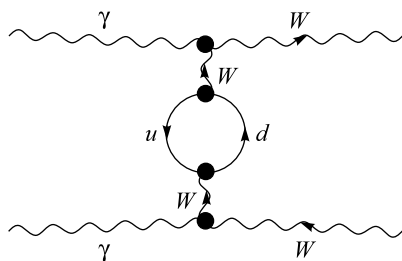


Рис. 3. Собственно энергетическая диаграмма процесса  $\gamma(p_1)\gamma(p_2) \rightarrow W^+(k_1)W^-(k_2)$  в однопетлевом приближении

Fig. 3. The self-energy diagram of the process  $\gamma(p_1)\gamma(p_2) \rightarrow W^+(k_1)W^-(k_2)$  in the one-loop correction

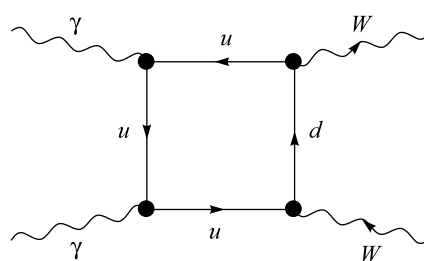


Рис. 4. Боксовая диаграмма процесса  $\gamma(p_1)\gamma(p_2) \rightarrow W^+(k_1)W^-(k_2)$  в однопетлевом приближении

Fig. 4. The boxes diagram of the process  $\gamma(p_1)\gamma(p_2) \rightarrow W^+(k_1)W^-(k_2)$  in the one-loop correction

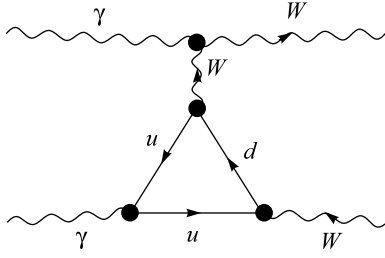


Рис. 5. Вершинная диаграмма процесса  $\gamma(p_1)\gamma(p_2) \rightarrow W^+(k_1)W^-(k_2)$  в однопетлевом приближении  
Fig. 5. The vertex diagram of the process  $\gamma(p_1)\gamma(p_2) \rightarrow W^+(k_1)W^-(k_2)$  in the one-loop correction

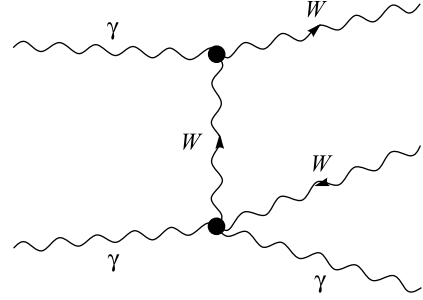


Рис. 6. Диаграмма жесткого тормозного процесса  $\gamma(p_1)\gamma(p_2) \rightarrow W^+(k_1)W^-(k_2)\gamma(k_3)$   
Fig. 6. The diagram of the hard bremsstrahlung process  $\gamma(p_1)\gamma(p_2) \rightarrow W^+(k_1)W^-(k_2)\gamma(k_3)$

### Полные и дифференциальные сечения

При исследовании процесса (1) использовалось приближение эквивалентных фотонов (приближение Вайцзеккера – Вильямса). В этом приближении заряженная частица представляется окруженной виртуальными квазиреальными фотонами с заданными распределениями по импульсу. Для протона функция распределения для  $\gamma$ -квантов в приближении эквивалентных фотонов имеет следующий вид [36]:

$$f_p(x) = \frac{\alpha}{\pi x} \left( 1 - \frac{1}{x} \right) \left( \Phi \left( \frac{q_{\max}^2}{q_0^2} \right) - \Phi \left( \frac{q_{\min}^2}{q_0^2} \right) \right),$$

функция  $\Phi$  задается выражением

$$\Phi(\xi) = (1 + ay) \left( \sum_{k=1}^3 \frac{1}{k(1+x)^k} - \ln(1 + \xi^{-1}) \right) - \frac{(1-b)y}{4\xi(1+\xi)^3} + c \left( 1 + \frac{y}{4} \right) \left( \ln \left( \frac{1+\xi-b}{1+\xi} \right) + \sum_{k=1}^3 \frac{b^k}{k(1+\xi)^k} \right),$$

где  $a = 7,16$ ;  $b = -3,96$ ;  $c = 0,028$ ;  $q_0^2 = 0,71 \text{ ГэВ}^2$ ;  $q_{\max}^2 = 2 \text{ ГэВ}^2$ ;  $q_{\min}^2 = \frac{m_p^2 x^2}{1-x}$ ;  $y = \frac{x^2}{1-x}$ ;  $m_p$  – масса адрона.

Для электрона (позитрона) функцию распределения для  $\gamma$ -кванта можно вычислить по следующей формуле [36]:

$$f_e(x) = \frac{\alpha}{x\pi} \left( \left( 1 + x - \frac{x^2}{2} \right) \log \left( \frac{q_{\max}^2}{q_{\min}^2} \right) - (1-x) \left( 1 - \frac{q_{\max}^2}{q_{\min}^2} \right) \right),$$

где  $q_{\min}^2 = \frac{m_e^2 x^2}{1-x}$ ;  $m_e$  – масса электрона (позитрона). Сечение в упругом случае задается формулой

$$\sigma(s) = \int dx_1 \int dx_2 f_p(x_1) f_{p(\bar{p})}(x_2) \hat{\sigma}(x_1 x_2 s).$$

Сечение для электрон-позитронных ускорителей имеет вид

$$\sigma(s) = \int dx_1 \int dx_2 f_e(x_1) f_{e(\bar{e})}(x_2) \hat{\sigma}(x_1 x_2 s).$$

Здесь  $\hat{\sigma}$  – сечение процесса (1);  $s = (P_1 + P_2)^2$ , где  $P_1$  и  $P_2$  – 4-импульсы начальных частиц. Моделирование полных и дифференциальных сечений проводилось методом Монте-Карло [37; 38], для чего был создан генератор *TwoPhotonGen*, написанный на языке C++. Пакет *LoopTools* [39] использовался для численных расчетов однопетлевых интегралов. Для выполнения условий применимости приближения эквивалентных фотонов необходимо, чтобы частицы, регистрируемые в форвард-детекторах, удовлетворяли определенным условиям. Данные условия (ограничения для псевдобыстрот  $\eta$ ) для ускорителей LHC (ATLAS) и ILC (CLIC) представлены в табл. 1. Результаты моделирования полных сечений для LHC (ATLAS) приведены в табл. 2, для ILC (CLIC) – в табл. 3.

Таблица 1

**Ограничения для псевдобыстрот  
рассеянных частиц в форвард-детекторах**

Table 1

**The cuts for pseudorapidity  
of scattered particles in the forward-detectors**

Ускоритель	Ограничения
LHC (ATLAS)	$4,3 <  \eta  < 4,9$
ILC (CLIC)	$4,048 <  \eta  < 4,741$

Таблица 2

**Полные сечения процесса  $\gamma(p_1)\gamma(p_2) \rightarrow W^+(k_1)W^-(k_2)$   
для LHC (ATLAS) в лидирующем порядке теории возмущений  
и однопетлевом приближении в упругом случае**

Table 2

**The total cross sections of process  
 $\gamma(p_1)\gamma(p_2) \rightarrow W^+(k_1)W^-(k_2)$  for LHC (ATLAS)  
for the leading order and the one-loop correction at the elastic case**

$\sqrt{s}$ , ТэВ	Сечения $\sigma$ , пб	
	LO	NLO
7	0,040 1	0,047 5
8	0,049 5	0,054 3
13	0,102 0	0,149 0
14	0,113 0	0,171 0

Таблица 3

**Полные сечения процесса  
 $\gamma(p_1)\gamma(p_2) \rightarrow W^+(k_1)W^-(k_2)$  для ILC (CLIC)  
в лидирующем порядке теории возмущений  
и однопетлевом приближении**

Table 3

**The total cross sections  
of process  $\gamma(p_1)\gamma(p_2) \rightarrow W^+(k_1)W^-(k_2)$   
for ILC (CLIC) for the leading order  
and the one-loop correction**

$\sqrt{s}$ , ГэВ	Сечения $\sigma$ , пб	
	LO	NLO
250	0,020 8	0,024 1
500	0,047 2	0,057 0
750	0,113 0	0,154 0
1000	0,777 0	0,974 0

Результаты моделирования дифференциальных сечений в зависимости от инвариантной массы  $W$ -бозонов для LHC (ATLAS) представлены на рис. 7, для ILC (CLIC) – на рис. 8.

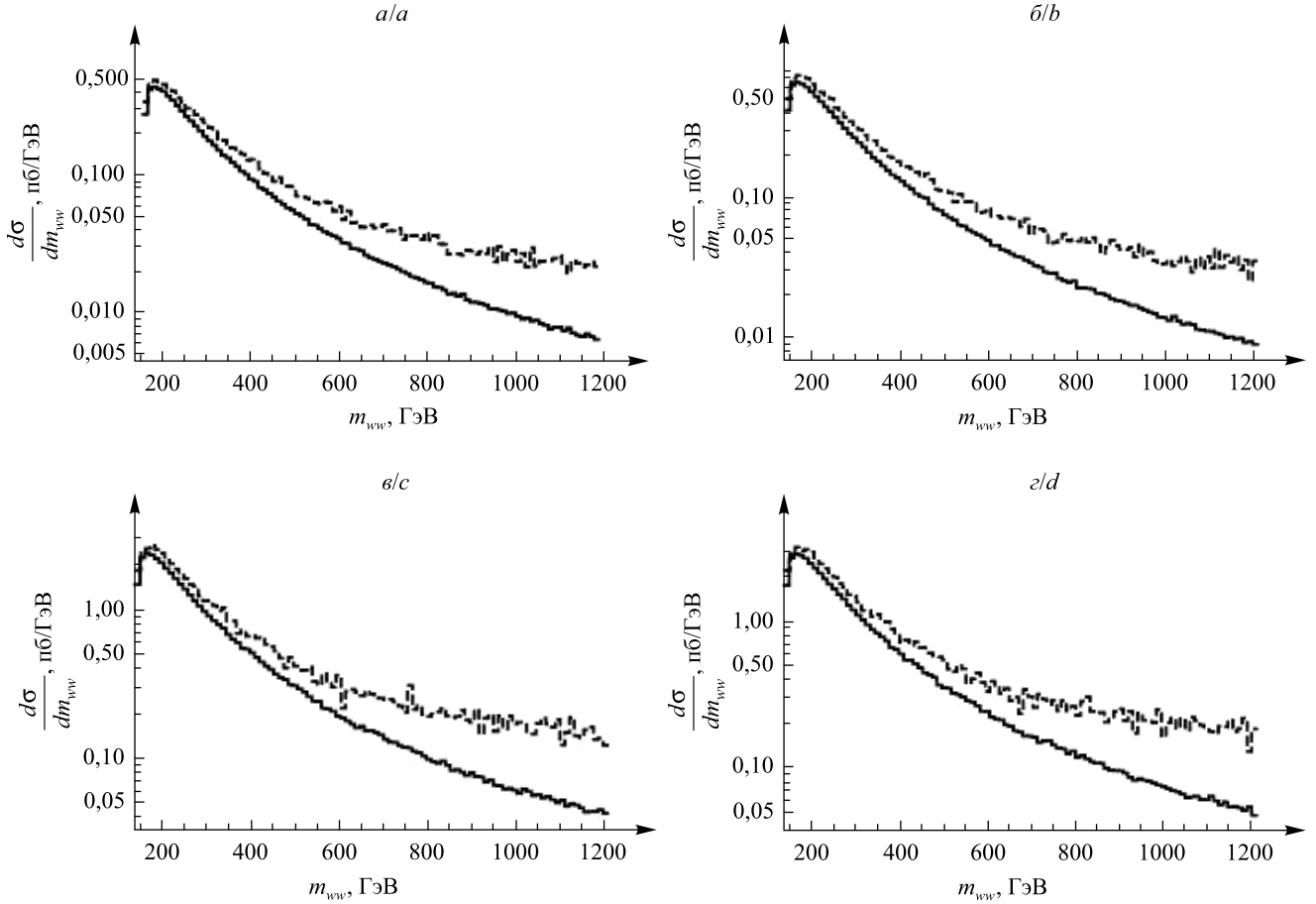


Рис. 7. Дифференциальное сечение процесса  $\gamma(p_1)\gamma(p_2) \rightarrow W^+(k_1)W^-(k_2)$  в зависимости от инвариантной массы пары  $W$ -бозонов для LHC (ATLAS):  
а – при  $\sqrt{s} = 7$  ТэВ; б – при  $\sqrt{s} = 8$  ТэВ; в – при  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ; г – при  $\sqrt{s} = 14$  ТэВ.  
Сплошная линия – лидирующий порядок теории возмущений, пунктирная линия – однопетлевое приближение

Fig. 7. The differential cross sections of process  $\gamma(p_1)\gamma(p_2) \rightarrow W^+(k_1)W^-(k_2)$  depending of invariant mass of  $W$ -boson pair at LHC (ATLAS):  
а – at  $\sqrt{s} = 7$  TeV; б – at  $\sqrt{s} = 8$  TeV; в – at  $\sqrt{s} = 13$  TeV; г – at  $\sqrt{s} = 14$  TeV.  
The solid line – the leading order, the dashed line – the one-loop correction

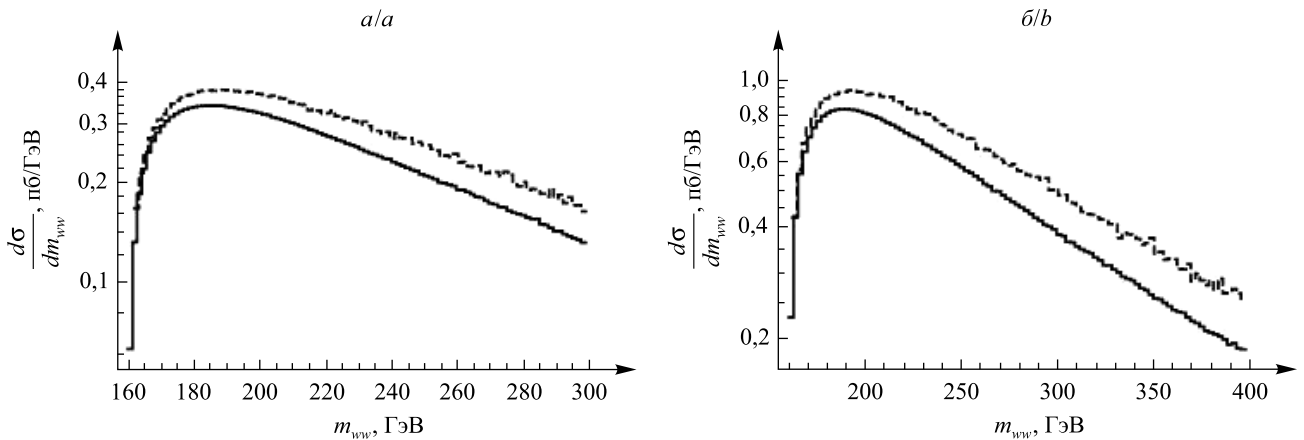


Рис. 8. Дифференциальное сечение процесса  $\gamma(p_1)\gamma(p_2) \rightarrow W^+(k_1)W^-(k_2)$  в зависимости от инвариантной массы пары  $W$ -бозонов для ILC (CLIC):  
а – при  $\sqrt{s} = 250$  ГэВ; б – при  $\sqrt{s} = 500$  ГэВ (окончание см. на с. 52)

Fig. 8. The differential cross sections of process  $\gamma(p_1)\gamma(p_2) \rightarrow W^+(k_1)W^-(k_2)$  depending of invariant mass of  $W$ -boson pair at ILC (CLIC):  
а – at  $\sqrt{s} = 250$  GeV; б – at  $\sqrt{s} = 500$  GeV (ending see p. 52)

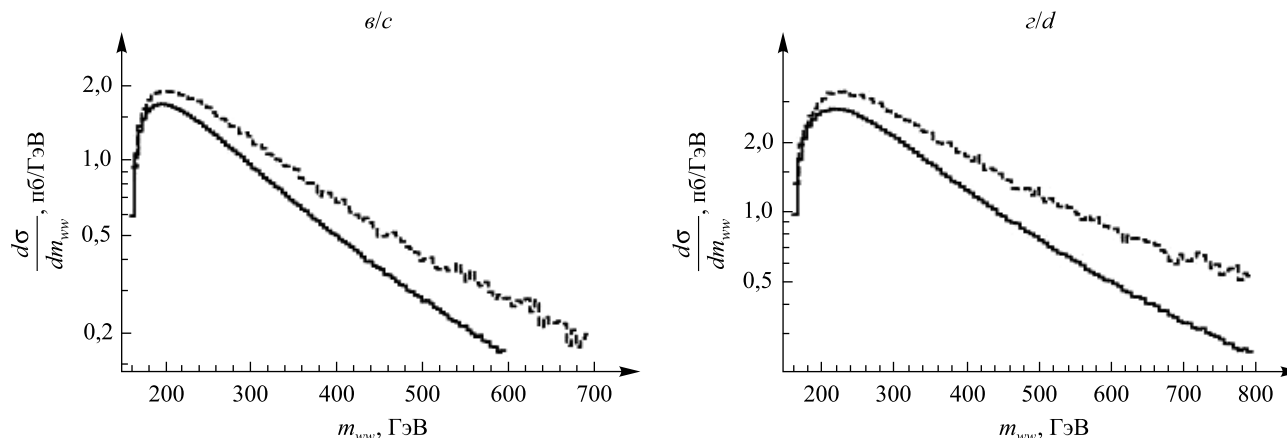


Рис. 8. Окончание (начало см. на с. 51):  $a$  – при  $\sqrt{s} = 750$  ГэВ;  $z$  – при  $\sqrt{s} = 1$  ТэВ. Сплошная линия – лидирующий порядок теории возмущений, пунктирная линия – однопетлевое приближение

Fig. 8. Ending (beginning see p. 51):  $c$  – at  $\sqrt{s} = 750$  GeV;  $d$  – at  $\sqrt{s} = 1$  TeV. The solid line – the leading order, the dashed line – the one-loop correction

## Заклучение

В работе исследован процесс рождения  $W$ -бозонов через двухфотонный механизм в приближении эквивалентных фотонов (приближение Вайцзеккера – Вильямса). Рассмотрен упругий случай. Данный процесс рождения  $W$ -бозонов может быть использован для поиска эффектов «новой физики». Получены полные и дифференциальные сечения в лидирующем порядке теории возмущений и однопетлевом приближении для ускорителей LHC (ATLAS) и ILC (CLIC) с помощью Монте-Карло генератора *TwoPhotonGen*, написанного на языке C++. Установлено, что значения сечения для однопетлевого приближения больше, чем для лидирующего порядка. Показано, что полные и дифференциальные сечения процесса растут с увеличением энергии сталкивающихся начальных частиц.

## Библиографические ссылки

1. Glashow SL. Partial-symmetries of weak interaction. *Nuclear Physics*. 1961;22(4):579–588. DOI: 10.1016/0029-5582(61)90469-2.
2. Weinberg S. A model of leptons. *Physical Review Letters*. 1967;19(21):1264–1266. DOI: 10.1103/PhysRevLett.19.1264.
3. Greiner W, Schramm S, Stein E. *Quantum chromodynamics*. 2<sup>nd</sup> edition. Berlin: Springer; 2002. 572 p.
4. Индурайн Ф. Квантовая хромодинамика: введение в теорию кварков и глюонов. Быков АА, переводчик; Дремин ИМ, редактор. Москва: Мир; 1986. 288 с.
5. Narison S. *QCD as a theory of hadrons: from partons to confinement*. Cambridge: Cambridge University Press; 2004. 813 p.
6. Aitchison IJR. *Supersymmetry and the MSSM: an elementary introduction. Notes of lectures for graduate students in particle physics. Oxford, 2004 and 2005* [Internet]. 2005 May 12 [cited 2014 May 12]. 156 p. Available from: <https://arxiv.org/abs/hep-ph/0505105>.
7. Aaboud M, Aad G, Abbott B, Abdallah J, Abidinov O, Abeloos B, et al. [ATLAS collaboration]. Measurement of exclusive  $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$  production and search for exclusive Higgs boson production in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 8.0$  TeV using the ATLAS detector. *Physical Review D*. 2016;94(3):032011. DOI: 10.1103/PhysRevD.94.032011.
8. Chatrchyan S, Khachatryan V, Sirunyan AM, Tumasyan A, Adam W, Bergauer T, et al. [The CMS collaboration]. Study of exclusive two-photon production  $W^+W^-$  in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 7.0$  TeV and constraints on anomalous quartic gauge couplings. *Journal of High Energy Physics*. 2013;7:116. DOI: 10.1007/JHEP07(2013)116.
9. Буднев ВМ, Гинзбург ИФ, Меледин ГВ, Сербо ВГ. Двухфотонное рождение частиц и приближение эквивалентных фотонов. *Физика элементарных частиц и атомного ядра*. 1973;4(1):239–284.
10. de Favereau de Jeneret J, Lemaître V, Liu Y, Oryn S, Pierzchała T, Piotrkowski K, et al. High energy photon interaction at the LHC [Internet]. 2009 August 14 [cited 2016 January 24]. 17 p. Available from: <http://arxiv.org/abs/0908.2020v1>.
11. Baer H, Barklow T, Fujii K, Gao Y, Hoang A, Shinya Kanemura S, et al., editors. *The International linear collider: technical design report. Volume 2. Physics*. [S. l.]: [s. n.]; 2013. 189 p.
12. Marfin IB, Shishkina TV. Electroweak radiative effects in the  $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$  process. Automatic loop calculations using FeynArts, FormCalc, and LoopTools. *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*. 2005;8(4):409–420.
13. Marfin IB, Mossolov VA, Shishkina TV. The investigation of the  $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$  including electromagnetic corrections at the TESLA kinematics [Internet]. 2003 May 14 [cited 2016 June 12]. 18 p. Available from: <https://arxiv.org/abs/hep-ph/0305153>.
14. Bélanger G, Boudjema F. Probing quartic couplings of weak bosons through three vector production at a 500 GeV NLC. *Physics Letters B*. 1992;288(1–2):201–209. DOI: 10.1016/0370-2693(92)91978-I.
15. Pierzchała T, Piotrkowski K. Sensitivity to anomalous quartic gauge couplings in photon-photon interactions at the LHC. *Nuclear Physics B – Proceedings Supplements*. 2008;179–180:257–264. DOI: 10.1016/j.nuclphysbps.2008.07.032.

16. Chapon E, Royon C, Kepka O. Probing  $WW_{\gamma\gamma}$  and  $ZZ_{\gamma\gamma}$  quartic anomalous couplings with  $10 \text{ pb}^{-1}$  at the LHC [Internet]. 2009 August 7 [cited 2015 May 12]. 4 p. Available from: <https://arxiv.org/pdf/0908.1061>.
17. Chapon E, Royon C, Kepka O. Anomalous quartic  $WW_{\gamma\gamma}$ ,  $ZZ_{\gamma\gamma}$ , and trilinear  $WW_{\gamma}$  coupling in two-photon processes at high luminosity at the LHC. *Physical Review D*. 2010;81(7):074003. DOI: 10.1103/PhysRevD.81.074003.
18. Teles PR, d'Enterria D. Prospects for  $\gamma\gamma \rightarrow H$  and  $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$  measurements at the FCC-ee [Internet]. 2015 October 28 [cited 2016 December 12]. Available from: <https://arxiv.org/pdf/1510.08141>.
19. d'Enterria D, Teles PR, Martins DE. Measurements of  $\gamma\gamma \rightarrow \text{Higgs}$  and  $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$  in  $e^+e^-$  collisions at the Future Circular Collider [Internet]. 2017 December 19 [cited 2018 May 2]. Available from: <https://arxiv.org/pdf/1712.07023>.
20. Luszczak M, Szczurek A, Royon C.  $W^+W^-$  pair production in proton-proton collisions: small missing terms. *Journal of High Energy Physics*. 2015;2:98. DOI: 10.1007/JHEP02(2015)098.
21. Marfin IB, Mossolov VA, Shishkina TV. Anomalous quartic boson couplings via  $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$  and  $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-Z$  at the TESLA kinematics [Internet]. 2003 April 30 [cited 2016 June 20]. Available from: <https://arxiv.org/abs/hep-ph/0304250>.
22. Sjöstrand T, Edén P, Friberg C, Lönnblad L, Miu G, Mrenna S, et al. High-energy-physics event generator with Pythia 6.1. *Computer Physics Communications*. 2001;135(2):238–259. DOI: 10.1016/S0010-4655(00)00236-8.
23. Alwall J, Demin P, de Visscher S, Frederix R, Herquet M, Maltoni F, et al. MadGraph/MadEvent v4: the new web generation. *Journal of High Energy Physics*. 2007;9:28. DOI: 10.1088/1126-6708/2007/09/028.
24. Marchesini G, Webber BR, Abbiendi G, Knowles IG, Seymour MH, Stanco L. HERWIG 5.1 – a Monte Carlo event generator for simulating hadron emission reactions with interfering gluons. *Computer Physics Communications*. 1992;67(3):465–508. DOI: 10.1016/0010-4655(92)90055-4.
25. Pukhov A. Adaptation of Vegas for event integration. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. 2003;502(2–3):596–598. DOI: 10.1016/S0168-9002(03)00514-X.
26. Boonekamp M, Dechambre A, Juranek V, Kepka O, Rangel MS, Royon C, et al. FPMC: a generator for forward physics [Internet]. 2011 February 12 [cited 2016 December 21]. Available from: <https://arxiv.org/pdf/1102.2531>.
27. Манько АЮ, Сацункевич ИС, Шуляковский РГ. Монте-Карло генератор НЕРСомр для двухфотонного рождения лептонных пар в адронных столкновениях. *Известия Национальной академии наук Беларуси. Серия физико-математических наук*. 2014;1:108–112.
28. Manko A, Satsunkevich I, Shulyakovsky R. Two-photon process at Tevatron and LHC. *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*. 2013;16(1):72–78.
29. Манько АЮ, Шуляковский РГ. Двухфотонное рождение лептонов на адронных ускорителях в полуупругом и неупругом случаях. *Ядерная физика*. 2016;79(2):129–133.
30. Manko A, Satsunkevich I, Shulyakovsky R. On possibility of supersymmetric leptons observation at ILC and CLIC. *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*. 2014;17(2):188–193.
31. v. Weizsäcker CF. Ausstrahlung bei Stößen sehr schneller Elektronen. *Zeitschrift für Physik A Hadrons and nuclei*. 1934;88(9–10):612–625. DOI: 10.1007/BF01333110.
32. Williams EJ. Nature of the high energy particles of penetrating radiation and status of ionization and radiation formulae. *Physical Review*. 1934;45(10):729–730. DOI: 10.1103/PhysRev.45.729.
33. Hahn T. Generating Feynman diagrams and amplitudes with FeynArts 3. *Computer Physics Communications*. 2001;140(3):418–431. DOI: 10.1016/S0010-4655(01)00290-9.
34. Shtabovenko V, Mertig R, Orellana F. New developments in FeynCalc 9.0. *Computer Physics Communications*. 2016;207:432–444. DOI: 10.1016/j.cpc.2016.06.008.
35. Ченг Т-П, Ли Л-Ф. *Калибровочные теории в физике элементарных частиц*. Москва: Мир; 1987. 624 с.
36. Budnev VM, Ginzburg IF, Meledin GV, Serbo VG. The two-photon particle production mechanism. Physical problems. Applications. Equivalent photon approximation. *Physics Reports*. 1975;15(4):181–282. DOI: 10.1016/0370-1573(75)90009-5.
37. Бюклинг Е, Каянти К. *Кинематика элементарных частиц*. Копылов ГИ, редактор. Москва: Мир; 1975. 343 с.
38. Weinzierl S. Introduction to Monte Carlo methods [Internet]. 2000 June 23 [cited 2010 September 12]. 47 p. Available from: <https://arxiv.org/abs/hep-ph/0006269>.
39. Hahn T, Pérez-Victoria M. Automatized one-loop calculations in four and  $D$  dimensions. *Computer Physics Communications*. 1999;118(2–3):153–165. DOI: 10.1016/S0010-4655(98)00173-8.

## References

1. Glashow SL. Partial-symmetries of weak interaction. *Nuclear Physics*. 1961;22(4):579–588. DOI: 10.1016/0029-5582(61)90469-2.
2. Weinberg S. A model of leptons. *Physical Review Letters*. 1967;19(21):1264–1266. DOI: 10.1103/PhysRevLett.19.1264.
3. Greiner W, Schramm S, Stein E. *Quantum chromodynamics*. 2<sup>nd</sup> edition. Berlin: Springer; 2002. 572 p.
4. Yndurain FJ. *Quantum chromodynamics: an introduction to the theory of quarks and gluons*. New York: Springer-Verlag; 1983. XI, 228 p.
- Russian edition: Yndurain F. *Kvantovaya khromodinamika: vvedenie v teoriyu kvarkov i glyuonov*. Bykov AA, translator; Dremin IM, editor. Moscow: Mir; 1986. 288 p.
5. Narison S. *QCD as a theory of hadrons: from partons to confinement*. Cambridge: Cambridge University Press; 2004. 813 p.
6. Aitchison IJR. *Supersymmetry and the MSSM: an elementary introduction. Notes of lectures for graduate students in particle physics. Oxford, 2004 and 2005* [Internet]. 2005 May 12 [cited 2014 May 12]. 156 p. Available from: <https://arxiv.org/abs/hep-ph/0505105>.
7. Aaboud M, Aad G, Abbott B, Abdallah J, Abidinov O, Abeloos B, et al. [ATLAS collaboration]. Measurement of exclusive  $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$  production and search for exclusive Higgs boson production in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 8.0 \text{ TeV}$  using the ATLAS detector. *Physical Review D*. 2016;94(3):032011. DOI: 10.1103/PhysRevD.94.032011.
8. Chatrchyan S, Khachatryan V, Sirunyan AM, Tumasyan A, Adam W, Bergauer T, et al. [The CMS collaboration]. Study of exclusive two-photon production  $W^+W^-$  in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 7.0 \text{ TeV}$  and constraints on anomalous quartic gauge couplings. *Journal of High Energy Physics*. 2013;7:116. DOI: 10.1007/JHEP07(2013)116.

9. Budnev VM, Ginzburg IF, Meledin GV, Serbo VG. [Two-photon particle generation and approximation of equivalent photons]. *Fizika elementarnykh chastits i atomnogo yadra*. 1973;4(1):239–284. Russian.
10. de Favereau de Jeneret J, Lemaître V, Liu Y, Oryn S, Pierzchała T, Piotrkowski K, et al. High energy photon interaction at the LHC [Internet]. 2009 August 14 [cited 2016 January 24]. 17 p. Available from: <http://arxiv.org/abs/0908.2020v1>.
11. Baer H, Barklow T, Fujii K, Gao Y, Hoang A, Shinya Kanemura S, et al., editors. *The International linear collider: technical design report. Volume 2. Physics*. [S. l.]: [s. n.]; 2013. 189 p.
12. Marfin IB, Shishkina TV. Electroweak radiative effects in the  $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$  process. Automatic loop calculations using FeynArts, FormCalc, and LoopTools. *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*. 2005;8(4):409–420.
13. Marfin IB, Mossolov VA, Shishkina TV. The investigation of the  $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$  including electromagnetic corrections at the TESLA kinematics [Internet]. 2003 May 14 [cited 2016 June 12]. 18 p. Available from: <https://arxiv.org/abs/hep-ph/0305153>.
14. Bélanger G, Boudjema F. Probing quartic couplings of weak bosons through three vector production at a 500 GeV NLC. *Physics Letters B*. 1992;288(1–2):201–209. DOI: 10.1016/0370-2693(92)91978-I.
15. Pierzchała T, Piotrkowski K. Sensitivity to anomalous quartic gauge couplings in photon-photon interactions at the LHC. *Nuclear Physics B – Proceedings Supplements*. 2008;179–180:257–264. DOI: 10.1016/j.nuclphysbps.2008.07.032.
16. Chapon E, Royon C, Kepka O. Probing  $WW_{\gamma\gamma}$  and  $ZZ_{\gamma\gamma}$  quartic anomalous couplings with  $10 \text{ pb}^{-1}$  at the LHC [Internet]. 2009 August 7 [cited 2015 May 12]. 4 p. Available from: <https://arxiv.org/pdf/0908.1061>.
17. Chapon E, Royon C, Kepka O. Anomalous quartic  $WW_{\gamma\gamma}$ ,  $ZZ_{\gamma\gamma}$ , and trilinear  $WW_{\gamma}$  coupling in two-photon processes at high luminosity at the LHC. *Physical Review D*. 2010;81(7):074003. DOI: 10.1103/PhysRevD.81.074003.
18. Teles PR, d’Enterria D. Prospects for  $\gamma\gamma \rightarrow H$  and  $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$  measurements at the FCC-ee [Internet]. 2015 October 28 [cited 2016 December 12]. Available from: <https://arxiv.org/pdf/1510.08141>.
19. d’Enterria D, Teles PR, Martins DE. Measurements of  $\gamma\gamma \rightarrow \text{Higgs}$  and  $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$  in  $e^+e^-$  collisions at the Future Circular Collider [Internet]. 2017 December 19 [cited 2018 May 2]. Available from: <https://arxiv.org/pdf/1712.07023>.
20. Luszczak M, Szczurek A, Royon C.  $W^+W^-$  pair production in proton-proton collisions: small missing terms. *Journal of High Energy Physics*. 2015;2:98. DOI: 10.1007/JHEP02(2015)098.
21. Marfin IB, Mossolov VA, Shishkina TV. Anomalous quartic boson couplings via  $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$  and  $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-Z$  at the TESLA kinematics [Internet]. 2003 April 30 [cited 2016 June 20]. Available from: <https://arxiv.org/abs/hep-ph/0304250>.
22. Sjöstrand T, Edén P, Friberg C, Lönnblad L, Miu G, Mrenna S, et al. High-energy-physics event generator with Pythia 6.1. *Computer Physics Communications*. 2001;135(2):238–259. DOI: 10.1016/S0010-4655(00)00236-8.
23. Alwall J, Demin P, de Visscher S, Frederix R, Herquet M, Maltoni F, et al. MadGraph/MadEvent v4: the new web generation. *Journal of High Energy Physics*. 2007;9:28. DOI: 10.1088/1126-6708/2007/09/028.
24. Marchesini G, Webber BR, Abbiendi G, Knowles IG, Seymour MH, Stanco L. HERWIG 5.1 – a Monte Carlo event generator for simulating hadron emission reactions with interfering gluons. *Computer Physics Communications*. 1992;67(3):465–508. DOI: 10.1016/0010-4655(92)90055-4.
25. Pukhov A. Adaptation of Vegas for event integration. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. 2003;502(2–3):596–598. DOI: 10.1016/S0168-9002(03)00514-X.
26. Boonekamp M, Dechambre A, Juranek V, Kepka O, Rangel MS, Royon C, et al. FPMC: a generator for forward physics [Internet]. 2011 February 12 [cited 2016 December 21]. Available from: <https://arxiv.org/pdf/1102.2531>.
27. Manko AU, Satsunkevich IS, Shulyakovsky RG. HEPComp Monte Carlo generator for two-photon production of lepton pairs at hadron collisions. *Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physics and Mathematics series*. 2014;1:108–112. Russian.
28. Manko A, Satsunkevich I, Shulyakovsky R. Two-photon process at Tevatron and LHC. *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*. 2013;16(1):72–78.
29. Manko AY, Shulyakovsky RG. Two-photon production of leptons at hadron colliders in semielastic and inelastic cases. *Yadernaya fizika*. 2016;79(2):129–133. Russian.
30. Manko A, Satsunkevich I, Shulyakovsky R. On possibility of supersymmetric leptons observation at ILC and CLIC. *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*. 2014;17(2):188–193.
31. v. Weizsäcker CF. Ausstrahlung bei Stößen sehr schneller Elektronen. *Zeitschrift für Physik A Hadrons and nuclei*. 1934;88(9–10):612–625. DOI: 10.1007/BF01333110.
32. Williams EJ. Nature of the high energy particles of penetrating radiation and status of ionization and radiation formulae. *Physical Review*. 1934;45(10):729–730. DOI: 10.1103/PhysRev.45.729.
33. Hahn T. Generating Feynman diagrams and amplitudes with FeynArts 3. *Computer Physics Communications*. 2001;140(3):418–431. DOI: 10.1016/S0010-4655(01)00290-9.
34. Shtabovenko V, Mertig R, Orellana F. New developments in FeynCalc 9.0. *Computer Physics Communications*. 2016;207:432–444. DOI: 10.1016/j.cpc.2016.06.008.
35. Cheng T-P, Li L-F. *Gauge theory of elementary particle physics*. Oxford: Clarendon Press; 1984. XI, 536 p.  
Russian edition: Cheng T-P, Li L-F. *Kalibrovochnye teorii v fizike elementarnykh chastits*. Moscow: Mir; 1987. 624 p.
36. Budnev VM, Ginzburg IF, Meledin GV, Serbo VG. The two-photon particle production mechanism. Physical problems. Applications. Equivalent photon approximation. *Physics Reports*. 1975;15(4):181–282. DOI: 10.1016/0370-1573(75)90009-5.
37. Byckling E, Kajantie K. *Particle kinematics*. London: John Wiley and Sons; 1973. 319 p.  
Russian edition: Byckling E, Kajantie K. *Kinematika elementarnykh chastits*. Kopylov GI, editor. Moscow: Mir; 1975. 343 p.
38. Weinzierl S. Introduction to Monte Carlo methods [Internet]. 2000 June 23 [cited 2010 September 12]. 47 p. Available from: <https://arxiv.org/abs/hep-ph/0006269>.
39. Hahn T, Pérez-Victoria M. Automatized one-loop calculations in four and  $D$  dimensions. *Computer Physics Communications*. 1999;118(2–3):153–165. DOI: 10.1016/S0010-4655(98)00173-8.