

## МЕТОДЫ ТЕОРИИ ДИФРАКЦИИ В МИКРОВОЛНОВОЙ ВЛАГОМЕТРИИ БУМАЖНЫХ МАТЕРИАЛОВ

В. М. СЕРДЮК<sup>1)</sup>, И. А. ТИТОВИЦКИЙ<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Институт прикладных физических проблем им. А. Н. Севченко БГУ,  
ул. Курчатова, 7, 220045, г. Минск, Беларусь

Дается краткий обзор некоторых фундаментальных результатов, полученных в рамках одного направления из широкого фронта исследований, проводившихся на протяжении 1970–2010-х гг. под руководством доктора технических наук, члена-корреспондента НАН Беларуси П. Д. Кухарчика, научные интересы которого были связаны с изучением физических свойств неоднородных диэлектрических и металлодержащих промышленных материалов методами голографии, голографотомографии, цифровой рентгенографии, микроволновой и инфракрасной интроскопии. На примере нескольких базовых задач рассматриваются полуаналитические методы строгого теоретического описания электромагнитных полей, возникающих при дифракции на щелях в идеально проводящих экранах произвольной толщины в отсутствие и в присутствии плоских диэлектриков для прямоугольной и цилиндрической геометрии распространения электромагнитного излучения. Показано использование данных методов для моделирования процессов измерения влагосодержания бумажного полотна с помощью объемных цилиндрических резонаторов СВЧ-диапазона со щелями, применяемых на предприятиях целлюлозно-бумажной промышленности.

**Ключевые слова:** строгая теория дифракции; щель; плоский диэлектрик; цилиндрический резонатор; измерение влажности.

## METHODS OF THE DIFFRACTION THEORY FOR MICROWAVE AQUAMETRY OF PAPER MATERIALS

V. M. SERDYUK<sup>a</sup>, J. A. TITOVITSKY<sup>a</sup>

<sup>a</sup>A. N. Sevchenko Institute of Applied Physical Problems, Belarusian State University,  
7 Kurčatava Street, Minsk 220045, Belarus

Corresponding author: V. M. Serdyuk (serdyukvm@mail.ru)

We present a short review of several fundamental results, which have been obtained within frameworks of one trend of the wide spread of investigations, carried out during 1970–2010s under the leadership of doctor of science, corresponding member of the National Academy of Sciences of Belarus P. D. Kukharchik, whose scientific interests were connected with the study of physical properties of heterogeneous dielectric and metal-containing industrial materials by the methods of holography, holographotomography, digital radiography, microwave and infrared introscopy. In this review, by the example of several base problems, we describe the semi-analytical methods of rigorous theoretical simulation of electromagnetic fields,

### Образец цитирования:

Сердюк ВМ, Титовицкий ИА. Методы теории дифракции в микроволновой влагометрии бумажных материалов. *Журнал Белорусского государственного университета. Физика.* 2020;3:32–45.  
<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2020-3-32-45>

### For citation:

Serdyuk VM, Titovitsky JA. Methods of the diffraction theory for microwave aquametry of paper materials. *Journal of the Belarusian State University. Physics.* 2020;3:32–45. Russian.  
<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2020-3-32-45>

### Авторы:

**Владимир Михайлович Сердюк** – кандидат физико-математических наук, доцент; ведущий научный сотрудник лаборатории радиоголографии.

**Иосиф Антонович Титовицкий** – кандидат технических наук, доцент; ведущий научный сотрудник лаборатории радиоголографии.

### Authors:

**Vladimir M. Serdyuk**, PhD (physics and mathematics), docent; leading researcher at the laboratory of radio holography.  
[serdyukvm@mail.ru](mailto:serdyukvm@mail.ru)

<https://orcid.org/0000-0001-6323-6457>

**Joseph A. Titovitsky**, PhD (engineering), docent; leading researcher at the laboratory of radio holography.  
[titovitsky@bsu.by](mailto:titovitsky@bsu.by)

arising under electromagnetic diffraction by slots in perfectly conducting screens of arbitrary thickness in absence and in the presence of plane dielectrics in the plane and cylindrical geometries of electromagnetic propagation. It demonstrates application of the these methods to simulation of processes of moisture measuring of paper sheet using microwave cavities with slots, which are employed on enterprises of pulp and paper industry.

**Keywords:** rigorous diffraction theory; slot; plane dielectric; cavity; measuring of moisture content.

## Введение

Доктор технических наук, член-корреспондент НАН Беларуси Петр Дмитриевич Кухарчик является основоположником научного направления по изучению распространения электромагнитного излучения СВЧ-диапазона в неоднородных диэлектрических материалах в нашей стране [1]. В 1970–2010-х гг. под его руководством проведен широкий фронт исследований, основной задачей которых было изучение физических свойств неоднородных диэлектрических и металлосодержащих промышленных материалов методами голографии, голографотомографии, цифровой рентгенографии, микроволновой и инфракрасной интроскопии в целях разработки новых методов измерения физических параметров неоднородных материалов и совершенствования существующих промышленных систем технологического контроля в реальном времени. Данное сообщение представляет собой краткий обзор некоторых фундаментальных результатов, полученных в рамках только одного довольно узкого направления этих исследований.

Для повышения качества и снижения энергоемкости выпускаемой продукции современным предприятиям приходится постоянно совершенствовать методы технологического контроля и автоматического управления производственными процессами. В системах такого контроля ключевую роль играют датчики физических параметров производимых материалов, которые позволяют отслеживать их состояние и состав на разных этапах технологического процесса и тем самым формируют исходную информацию для управления производством. Поэтому задача совершенствования датчиков для производственных технологических линий имеет важнейшее практическое значение.

Среди множества классов гетерогенных (неоднородных) материалов, играющих большую роль в современном производстве, особое место занимают влагосодержащие диэлектрические дисперсные системы [2], к числу которых относятся зерно, бумага, картон, ткани и т. п. [3]. Например, качество бумаги на выходе бумагоделательной машины в значительной степени определяется количественным содержанием влаги и равномерностью ее распределения по поверхности бумажного полотна. Поэтому контролю влажности исходного сырья и продукции на разных этапах производства в целлюлозно-бумажной промышленности уделяется большое внимание. Для этой цели применяются сенсорные системы, использующие в своей работе различные физические явления, но наиболее технологически приемлемыми из них считаются бесконтактные электродинамические датчики [3; 4]. Их принцип работы основан на том, что при внесении в электромагнитное поле исследуемого образца с некоторой диэлектрической проницаемостью или проводимостью меняются параметры поля (интенсивность, коэффициент поглощения, частота колебаний в резонаторе и т. д.), и по измеренным изменениям этих параметров можно определить искомые характеристики тестируемого материала [4; 5]. Электромагнитная влагометрия обычно использует сантиметровый диапазон электромагнитных волн, поскольку диэлектрическая проницаемость воды в этой частотной области значительно превышает диэлектрическую проницаемость большинства других диэлектриков, что дает возможность проводить измерения с высокой точностью. К тому же размер неоднородностей гетерогенной среды (целлюлозных волокон в составе бумажного листа) оказывается много меньше длины волны тестирующего излучения, благодаря чему в данном частотном диапазоне удастся избежать ненужного рассеяния на этих неоднородностях, так что проходящее излучение воспринимает гетерогенную среду как однородную с некоторой характерной для нее эффективной диэлектрической проницаемостью [3].

Электромагнитный датчик непосредственно измеряет параметры поля, а искомые характеристики материала определяются на основе заранее известных закономерностей [3; 4]. Обычно они устанавливаются с помощью калибровочных измерений с различными стандартными образцами, материальные характеристики которых предварительно измеряются независимыми методами. Но этот прием не вполне пригоден на этапе разработки новых и совершенствования существующих систем датчиков, когда решается задача выбора оптимальной конструкции датчика и частотного диапазона, в котором ему предстоит работать в условиях реального производства. Здесь большую пользу оказывает теоретическое моделирование, которое использует такие же математические зависимости между измеряемыми параметрами поля и искомыми физическими характеристиками исследуемого материала, но полученные теоретически на основе известных законов формирования полей в применении к конкретным условиям. Это позволяет существенно экономить затраты и материальные ресурсы на формулирование

рекомендаций для разработчиков с учетом необходимых требований. Обычно данные требования сводятся к снижению потерь энергии на бесполезное излучение во внешнее пространство, минимизации зависимости от внешних условий, повышению точности определения искоемых физических параметров материала, а также к уменьшению размеров и материалоемкости датчика. Этим требованиям в наибольшей степени удовлетворяют электромагнитные датчики резонаторного типа, сконструированные на основе объемных цилиндрических резонаторов сантиметрового диапазона [4]. Поле такого датчика сконцентрировано внутри полости резонатора, благодаря чему оно слабо связано с окружающим пространством и мало подвержено влиянию внешних условий. По этой причине резонаторные датчики позволяют достичь очень высокой точности измерения параметров поля и, соответственно, физических характеристик тестируемых материалов. Однако для современного производства не менее важно обеспечить работу датчиков в режиме непрерывной подачи все новых образцов тестируемого материала, для чего объемные резонаторы приходится выполнять со щелями, через которые поток исследуемого материала будет постоянно проходить через резонатор. Отсюда понятно, какой должна быть конструкция резонаторного датчика. Для плоских материалов (бумага, картон, ткань) это цилиндрический резонатор с внешней поперечной кольцевой щелью, через которую пропускается полотно движущегося материала (рис. 1). Тем самым обеспечивается малость области контакта поля с исследуемым материалом, который может иметь сильное поглощение. Основная сложность теоретического моделирования полей в таких резонаторах обусловлена наличием щели и необходимостью учета ее влияния на параметры резонансных мод, возбуждаемых в резонаторе. В настоящей работе рассматриваются теоретические методы, которые позволяют моделировать процессы дифракции на краях щелей в проводящих экранах в присутствии диэлектриков и учесть их влияние на структуру резонансного поля применительно к реальным задачам производственной влагометрии.

До недавнего времени были известны только приближенные теоретические решения задач дифракции на щелевых структурах для очень узких или широких щелей (см., например, [6–9]). Ни тот ни другой случай неприменим к датчикам на основе микроволновых резонаторов, поскольку их геометрические размеры и ширина щели оказываются порядка длины волны. Здесь можно использовать только строгие методы дифракции [6–9] или численное моделирование на основе методов конечных разностей или конечных областей [10–12]. Но эти методы не вполне пригодны для задач резонаторной дифракции [12]. Во-первых, в таких задачах неизвестна частота резонансного излучения, во-вторых, данные методы

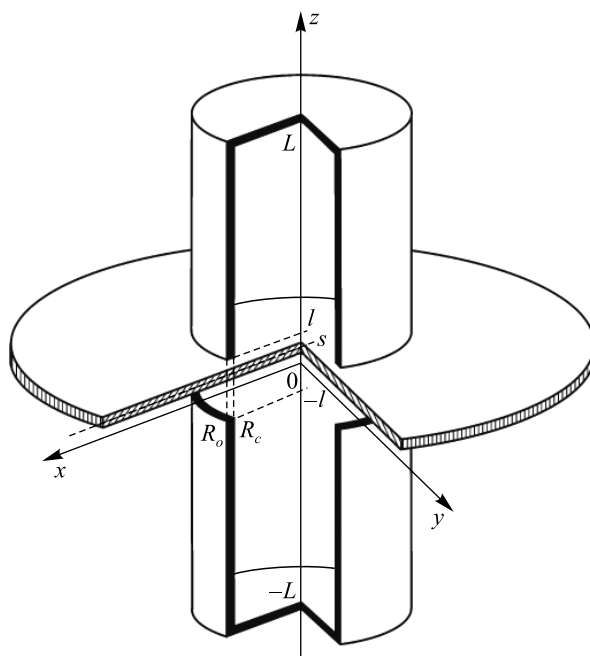


Рис. 1. Цилиндрический резонатор с поперечной кольцевой щелью и плоским бесконечным диэлектриком:  $R_c$  и  $R_o$  – внутренний и внешний радиусы проводящих цилиндрических стенок резонатора;  $L$  – полувысота резонатора;  $l$  – полуширина щели;  $s$  – вертикальное смещение диэлектрика вдоль оси резонатора от середины щели

Fig. 1. Cylindrical cavity with a transverse annular slot and a plane infinite dielectric:  $R_c$  and  $R_o$  – inner and outer radii of the conducting cylindrical walls;  $L$  – the half-height of the cavity;  $l$  – the half-width of the slot;  $s$  – vertical displacement of the dielectric along  $z$  axis from the middle of the slot

требуют исходного определения полей на расстоянии от резонансной системы, а это далеко не всегда может быть сделано корректно вследствие излучения через щели во внешнее пространство в виде расходящихся пучков и волноводных мод тестируемого плоского диэлектрика. Поэтому на начальном этапе необходимо было построить строгие решения для упрощенных моделей щелевой дифракции в прямоугольной геометрии и затем привязать эти решения к условиям резонаторной дифракции в цилиндрической геометрии. Здесь рассматриваются только стационарные задачи дифракции для монохроматического поля с временной зависимостью, определяемой гармоническим множителем  $\exp(-i\omega t)$ , который всюду опускается.

### Дифракция на щелевых структурах прямоугольной геометрии

В декартовой системе координат для описания поля дифракции на слоистых металлдиэлектрических структурах используется представление в виде суперпозиции двух разных поляризаций –  $H$  и  $E$  (в оптике они обычно обозначаются как  $TE$  и  $TM$ ). У первой из них плоскости распространения излучения ортогонален электрический вектор, а у второй – магнитный вектор. В двумерных задачах (рис. 2), когда свойства полей и дифракционных структур не зависят от одной координаты (в нашем случае это  $y$ ), система уравнений Максвелла распадается на две независимые подсистемы [6–9; 13]:

$$\begin{aligned} E_y = u_H, \quad H_x = \frac{i}{k} \frac{\partial u_H}{\partial z}, \quad H_z = -\frac{i}{k} \frac{\partial u_H}{\partial x} \quad (\text{для } H\text{-поляризации}), \\ E_x = -\frac{i}{k} \frac{\partial u_E}{\partial z}, \quad E_z = \frac{i}{k} \frac{\partial u_E}{\partial x}, \quad H_y = u_E \epsilon(x) \quad (\text{для } E\text{-поляризации}), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\epsilon(x)$  – кусочно-постоянная функция, равная диэлектрической проницаемости диэлектрика  $\epsilon$  внутри области его расположения и единице вне ее;  $k = \frac{\omega}{c}$  – волновое число ( $c$  – скорость света);  $u_{H,E}$  – комплексная скалярная функция координат  $x$  и  $z$ , неодинаковая для разных поляризаций. Она должна удовлетворять волновому уравнению Гельмгольца [6–9; 13]

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \epsilon(x) \right) u_{H,E} = 0, \quad (2)$$

но разным граничным условиям, которые следуют из известных граничных условий для электрического и магнитного векторов (1) [6–9; 13]: на идеально проводящей поверхности тангенциальные компоненты электрического вектора и нормальная компонента магнитного вектора должны обращаться в нуль, а на междиэлектрической границе тангенциальные компоненты этих векторов должны быть непрерывны. Отсюда получаем условия обращения в нуль для функции  $u_H$  и нормальной производной от  $u_E$  на проводящей поверхности и требование непрерывности для величин  $u_H$ ,  $\frac{\partial u_H}{\partial x}$  и  $u_E \epsilon(x)$ ,  $\frac{\partial u_E}{\partial x}$  на поверхности диэлектрика, определяемой постоянной координатой  $x$ .

Будем исходить из известного полуаналитического метода решения задачи электромагнитной дифракции плоской волны на щели в идеально проводящем экране конечной толщины [8], которая относится к числу базовых задач распространения волн (см. рис. 2, а). Данный метод исходит из стандартного разделения пространства распространения поля на три области (два полупространства слева и справа от экрана:  $x \leq -d$  и  $x \geq d$ , а также внутренность щели:  $-d \leq x \leq d$ ,  $-l \leq z \leq l$ ) и разложения поля по собственным волнам каждой области [7–9]. Собственными волнами свободного пространства являются плоские волны, поэтому в полубесконечных областях вне щели решение ищется в виде [14]

$$u_{H,E} = \left\{ e^{i\alpha_0(x+d)} - (-1)^v e^{-i\alpha_0(x+d)} \right\} e^{i\beta_0 z} + (-1)^v \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{k}{\alpha} \right)^v A(\beta) e^{-i\alpha(x+d) + i\beta z} d\beta \quad (3)$$

в полупространстве  $x \leq -d$  и в виде

$$u_{H,E} = \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{k}{\alpha} \right)^v B(\beta) e^{i\alpha(x-d) + i\beta z} d\beta \quad (3')$$

в полупространстве  $x \geq d$ , где

$$\alpha = \sqrt{k^2 - \beta^2}, \quad (4)$$

$\nu = 0$  для  $H$ -поляризации и  $\nu = 1$  для  $E$ -поляризации. При удалении от экрана в обе стороны поля не должны возрастать, поэтому следует выбирать ветвь корня (4) с неотрицательной мнимой частью. Первые два слагаемых в правой части (3) представляют собой явно выделенные падающую и отраженную от экрана волны, а остальные интегральные слагаемые (3) и (3') – это интегральные разложения Фурье для полей на плоскостях  $x = -d$  и  $x = d$  соответственно, к подынтегральным амплитудам которых  $A(\beta)$  и  $B(\beta)$  добавлены экспоненциальные множители  $\exp[\mp i\alpha(x \pm d)]$ , обеспечивающие выполнение уравнения Гельмгольца (2) и описывающие распространение полей во всем пространстве от экрана.

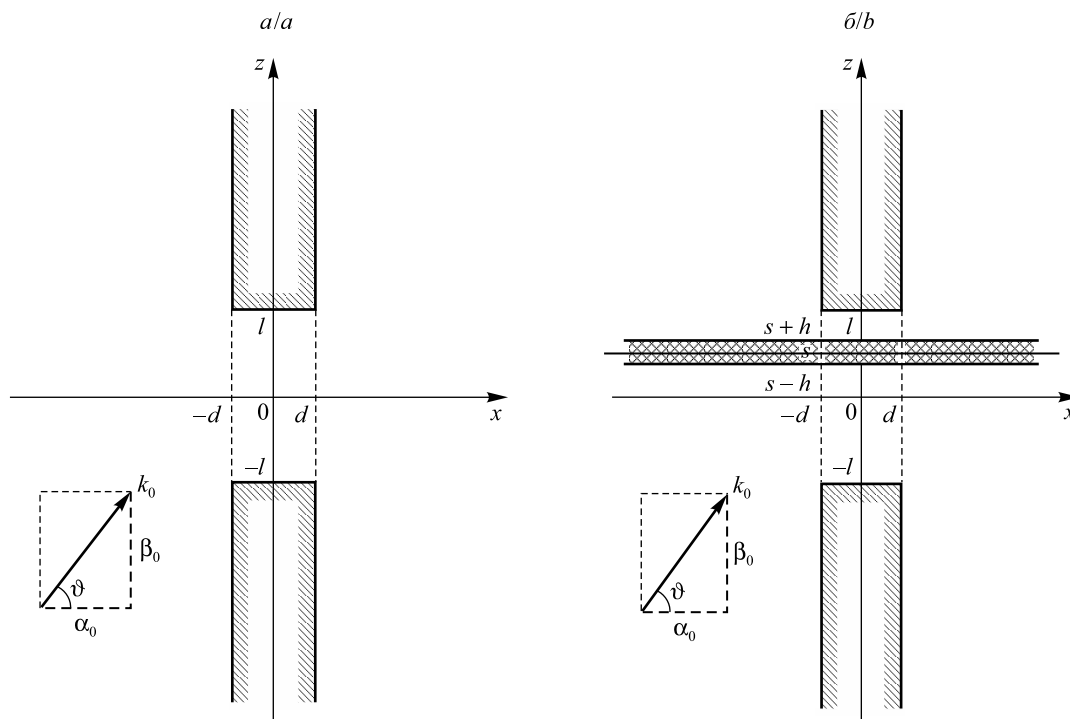


Рис. 2. Схема дифракции плоской волны на щели в проводящем экране конечной толщины:

$a$  – щель без диэлектрика;  $b$  – щель с плоским бесконечным диэлектрическим слоем;

$l$  – полуширина щели;  $d$  – полутолщина экрана;  $\vartheta$  – угол падения волны;

$h$  – полутолщина диэлектрика;  $s$  – смещение диэлектрика от середины щели;

$kl = 1,4$  ( $l = 0,223\lambda$ ),  $d = h = 0,5l$ ,  $\vartheta = 30^\circ$  и  $\epsilon = 4,0$

Fig. 2. Scheme of the plane-wave diffraction by a slot in a conducting screen of finite thickness:

$a$  – a slot without a dielectric;  $b$  – a slot with a plane infinite dielectric layer;

$l$  – the slot half-width;  $d$  – the screen half-thickness;  $\vartheta$  – the angle of incidence of a wave;  $h$  – the dielectric half-thickness;

$s$  – the displacement of the dielectric from the middle of a slot;  $kl = 1.4$  ( $l = 0.223\lambda$ ),  $d = h = 0.5l$ ,  $\vartheta = 30^\circ$  and  $\epsilon = 4.0$

Однако внутренность щели представляет собой ограниченную область распространения поля, поэтому здесь оно будет характеризоваться бесконечным рядом Фурье, дискретность которого обусловлена граничными условиями для тангенциальных компонент электрического поля на проводящих границах щели  $z = -l$  и  $z = l$  [14]:

$$u_{H,E} = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left( \frac{k}{\alpha_n^{(s)}} \right)^{\nu} \left[ a_n^{(s)} \exp(i\alpha_n^{(s)}(d+x)) + (-1)^{\nu} b_n^{(s)} \exp(i\alpha_n^{(s)}(d-x)) \right] \cos(\xi_n^{(s)}z) + \right. \\ \left. + i \left( \frac{k}{\alpha_n^{(a)}} \right)^{\nu} \left[ a_n^{(a)} \exp(i\alpha_n^{(a)}(d+x)) + (-1)^{\nu} b_n^{(a)} \exp(i\alpha_n^{(a)}(d-x)) \right] \sin(\xi_n^{(a)}z) \right\}, \quad (5)$$

где

$$\alpha_n^{(s,a)} = \sqrt{k^2 - (\xi_n^{(s,a)})^2}, \quad \xi_n^{(s)} = \frac{\pi}{l} \left( n - \frac{1+\nu}{2} \right), \quad \xi_n^{(a)} = \frac{\pi}{l} \left( n - \frac{\nu}{2} \right). \quad (6)$$



Поле (5) – это сумма стоячих волн, симметричных и антисимметричных (верхние индексы  $s$  и  $a$ ) по тангенциальной координате  $z$ . Кроме того, вследствие конечной глубины щели  $2d$  каждая такая стоячая волна характеризуется суперпозицией двух бегущих (или затухающих при  $\xi_n^{(s,a)} > k$ ) волн по глубине (координате  $x$ ) с амплитудами  $a_n$  и  $b_n$ .

На плоских границах областей  $x = -d$  и  $x = d$  при  $z < -l$  и  $z > l$  тангенциальные компоненты электрических полей должны обращаться в нуль, а при  $-l < z < l$  они должны совпадать по обе стороны щели; второе требование справедливо и для магнитного поля. Отсюда получаются выражения для интегральных амплитуд через амплитуды дискретных фурье-разложений внутри щели, а также уравнения для определения последних в зависимости от направления распространения падающей волны. Тем самым решение дифракционной задачи сводится к решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений для внутрищелевых амплитуд дискретных рядов Фурье.

Эта методика формально не использует никаких приближений, связанных с шириной и толщиной щели, а потому должна давать вполне строгое решение задачи дифракции. Однако соответствующая вычислительная процедура определения внутрищелевых амплитуд хорошо работает только при достаточно большой толщине экрана (глубине щели), порядка нескольких длин волн излучения и более, в противном случае эта процедура становится неустойчивой, что не позволяет получать решение при малой глубине щели [8]. Дело в том, что для экрана конечной толщины каждая мода, в сущности, представляет собой две моды с одинаковыми параметрами, которые распространяются (или затухают) в противоположных направлениях по глубине щели (по оси  $x$  (см. рис. 2)). И если глубина щели мала, то для низших мод малым оказывается фазовый набег или затухание по толщине щели. Тогда поля таких мод будут слабо различаться на ее границах, и поэтому процедура вычисления их амплитуд становится некорректной. Оказалось, что эта трудность может быть преодолена с помощью стандартного метода тихоновской регуляризации [15] системы линейных алгебраических уравнений для амплитуд внутрищелевых мод, благодаря которому вычислительный алгоритм будет работоспособным при любой сколь угодно малой глубине щели [14]. Таким образом, добавление процедуры тихоновской регуляризации к амплитудным уравнениям повышает статус рассматриваемой модели дифракции до строгой теории [14], которая справедлива для любой толщины экрана и любой ширины щели.

Для диэлектрических измерений характерна несколько иная базовая задача щелевой дифракции с плоским бесконечным поглощающим диэлектриком, который проходит через щель (см. рис. 2, б). Здесь картина дифракции усложняется вследствие того, что необходимо учитывать отражение и преломление всех полей на границах диэлектрика как вне, так и внутри щели. Однако и эта задача может быть решена достаточно строго, если вместо мод свободного пространства использовать моды пространства с плоским диэлектриком. То есть вместо экспонент  $\exp(i\beta z)$  (или  $\cos(\beta z)$  и  $\sin(\beta z)$ ), описывающих распространения плоских волн в пустых полупространствах  $z < -d$  и  $z > d$ , следует задействовать более сложные составные функции [16]:

$$f^{(s,a)}(\beta, z) = \begin{cases} \cos[\beta(z - s - h) + \psi + \pi v - \zeta] & \text{при } z \geq s + h, \\ p \left( \frac{\beta}{\gamma} \right)^v \cos[\gamma(z - s) + \pi v - \zeta] & \text{при } s - h \leq z \leq s + h, \\ \cos[\beta(z - s + h) - \psi + \pi v - \zeta] & \text{при } z \leq s - h, \end{cases} \quad (7)$$

где  $s$  – смещение диэлектрического слоя от середины щели (см. рис. 2, б);  $h$  – полутолщина диэлектрического слоя;  $\gamma = [k^2(\epsilon - 1) + \beta^2]^{1/2}$  – параметр распространения плоской волны по оси  $z$  в диэлектрике;

$\zeta = 0$  и  $\zeta = \frac{\pi}{2}$  для симметричных (относительно середины диэлектрика  $z = s$ ) и антисимметричных мод соответственно; громоздкие выражения для параметров  $p$  и  $\psi$  приведены в статье [16]. Тем самым отражение и преломление излучения на плоских границах диэлектрика учитывается автоматически. Помимо распространяющихся мод, строгий подход требует учитывать и волноводные моды плоского диэлектрического слоя [17], которые возникают вследствие дифракции исходного излучения на краях щели. Их зависимость от координаты  $z$  описывается другими составными функциями [16]:

$$w_j(z) = \begin{cases} \chi_j^- \exp[-\tau_j(z - s - h)] & \text{при } z \geq s + h, \\ \chi_j \left( \frac{\tau_j}{\gamma_j} \right)^v \cos[\gamma_j(z - s) - \phi_j] & \text{при } s - h \leq z \leq s + h, \\ \chi_j^+ \exp[\tau_j(z - s + h)] & \text{при } z \leq s - h, \end{cases}$$

где  $\tau_j$  – параметр затухания моды в воздухе;  $\gamma_j = [k^2(\epsilon - 1) - \tau_j^2]^{1/2}$  – параметр распространения моды в диэлектрике;  $\phi_j = 0$  и  $\phi_j = \frac{\pi}{2}$  для симметричных (по  $z$ ) и антисимметричных мод соответственно;  $\chi_j^\pm$  и  $\chi_j$  – амплитудные параметры, определяемые из условий на границах диэлектрика [16]. Эти условия дают дополнительное уравнение для параметров распространения (затухания) волноводной моды, число решений которого счетно и конечно [16], поэтому параметры моды помечены индексом  $j$ , который соответствует номеру моды (номеру решения указанного уравнения).

Для мод щели в выражениях (5) вместо  $\cos(\xi_n^{(s)} z)$  и  $\sin(\xi_n^{(a)} z)$  также нужно использовать составные функции, которые получаются из (7) приравниванием к нулю самих полевых функций (для  $H$ -поляризации) или их производных (для  $E$ -поляризации) на проводящих поверхностях  $z = \pm l$ . Это дает трансцендентные уравнения для параметров распространения моды [16], решения которых образуют бесконечное счетное множество, аналогичное множеству параметров ряда Фурье (6) в пустой щели [14].

Метод решения дифракционной задачи с диэлектриком тот же, что и в случае пустого пространства: поля тангенциальных компонент приравниваются на границах щели, откуда определяются амплитуды мод в двух полупространствах слева и справа от экрана, и получается система линейных уравнений для амплитуд внутрищелевых мод, которую следует решать с применением процедуры тихоновской регуляризации [16]. Решение задачи дифракции, получаемое таким образом, является вполне строгим и позволяет рассчитать электромагнитное поле в любой точке пространства, в том числе и в ближней зоне. Для иллюстрации на рис. 3 показаны результаты расчетов пространственного распределения полей для двух случаев дифракции плоской волны на щели, представленных на рис. 2 (в отсутствие диэлектриков и при наличии плоского диэлектрического слоя). Сравнение рис. 3, а, и рис. 3, б, дает возможность оценить влияние плоского диэлектрика на структуру дифракционного поля. Видно, что в области перед щелью (при  $x < -d$ ) диэлектрик создает перед собой стоячие волны, а в области за щелью (при  $x > d$ ) заметно способствует уменьшению расхождения излучения в поперечном направлении.

Парадоксально, что до недавнего времени строгое решение более простой дифракционной задачи на щели в проводящем экране бесконечно малой толщины (рис. 4, а) не было известно (см. обсуждение этой задачи в [6–9; 13]). Между тем такое решение [18] строится совершенно аналогично решению для случая конечной толщины экрана [14], только здесь не надо учитывать распространение щелевых мод по глубине щели и, как следствие, нет необходимости в дополнительной тихоновской регуляризации амплитудных уравнений. Поля вне экрана по-прежнему определяются выражениями (3) или (3'), но по глубине экрана поле не распространяется, так что вместо (5) для одномерного поля на щели имеем [18]

$$u_{H,E} = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ a_n^{(s)} \cos(\xi_n^{(s)} z) + i a_n^{(a)} \sin(\xi_n^{(a)} z) \right\}, \quad (8)$$

где  $\xi_n^{(s,a)}$  – те же параметры распространения (6) по оси  $z$ , что и в случае толстого экрана.

Подобное решение в принципе служит также решением задачи дифракции на сопряженной полосе, стоит только его переопределить для двух разных поляризаций поля [13]. Можно подойти к построению данного решения несколько с иной позиции, учитывая ограниченность области в плоскости экрана, где касательные компоненты электрического поля (или, в случае полосы, электрического тока) отличны от нуля. Как известно, функция с ограниченной областью ненулевых значений разложима в ряд Фурье. Из этого вытекает возможность представления тангенциальных компонент электрического поля или тока в виде дискретного фурье-разложения (8). Здесь только нужно учитывать одну тонкость с граничными условиями, которая не имеет существенного значения для случая конечной толщины экрана. Поверхностный ток, определяемый через разность компонент магнитного поля по обе стороны бесконечно тонкого идеального проводника, на краях этого проводника должен иметь нулевую нормальную компоненту [6]. Отсюда следует дополнительное граничное условие: на границах щели (полосы) должны обращаться в нуль тангенциальные компоненты не только для электрического, но и для магнитного поля. Для иллюстрации на рис. 5 представлены результаты расчета пространственного распределения двух компонент суммарных дифракционных полей при дифракции на щели в бесконечно тонком проводящем экране и на сопряженной бесконечно тонкой полосе.

Следует отметить один принципиальный результат для дифракционных полей вблизи тонких проводящих экранов, который определяет их асимптотику вблизи краев щели (полосы) [19]. На малом удалении от этих краев сами по себе синусоидальные и косинусоидальные фурье-моды щели (полосы) характеризуются линейной и квадратичной функцией расстояния до них. Однако большое число таких мод в сумме может давать поле, которое будет характеризоваться степенной функцией с дробным показателем. Действительно, степенная функция с дробным (положительным или отрицательным) показателем разлагается в ряд Фурье по синусам и косинусам на конечном интервале [20].

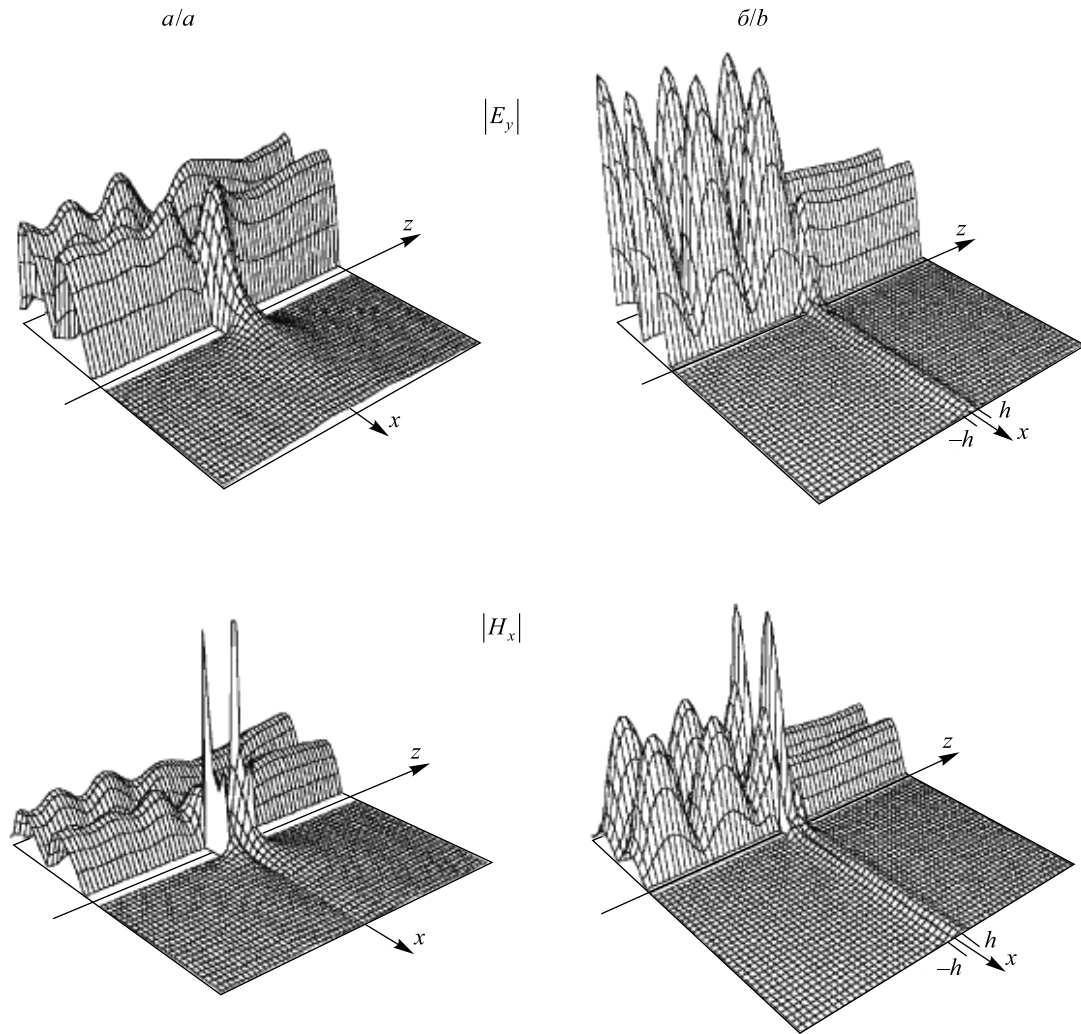


Рис. 3. Распределение величины компонент электрического  $E_y$  и магнитного  $H_x$  полей в пространстве при дифракции  $H$ -поляризованной плоской волны на щели в проводящем экране:  $a$  – без диэлектрика;  $б$  – с плоским диэлектрическим слоем

Fig. 3. Spatial distribution of the values of the electric  $E_y$  and magnetic  $H_x$  components of the fields at the diffraction of the  $H$ -polarized plane wave by a slot in a conducting screen:  $a$  – without of a dielectric;  $б$  – with a plane dielectric layer

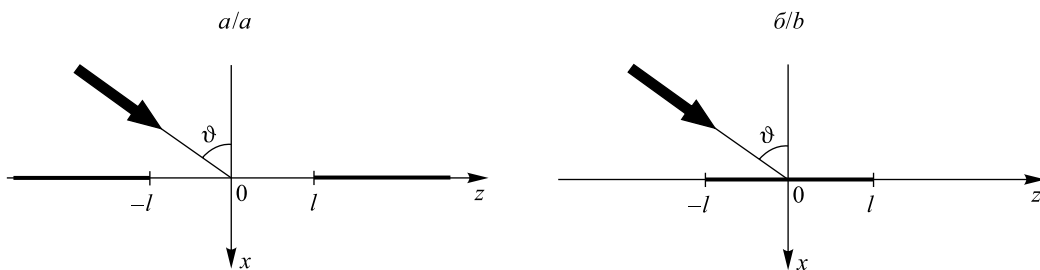


Рис. 4. Дифракция плоской волны на щели в тонком плоском экране ( $a$ ) и на тонкой полосе ( $б$ ):  $l$  – полуширина щели (полосы);  $\vartheta$  – угол падения волны на плоскость экрана (полосы)

Fig. 4. Plane-wave diffraction by a slot in a thin screen ( $a$ ) and by a thin strip ( $б$ ):  $l$  – the half-width of a slot (strip);  $\vartheta$  – the angle of wave incidence upon the plane of a screen (strip)



Подобная ситуация имеет место и для дифракционных полей вблизи краев щели (полосы). Расчеты показали [19], что краевая асимптотика дифракционных полей для щели и полосы соответствует степенной функции с показателем, меньшим единицы по абсолютной величине, благодаря чему выполняется условие конечности энергии поля в любой сколь угодно малой пространственной области на краю [12]. Эта величина (порядка 0,6 и 0,4) [19] отличается от показателя асимптотической степенной формулы для уединенной полуплоскости, который согласно классическому решению Зоммерфельда [6–9; 13] равен 0,5. Но при достаточно большой ширине щели (полосы) величина показателя степени, естественно, будет стремиться к зоммерфельдовскому значению. Правда, оценки показывают, что для этого произведение волнового числа на полуширину щели должно достигать не менее 1000.

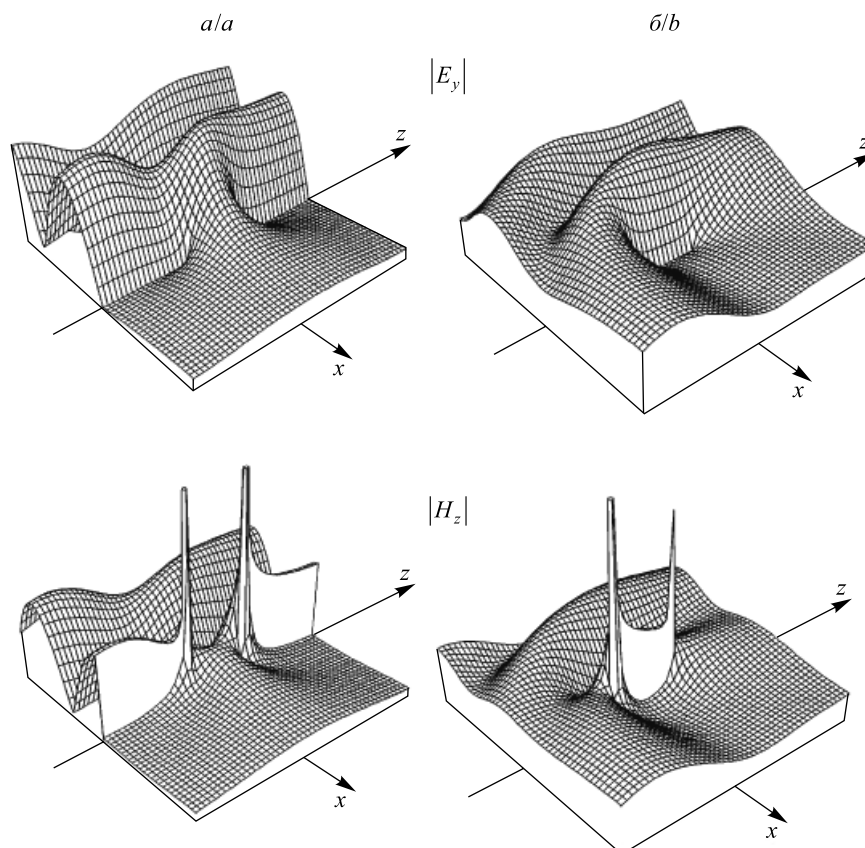


Рис. 5. Пространственное распределение величины компонент электрического и магнитного полей при дифракции  $H$ -поляризованной плоской волны на щели (а) и на полосе (б) при  $kl = 1,2$  и  $\vartheta = 30^\circ$

Fig. 5. Spatial distribution of the values of the electric and magnetic field components when the  $H$ -polarized plane wave diffracts on a slot (a) and on a strip (b) at  $kl = 1.2$  and  $\vartheta = 30^\circ$

### Резонаторная дифракция на щели в структурах цилиндрической геометрии

Рассмотренные выше базовые дифракционные задачи прямоугольной геометрии могут служить основой решения задач резонаторной щелевой дифракции в цилиндрической геометрии. Особенности таких задач обусловлены более сложным видом полей в цилиндрической системе координат [6; 9], чем в прямоугольной (1). Теперь  $H$ - и  $E$ -поляризации поля, вообще говоря, не являются независимыми друг от друга: для азимутально-неоднородных полей невозможно удовлетворить граничным условиям на краях цилиндрической щели полем только одной поляризации [6]. То есть дифракция на краю щели поля  $H$ -поляризации приводит к появлению компонент полей  $E$ -поляризации и наоборот. Далее, радиальная зависимость полей здесь будет определяться не экспонентой, а функцией Бесселя или Ханкеля. Кроме того, в задачах резонаторной дифракции неизвестна частота (волновое число) собственных колебаний резонатора, которая находится из условия равенства нулю определителя системы амплитудных уравнений [12].

Задачу расчета параметров полей собственных колебаний объемного резонатора со щелью и диэлектриком можно интерпретировать как задачу дифракции какой-либо простой моды собственно цилиндрического резонатора на щели с этим диэлектриком. Для ее решения допускается использовать метод частичных областей [7; 9; 12; 13]. Однако в присутствии диэлектрика, проходящего через щель, нужно еще учесть отражение и преломление полей на его границах. Для этого можно использовать составные моды [16], которые описаны выше для прямоугольной геометрии и изначально удовлетворяют всем необходимым условиям на границах диэлектрика.

Рассмотрим цилиндрический резонатор с идеально проводящими стенками конечной толщины, ось которого совпадает с осью  $z$  цилиндрической системы координат  $\rho\phi z$ , а границы боковых стенок – с цилиндрическими поверхностями  $\rho = R_o$  и  $\rho = R_c$  (см. рис. 1). Пусть в резонаторе через поперечную щель с краями  $z = \pm l$  пропущен бесконечный плоский диэлектрик с границами  $z = s - h$  и  $z = s + h$ , где  $2h$  – его толщина, а  $s$  – вертикальное смещение от середины щели  $z = 0$ . Диэлектрик считаем анизотропным и полагаем, что в декартовой системе координат  $xuz$  (см. рис. 1) его тензор диэлектрической проницаемости имеет вид

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_o & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_o & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_e \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Допускается заметное различие величин диагональных компонент  $\epsilon_o$  и  $\epsilon_e$  и их комплексность (наличие поглощения). Подобные свойства характерны для многих диэлектрических материалов, в частности для бумаги [21]. Математическая формулировка дифракционной задачи и метод ее решения аналогичны методу решения задачи дифракции на щели в прямоугольной геометрии. Поля в различных областях (внутри и вне резонатора, внутри щели) строятся в виде суперпозиции собственных мод данных областей с неизвестными амплитудами, только здесь радиальная зависимость этих мод дается функциями Бесселя и Ханкеля. Граничные условия на щели (при  $\rho = R_c$  и  $\rho = R_o$ ) позволяют выразить амплитуды всех мод внутри резонатора и во внешнем пространстве через амплитуды внутрищелевых мод, а также получить для них систему линейных алгебраических уравнений, как это было в случае дифракции на плоском экране со щелью. Стационарный подход определения собственных колебаний объемных резонаторов формально-математически не учитывает присутствие источников возбуждения. Поэтому, в отличие от рассмотренных выше задач прямоугольной геометрии, здесь для амплитуд внутрищелевых мод имеем систему однородных уравнений. Частота резонансных колебаний (точнее, комплексное волновое число  $k$ ) есть результат численного решения трансцендентного уравнения, получаемого из условия равенства нулю определителя этой системы.

Волновое число  $k = \frac{\omega}{c}$  и частота  $\omega$  собственных колебаний поля в резонаторе комплексны, причем их мнимая часть отрицательна, что должно обеспечивать затухание колебаний во времени вследствие потерь энергии на излучение через щель и на поглощение в диэлектрике. Вещественная и мнимая части этих величин определяют собственно резонансную частоту  $f$  и добротность  $Q$  резонансной системы согласно соотношениям [12]

$$f = \frac{c}{2\pi} \operatorname{Re} k, \quad Q = \frac{\operatorname{Re} k}{2|\operatorname{Im} k|}. \quad (10)$$

При конкретных расчетах максимальный порядок учитываемых мод щели составлял  $N = 24$ , учитывалось до 500 внутрирезонаторных мод каждой поляризации, а непрерывное распределение внerezонаторных мод во внешнем пространстве приближенно заменялось дискретным распределением (интегральной суммой) с шагом  $\Delta = 0,04$  по вещественной оси параметра распространения  $\beta$ . Учитывалось до 1200 таких мод. Следует подчеркнуть, что в нашей модели источники возбуждения поля формально не учитывались. Поэтому найденное таким методом поле в целом будет представлять собой обобщенную гибридную моду собственных колебаний резонансной системы, или полевую структуру, в которую переходит одна из простых мод (3) цилиндрического резонатора после прорезания в нем щели и помещения диэлектрика [22].

Приведем результаты расчетов, выполненных согласно описанной теоретической модели для цилиндрического резонатора с параметрами

$$L = 17,6 \text{ см}, \quad l = 0,524 \text{ см}, \quad h = 0,00502 \text{ см}, \quad R_c = 2,94 \text{ см}, \quad R_o = 4,83 \text{ см}, \quad (11)$$

которые совпадают с параметрами реального резонатора, используемого в приборах измерения влажности листовых материалов [22; 23]. Толщина диэлектрика  $2h$  примерно соответствует толщине бумажного листа. Предполагалось, что частота возбуждения резонатора близка к частоте моды  $H_{115}$  такого же

цилиндрического резонатора, но без щели (3671,611 МГц, длина волны  $\lambda = 8,171$  см), которая соответствует симметричному возбуждению по координате  $z$  для компонент поля  $E_\rho$  и  $E_\varphi$ . В этом случае на параметры поля значительно больше влияет двукратная главная компонента  $\epsilon_o$  тензора (9), чем его однократная компонента  $\epsilon_e$ . При расчете использовались различные значения комплексной диэлектрической проницаемости плоского диэлектрика, которые менялись в интервале от 1 до  $10 + 1,26i$  для  $\epsilon_o$  и от 1 до  $6,4 + 0,36i$  для  $\epsilon_e$ . Тем самым охватывались вероятные значения главных компонент тензора анизотропной диэлектрической проницаемости бумаги (9) при различных значениях ее влажности [21]. Результаты расчетов показали, что зависимость комплексного волнового числа резонансных колебаний  $k$  от диэлектрической проницаемости диэлектрика  $\epsilon_o$  с хорошей степенью точности может считаться линейной [22]:

$$k_0 - k = C_{k\epsilon}(\epsilon_o - 1), \quad (12)$$

где  $k_0$  – комплексное волновое число резонансных колебаний пустого резонатора без диэлектрика;  $C_{k\epsilon}$  – комплексный коэффициент. Зависимость этого коэффициента от полуширины щели  $l$  с неизменной разностью  $L - l$  при различной величине  $s$  смещения диэлектрика показана на рис. 6. Это соответствует изменению полуширины щели  $l$  только за счет сдвига цилиндрических стаканов резонатора (см. рис. 1) по оси  $z$ . Из рис. 6 видно, что коэффициент  $C_{k\epsilon}$  довольно умеренно зависит и от смещения диэлектрика внутри щели, и от смещения цилиндрических половинок резонатора вдоль его оси. Заметное возрастание величины мнимой части данного коэффициента для ненулевых значений смещения  $s$  обусловлено нарушением симметрии резонансной системы при  $s > 0$ . Тогда в спектре простых мод каждой области появляются антисимметричные  $H$ -компоненты вместе с симметричными  $E$ -компонентами, что приводит к увеличению потерь энергии поля в поглощающем диэлектрике. Дополнительные расчеты показали, что зависимость комплексного коэффициента  $C_{k\epsilon}$  от толщины диэлектрика  $2h$  строго линейная: увеличение  $h$  в несколько раз приводит к увеличению  $C_{k\epsilon}$  во столько же раз.

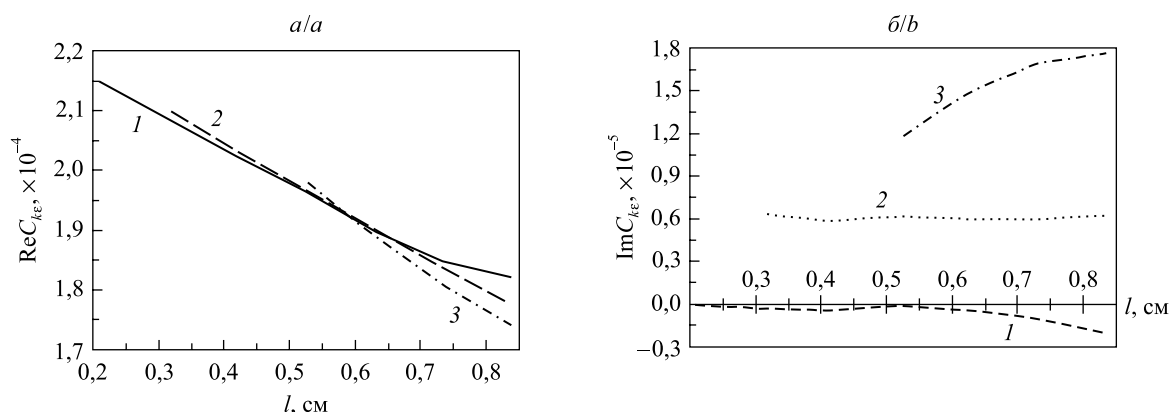


Рис. 6. Зависимость вещественной (а) и мнимой (б) частей коэффициента  $C_{k\epsilon}$  линейной связи  $k_0 - k = C_{k\epsilon}(\epsilon_o - 1)$  (12) от полуширины  $l$  кольцевой щели резонатора с параметрами (11) при различных вертикальных смещениях диэлектрика  $s$  от его середины: 1 – 0 см; 2 – 0,21 см; 3 – 0,42 см

Fig. 6. Dependence of the real (a) and imaginary (b) parts of the coefficient  $C_{k\epsilon}$  of the linear relation  $k_0 - k = C_{k\epsilon}(\epsilon_o - 1)$  (12) on the half-width of the annular slot of a cavity with parameters (11) at various values of vertical displacement  $s$  of a dielectric from the middle of the slot: 1 – 0 cm; 2 – 0.21 cm; 3 – 0.42 cm

На рис. 7 представлены результаты расчетов пространственного распределения величины различных компонент электрического поля для резонатора с параметрами (11) и плоским диэлектриком ( $\epsilon_o = 5,0 + 0,56i$ ,  $\epsilon_e = 3,4 + 0,16i$ ) при  $s = 0$ . Поскольку в этом случае поля симметричны относительно осей  $\rho$  и  $z$ , то они показаны только для одной четверти плоского пространства  $\rho \geq 0$ ,  $z \geq 0$ . Для пустого резонатора без диэлектрика характерна такая же картина поля, мало отличающаяся от картины, представленной на рис. 7. В обоих случаях мощность поля, излучаемого из резонатора через щель, на несколько порядков меньше мощности поля в самом резонаторе.

Отсюда вытекает, что объемный цилиндрический резонатор с поперечной кольцевой щелью характеризуется малыми потерями энергии на излучение в сравнении с открытыми системами тестирования плоских диэлектриков нерезонаторного типа [4]. Кроме того, следует отметить высокую стабильность такого резонатора, поскольку посторонние поля практически не способны влиять на его внутреннее поле возбуждения. Еще одним достоинством рассмотренной резонансной системы является высокая точность измерений физических параметров диэлектриков, которую можно оценить на основе полученных результатов.

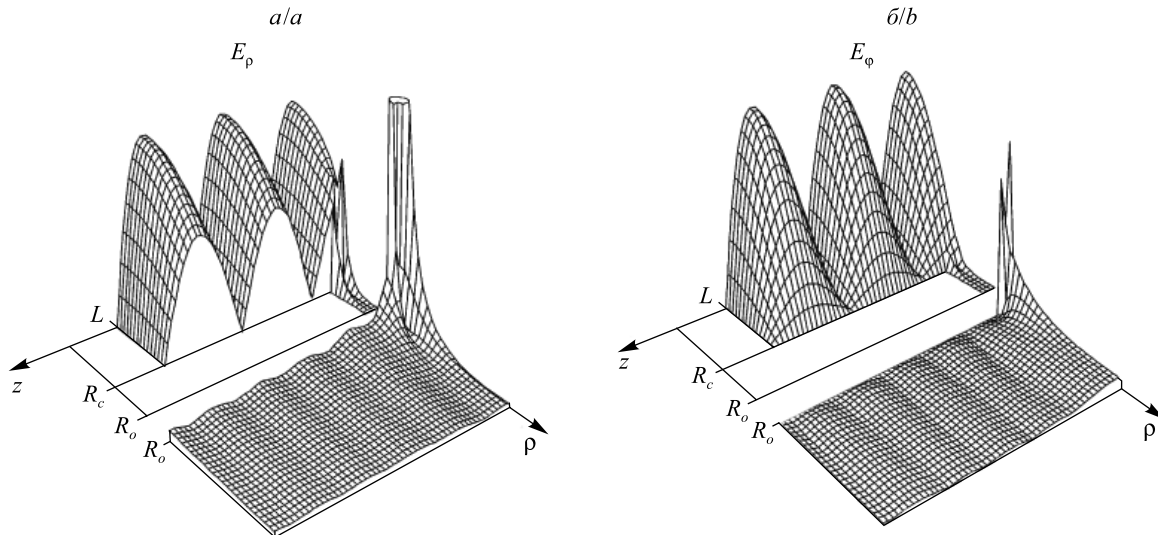


Рис. 7. Пространственное распределение величины радиальной  $E_\rho$  и азимутальной  $E_\phi$  компонент электрического поля в плоскости  $\rho z$  цилиндрической системы координат для гибридной моды  $H_{115}$  резонансной системы с кольцевой щелью и плоским диэлектриком. Для полей вне резонатора (нижние части рисунков) вертикальный масштаб увеличен в 2000 раз по сравнению с масштабом внутри резонатора и внутри щели (верхние части рисунков)

Fig. 7. Spatial distributions of the values of the radial  $E_\rho$  and azimuthal  $E_\phi$  electric field components on the  $\rho z$  plane of the cylindrical coordinate system for the hybrid mode  $H_{115}$  of the resonant system with a circular slot and a plane dielectric. For the out-of-cavity fields (lower parts of the panels), the field magnitudes (vertical axis) are scaled up by a factor of 2000 as compared with the in-cavity and slot fields (upper parts of the panels)

Для резонатора с параметрами (11) и  $s = 0$  коэффициент линейной зависимости (12) комплексного волнового числа  $k$  от главной компоненты проницаемости диэлектрика  $\epsilon_o$  равен  $C_{k\epsilon} = 1,96651 \cdot 10^{-4} - 1,678 \cdot 10^{-7}i$ . Учтем также, что для бумажного листа толщиной 0,1 мм изменение влажности на 1 % в диапазоне от 0 до 12 % вызывает изменение его диэлектрической проницаемости не менее чем на  $\Delta\epsilon = 0,24 + 0,02i$  [10]. Исходя из этого, с помощью соотношений (10) и (12) легко оценить, что такое изменение влажности приводит к изменению резонансной частоты  $\Delta f$  приблизительно на 200 кГц при основной частоте порядка 3,6 ГГц и относительному изменению добротности  $\frac{\Delta Q}{Q}$  примерно на 3 %. Соответственно изменение влажности бумажного листа на 0,1 % будет вызывать изменения  $\Delta f \approx 20$  кГц и  $\frac{\Delta Q}{Q} \approx 0,3$  %.

Подобные изменения резонансных параметров могут быть реально измерены, а потому точность измерения влажности бумаги в пределах 0,1 % может считаться вполне достижимой.

## Заключение

На практике электромагнитные датчики резонаторного типа обычно измеряют резонансную частоту и затухание резонансного поля (добротность) в резонаторе, и по этим параметрам определяются искомые физические характеристики тестируемых диэлектриков, вносимых в резонатор через щель. В данной работе показано, как современная теория дифракции позволяет устанавливать связь между проницаемостью диэлектрика и указанными интегральными параметрами резонансного поля. Помимо этого, такая теория дает возможность рассчитать картину поля во всем пространстве и более обоснованно подходить к проблеме совершенствования датчиков влажности плоских материалов. Конечно, для полного моделирования процесса измерения следовало бы дополнительно знать зависимость диэлектрической проницаемости исследуемых материалов от искомых физических параметров (влажности, плотности, температуры), однако установление подобных зависимостей выходит за рамки компетенции теории дифракции и является предметом феноменологической теории диэлектрических свойств дисперсных систем [24; 25].

## Библиографические ссылки

1. Писаревский АН, Чернявский АФ, Афанасьев ГК, Кухарчик ПД. Системы технического зрения (принципиальные основы, аппаратное и математическое обеспечение). Ленинград: Машиностроение; 1988. 424 с.
2. Урьев НБ. Высококонцентрированные дисперсные системы. Москва: Химия; 1980. 320 с.



3. Kupfer K, editor. *Electromagnetic aquametry. Electromagnetic wave interaction with water and moist substances*. Berlin: Springer; 2005. 530 p. DOI: 10.1007/b137700.
4. Nyfors EG, Vainikainen P. *Industrial microwave sensors*. Norwood: Artech House; 1989. 364 p. (Artech House Microwave Library).
5. Kraszewski AW, Nelson SO. Resonant cavity perturbation – some new applications of an old measuring technique. *Journal of Microwave Power and Electromagnetic Energy*. 1996;31(3):178–187. DOI: 10.1080/08327823.1996.11688308.
6. Вайнштейн ЛА. *Теория дифракции и метод факторизации*. Москва: Советское радио; 1966. 431 с.
7. Миттра Р, Ли С. *Аналитические методы теории волноводов*. Плиса АИ, переводчик. Москва: Мир; 1974. 327 с.
8. Литвиненко ЛН, Просвириин СЛ. *Спектральные операторы рассеяния в задачах дифракции волн на плоских экранах*. Киев: Наукова думка; 1984. 240 с.
9. Хенл Х, Мауэ А, Вестпфаль К. *Теория дифракции*. Вахитов НГ, Иванов ВИ, Сахарова МП, переводчики. Москва: Мир; 1964. 428 с.
10. Завадский ВЮ. *Моделирование волновых процессов*. Москва: Наука; 1991. 248 с.
11. Норри Д, де Фриз Ж. *Введение в метод конечных элементов*. Демидов ГВ, Урванцев АЛ, переводчики. Москва: Мир; 1981. 304 с.
12. Григорьев АД, Янкевич ВБ. *Резонаторы и резонаторные замедляющие системы СВЧ. Численные методы расчета и проектирования*. Москва: Радио и связь; 1984. 248 с.
13. Борн М, Вольф Э. *Основы оптики*. Бреус СН, Головашкин АИ, Шубин АА, переводчики. Москва: Наука; 1973. 713 с.
14. Сердюк ВМ. Дифракция плоской электромагнитной волны на щели в проводящем экране произвольной толщины. *Журнал технической физики*. 2005;75(8):113–120.
15. Тихонов АН, Арсенин ВЯ. *Методы решения некорректных задач*. Москва: Наука; 1979. 285 с.
16. Сердюк ВМ. Дифракция плоской электромагнитной волны на щели в проводящем экране с поперечным диэлектрическим слоем. *Журнал технической физики*. 2006;76(6):98–105.
17. Адамс М. *Введение в теорию оптических волноводов*. Кривошлыков СГ, Черных ВА, переводчики. Москва: Мир; 1984. 512 с.
18. Serdyuk VM. Exact solutions for electromagnetic wave diffraction by a slot and strip. *AEU – International Journal of Electronics and Communications*. 2011;65(3):182–189. DOI: 10.1016/j.aue.2010.04.002.
19. Serdyuk VM. Diffraction field behavior near the edges of a slot and strip. *Progress in Electromagnetics Research M*. 2011;20: 207–218. DOI: 10.2528/PIERM11062803.
20. Диткин ВА, Прудников АП. *Интегральные преобразования и операционное исчисление*. Москва: Физматгиз; 1961. 524 с.
21. Kukharchik PD, Serdyuk VM, Titovitsky JA. Effect of continuous modification of dielectric order in paper. In: Okamura S, Sobue N, Yagihara S, Zhang Y, editors. *Proceedings of the 7<sup>th</sup> conference on electromagnetic wave interaction with water and moist substances; 2007 April 15–18; Hamamatsu, Japan*. Hamamatsu: ISEMA; 2007. p. 47–54.
22. Kukharchik PD, Serdyuk VM, Titovitsky JA. Diffraction of hybrid modes in a cylindrical cavity resonator by a transverse circular slot with a plane anisotropic dielectric layer. *Progress in Electromagnetics Research B*. 2008;3:73–94. DOI: 10.2528/PIERB07112502.
23. Kukharchik PD, Titovitsky IA, Belyachits ACh, Kourilo NI. Multi-channel microwave resonator moisture-mass meter of paper web. In: *Electromagnetic wave interaction with water and moist substances; 1996 June 17; San Francisco, California, USA*. New York: TAB-IEEE Press; 1996. p. 135–137.
24. Сажин БИ, редактор. *Электрические свойства полимеров*. Ленинград: Химия; 1977. 192 с.
25. Serdyuk VM. Dielectric study of bound water in grain at radio and microwave frequencies. *Progress in Electromagnetics Research*. 2008;84:379–406. DOI: 10.2528/PIER08081103.

## References

1. Pisarevskii AN, Chernyavskii AF, Afanas'ev GK, Kukharchik PD. *Sistemy tekhnicheskogo zreniya (printsipial'nye osnovy, apparatnoe i matematicheskoe obespechenie)* [Systems of technical vision (fundamentals, hardware and software)]. Leningrad: Mashinostroenie; 1988. 424 p. Russian.
2. Uriev NB. *Vysokokontsentrirovannye dispersnye sistemy* [High-concentrated disperse systems]. Moscow: Khimiya; 1980. 320 p. Russian.
3. Kupfer K, editor. *Electromagnetic aquametry. Electromagnetic wave interaction with water and moist substances*. Berlin: Springer; 2005. 530 p. DOI: 10.1007/b137700.
4. Nyfors EG, Vainikainen P. *Industrial microwave sensors*. Norwood: Artech House; 1989. 364 p. (Artech House Microwave Library).
5. Kraszewski AW, Nelson SO. Resonant cavity perturbation – some new applications of an old measuring technique. *Journal of Microwave Power and Electromagnetic Energy*. 1996;31(3):178–187. DOI: 10.1080/08327823.1996.11688308.
6. Weinstein LA. *Teoriya difraktsii i metod faktorizatsii* [The theory of diffraction and the factorization method]. Moscow: Sovetskoe radio; 1966. 431 p. Russian.
7. Mittra R, Lee SW. *Analytical techniques in the theory of guided waves*. New York: Macmillan; 1971. 311 p. Russian edition: Mittra R, Lee S. *Analiticheskie metody teorii volnovodov*. Plisa AI, translator. Moscow: Mir; 1974. 327 p.
8. Litvinenko LN, Prosvirnin SL. *Spektral'nye operatory rasseyaniya v zadachakh difraktsii voln na ploskikh ekranakh* [Spectral scattering operators in the problems of plane wave diffraction by a plane screens]. Kyiv: Naukova dumka; 1984. 240 p. Russian.
9. Hönl H, Maue AW, Westpfahl K. Theorie der Beugung. In: Flüge S, editor. *Kristalloptik. Beugung*. Berlin: Springer; 1961. S. 218–573. (Handbuch der Physik; volume 5/25/1). Russian edition: Hönl H, Maue A, Westpfahl K. *Teoriya difraktsii*. Vakhitov NG, Ivanov VI, Sakharova MP, translators. Moscow: Mir; 1964. 428 p.
10. Zavadskii VYu. *Modelirovanie volnovykh protsessov* [Simulation of wave processes]. Moscow: Nauka; 1991. 248 p. Russian.
11. Norrie D, Vries G. *An introduction to finite element analysis*. New York: Academic Press; 1978. 301 p. Russian edition: Norrie D, Vries G. *Vvedenie v metod konechnykh elementov*. Demidov GV, Urvantsev AL, translators. Moscow: Mir; 1981. 304 p.



12. Grigor'ev AD, Yankevich VB. *Rezonatory i rezonatornye zamedlyayushchie sistemy SVCh. Chislennyye metody rascheta i proektirovaniya* [Cavities and resonator slow-wave structures for microwaves. Numerical methods of calculation and design]. Moscow: Radio i svyaz'; 1984. 248 p. Russian.
13. Born M, Wolf E. *Principles of optics*. Oxford: Pergamon Press; 1968. 600 p.  
Russian edition: Born M, Wolf E. *Osnovy optiki*. Breus SN, Golovashkin AI, Shubin AA, translators. Moscow: Nauka; 1973. 713 p.
14. Serdyuk VM. [Diffraction of a plane electromagnetic wave by a slot in a conducting screen of arbitrary thickness]. *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki*. 2005;75(8):113–120. Russian.
15. Tikhonov AN, Arsenin VYa. *Metody resheniya nekorrektnykh zadach* [Solutions of ill-posed problems]. Moscow: Nauka; 1979. 285 p. Russian.
16. Serdyuk VM. [Diffraction of a plane electromagnetic wave by a slot in a conducting screen with a transverse dielectric layer]. *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki*. 2006;76(6):98–105. Russian.
17. Adams MJ. *An introduction to optical waveguides*. New York: Wiley; 1981. 401 p.  
Russian edition: Adams M. *Vvedenie v teoriyu opticheskikh volnovodov*. Krivoshlykov SG, Chernykh VA, translators. Moscow: Mir; 1984. 512 p.
18. Serdyuk VM. Exact solutions for electromagnetic wave diffraction by a slot and strip. *AEU – International Journal of Electronics and Communications*. 2011;65(3):182–189. DOI: 10.1016/j.aeue.2010.04.002.
19. Serdyuk VM. Diffraction field behavior near the edges of a slot and strip. *Progress in Electromagnetics Research M*. 2011;20: 207–218. DOI: 10.2528/PIERM11062803.
20. Ditkin VA, Prudnikov AP. *Integral'nye preobrazovaniya i operatsionnoe ischislenie* [Integral transforms and operational calculus]. Moscow: Fizmatgiz; 1961. 524 p. Russian.
21. Kukharchik PD, Serdyuk VM, Titovitsky JA. Effect of continuous modification of dielectric order in paper. In: Okamura S, Sobue N, Yagihara S, Zhang Y, editors. *Proceedings of the 7<sup>th</sup> conference on electromagnetic wave interaction with water and moist substances; 2007 April 15–18; Hamamatsu, Japan*. Hamamatsu: ISEMA; 2007. p. 47–54.
22. Kukharchik PD, Serdyuk VM, Titovitsky JA. Diffraction of hybrid modes in a cylindrical cavity resonator by a transverse circular slot with a plane anisotropic dielectric layer. *Progress in Electromagnetics Research B*. 2008;3:73–94. DOI: 10.2528/PIERB07112502.
23. Kuharchik PD, Titovitsky IA, Belyachits ACh, Kourilo NI. Multi-channel microwave resonator moisture-mass meter of paper web. In: *Electromagnetic wave interaction with water and moist substances; 1996 June 17; San Francisco, California, USA*. New York: TAB-IEEE Press; 1996. p. 135–137.
24. Sazhin BI, editor. *Elektricheskie svoystva polimerov* [Electrical properties of polymers]. Leningrad: Khimiya; 1977. 192 p. Russian.
25. Serdyuk VM. Dielectric study of bound water in grain at radio and microwave frequencies. *Progress in Electromagnetics Research*. 2008;84:379–406. DOI: 10.2528/PIER08081103.

Статья поступила в редколлегию 05.05.2020.  
Received by editorial board 05.05.2020.