

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ОРЛОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ И. С. ТУРГЕНЕВА»
ОРЛОВСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ АКАДЕМИИ ИНФОРМАТИЗАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ
АКАДЕМИЯ ИНФОРМАТИЗАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ
ИНСТИТУТ УПРАВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАНИЕМ РАО
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОБЩЕСТВЕННАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ СОДЕЙСТВИЯ
РАЗВИТИЮ НАУКИ И ОБРАЗОВАНИЯ
«ОБЩЕСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК»**



Информатизация образования – 2020

Материалы

**Международной научно-практической конференции,
посвященной 115-летию со дня рождения патриарха российского
образования, великого педагога и математика, академика РАН
С. М. Никольского (1905 – 2012 гг.)**

29 – 31 октября 2020 года

**Орёл
ОГУ имени И. С. Тургенева
2020**

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ОРЛОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ И. С. ТУРГЕНЕВА»
ОРЛОВСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ АКАДЕМИИ ИНФОРМАТИЗАЦИИ
ОБРАЗОВАНИЯ
АКАДЕМИЯ ИНФОРМАТИЗАЦИИ ОБРАЗОВАНИЯ
ИНСТИТУТ УПРАВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАНИЕМ РАО
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОБЩЕСТВЕННАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ СОДЕЙСТВИЯ РАЗВИТИЮ
НАУКИ И ОБРАЗОВАНИЯ
«ОБЩЕСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ КОМПЬЮТЕРНЫХ НАУК»

ИНФОРМАТИЗАЦИЯ ОБРАЗОВАНИЯ – 2020

Материалы

**Международной научно-практической конференции,
посвященной 115-летию со дня рождения патриарха российского
образования, великого педагога и математика, академика РАН
С. М. Никольского (1905 – 2012 гг.)
(29 – 31 октября 2020 г., г. Орёл)**

Под редакцией доктора педагогических наук,
кандидата физико-математических наук, профессора
А. А. Русакова

Орёл
ОГУ имени И. С. Тургенева
2020

УДК 51+53+681.3
ББК 22.1+22.3+32.81(072.8)
М34

Рецензенты:

кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой информатики
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования
«Орловский государственный университет имени И. С. Тургенева»

В. И. Дорофеева,

доктор педагогических наук, профессор, директор Института педагогики и психологии
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования
«Орловский государственный университет имени И. С. Тургенева»

О. В. Тарасова,

кандидат физико-математических наук, доктор философии в области информатизации образования,
ведущий научный сотрудник федерального государственного бюджетного научного учреждения
«Институт управления образованием РАО»

Г. Ю. Яламов

Председатель редакционного совета:

доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор

А. А. Русаков

Редакционный совет:

Авдеев И. Ф. – канд. физ.-мат. наук, доцент;
Авдеев Ф. С. – д-р пед. наук, профессор;
Авдеева Т. К. – д-р пед. наук, профессор;
Гончарова Н.А. – канд. пед. наук, доцент;
Дорофеева В. И. – канд. физ.-мат. наук, доцент;
Дудина Е. Ф. – канд. филол. наук;
Захаров А. В. – канд. экон. наук, доцент;
Можарова Т. Н. – канд. физ.-мат. наук, профессор;
Роберт И. В. – д-р пед. наук, профессор;

Русакова В. Н. – к. пед. н., доцент;
Саватеева Е. С. – к. пед. н., доцент;
Сарьян В. К. – д-р техн. наук, профессор;
Селютин В. Д. – д-р пед. наук, профессор;
Строев С. П. – канд. экон. наук, доцент;
Тарасова О. В. – д-р пед. наук, профессор;
Федяев Ю. С. – канд. физ.-мат. наук, доцент;
Чубариков В. Н. – д-р физ.-мат. наук, профессор;
Яламов Г. Ю. – канд. физ.-мат. наук

М34 Информатизация образования – 2020 / материалы Международной научно-практической конференции, посвященной 115-летию со дня рождения патриарха российского образования, великого педагога и математика, академика РАН С. М. Никольского (1905 – 2012 гг.) (29 – 31 октября 2020 г., г. Орёл) // под редакцией доктора педагогических наук, кандидата физико-математических наук, профессора А. А. Русакова. – Орёл: ОГУ имени И. С. Тургенева, 2020. – 388 с.

ISBN 978-5-9929-0917-3

В материалах сборника представлены доклады о научных исследованиях и разработках, осуществленных в последнее время в России и за рубежом по следующим актуальным проблемам: применение передовых информационных и коммуникационных технологий в образовании; выявление основополагающих закономерностей и тенденций развития системы образования всех уровней в области естественнонаучных и гуманитарных дисциплин, возможностей ее функционирования в условиях глобальной информатизации; совершенствование методического обеспечения педагогического процесса школы и вуза в условиях цифровой образовательной среды; сетевая жизнь современного педагога, дистанционное обучение на основе передовых информационных технологий; информационная безопасность участников образовательного процесса, а также обобщен опыт ученых и практиков разных стран, поднимающих фундаментальные вопросы в этих областях и освещающих возможные пути их решения.

Материалы конференции публикуются в авторской редакции с незначительной технической корректурой. Ответственность за содержание публикации несут авторы.

Издание предназначено для студентов, аспирантов, научных работников, преподавателей и учителей, а также всех неравнодушных к вопросам информатизации образования.

Мероприятие проведено при финансовой поддержке РФФИ, проект № 20-013-20009.

УДК 51+53+681.3
ББК 22.1+22.3+32.81(072.8)

ISBN 978-5-9929-0917-3

© ОГУ имени И. С. Тургенева, 2020
© МОО «Академия информатизации образования», 2020
© Коллектив авторов, 2020

ТЕХНОЛОГИИ ДЕКОМПОЗИЦИИ БАЗИСНЫХ ГРАФОВ В ЗАДАЧАХ ДРОБНО-ЛИНЕЙНОГО ПОТОКОВОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ С НЕТОЧНЫМИ ДАННЫМИ

Рассматривается математическая модель прямой задачи дробно-линейного потокового программирования и выбрано одно из ее допустимых решений. Требуется минимально изменить коэффициенты целевой функции, чтобы выбранное допустимое решение стало оптимальным. С этой целью предлагается математическая модель обратной задачи. Суть обратной задачи заключается в поиске минимальных изменений численных значений коэффициентов числителя дробно-линейной целевой функции прямой задачи, для которых допустимое решение является оптимальным. Мера близости векторов (допустимых решений) оценивается с помощью выбранной нормы. Обратная задача имеет большое практическое значение, так как часто приходится работать с неточными входными данными, которые необходимо корректировать.

Ключевые слова: задача дробно-линейного программирования, математическая модель

Пусть $S=(V,E)$ – конечный обобщенный связный граф, V – множество узлов и E – множество дуг, определенных на $V \times V$ ($|V| < \infty, |E| < \infty$). Математическая модель прямой задачи дробно-линейного потокового программирования имеет следующий вид:

$$h(x) = \frac{p(x)}{q(x)} = \frac{\sum_{(i,j) \in E} p_{ij} x_{ij} + \beta}{\sum_{(i,j) \in E} q_{ij} x_{ij} + \gamma} \rightarrow \min, \quad (1)$$

$$\sum_{j \in I_i^+(E)} x_{ij} - \sum_{j \in I_i^-(E)} \mu_{ji} x_{ji} = b_i, i \in V, \quad (2)$$

$$\sum_{(i,j) \in E} \lambda_{ij}^p x_{ij} = \alpha_p, \quad p = \overline{1, l}, \quad x_{ij} \geq 0, (i, j) \in E. \quad (3)$$

Вектор $x = (x_{ij}, (i, j) \in E)$ – допустимое решение задачи (1) – (3), если выполняются ограничения (2) – (3), X – множество допустимых решений, $x \in X$. $p_{ij}, q_{ij}, \beta, \gamma, \mu_{ij}, b_i, \lambda_{ij}^p, \alpha_p$ – параметры задачи (1) – (3), $I_i^+(E) = \{j \in V : (i, j) \in E\}$, $I_i^-(E) = \{j \in V : (j, i) \in E\}$. $q(x) > 0, \forall x \in X$.

Математическая модель двойственной задачи для (1) – (3) имеет вид:

$$g(y, r, z) = z \rightarrow \max, \quad (4)$$

$$y_i - \mu_{ij} y_j + \sum_{p=1}^l \lambda_{ij}^p r_p + q_{ij} z \leq p_{ij}, (i, j) \in E, \quad (5)$$

$$-\sum_{i \in V} b_i y_i - \sum_{p=1}^l \alpha_p r_p + \gamma z = \beta,$$

где $z \in R^1$, $y = (y_i, i \in V)$, $r = (r_p, p = \overline{1, l})$. Вектор $\lambda = (y, r, z)$ – допустимое решение двойственной задачи (4) – (5), если выполняются ограничения (5).

Пусть из множества X выбрано некоторое допустимое решение задачи (1) – (3), $x^0 \in X$, которое нужно превратить в оптимальное решение, если это возможно, путем минимального изменения коэффициентов числителя дробно-линейной целевой функции (1). Построим новые параметры $\tilde{p}_{ij}, (i, j) \in E$ следующим образом: $\tilde{p}_{ij} = p_{ij} + \theta_{ij} - \psi_{ij}$, где θ_{ij} – увеличение и ψ_{ij} – уменьшение параметра p_{ij} , $\theta_{ij} \geq 0$, $\psi_{ij} \geq 0$, $(i, j) \in E$, при этом, изменения θ_{ij} и ψ_{ij} каждого параметра p_{ij} не могут одновременно принимать положительные значения: $\theta_{ij}\psi_{ij} = 0, (i, j) \in E$. Обозначим $\theta = (\theta_{ij}, (i, j) \in E)$, $\psi = (\psi_{ij}, (i, j) \in E)$ – векторы увеличения и уменьшения параметров $p = (p_{ij}, (i, j) \in E)$ соответственно.

Для экстремальной задачи с новыми коэффициентами числителя дробно-линейной целевой функции вида $\left(\sum_{(i,j) \in E} \tilde{p}_{ij} x_{ij} + \beta \right) / \left(\sum_{(i,j) \in E} q_{ij} x_{ij} + \gamma \right) \rightarrow \min$ и ограничениями (2) – (3) двойственная задача примет вид:

$$\begin{aligned} g(y, r, z) &= z \rightarrow \max, \\ y_i - \mu_{ij} y_j + \sum_{p=1}^l \lambda_{ij}^p r_p + q_{ij} z &\leq \tilde{p}_{ij}, (i, j) \in E, \\ -\sum_{i \in V} b_i y_i - \sum_{p=1}^l \alpha_p r_p + \gamma z &= \beta, \end{aligned} \quad (6)$$

Если для известного допустимого решения $x^0 = (x_{ij}^0, (i, j) \in E)$ прямой задачи (1) – (3) и некоторого допустимого решения $\lambda = (y, r, z)$, $y = (y_i, i \in V)$, $r = (r_p, p = \overline{1, l})$, $z \in R^1$ двойственной задачи (6) выполняются соотношения:

$$(y_i - \mu_{ij} y_j + \sum_{p=1}^l \lambda_{ij}^p r_p + q_{ij} z - \tilde{p}_{ij}) x_{ij}^0 = 0, (i, j) \in E, \quad (7)$$

то x^0 – оптимальное решение задачи экстремальной задачи с новыми коэффициентами числителя дробно-линейной целевой функции вида

$$\left(\sum_{(i,j) \in E} \tilde{p}_{ij} x_{ij} + \beta \right) / \left(\sum_{(i,j) \in E} q_{ij} x_{ij} + \gamma \right) \rightarrow \min \text{ и ограничениями (2) – (3) [1].}$$

Для нахождения минимальных изменений коэффициентов $p_{ij}, (i, j) \in E$ числителя дробно-линейной целевой функции (1) с неточными данными [2] построим математическую модель обратной задачи. Меру близости векторов $p = (p_{ij}, (i, j) \in E)$ и $\tilde{p} = (\tilde{p}_{ij}, (i, j) \in E)$ оценим при помощи нормы l_1 . Для каждой дуги $(i, j) \in E$ обобщенного графа $S = (V, E)$ с учетом соотношений $\theta_{ij} \geq 0, \psi_{ij} \geq 0$, $\theta_{ij}\psi_{ij} = 0$ норма l_1 преобразуется к следующему виду:

$$l_1 = \|\tilde{p} - p\|_1 = \sum_{(i,j) \in E} |\tilde{p}_{ij} - p_{ij}| = \sum_{(i,j) \in E} |\theta_{ij} - \psi_{ij}| = \sum_{(i,j) \in E} (\theta_{ij} + \psi_{ij}). \quad (8)$$

В зависимости от численных значений дуговых потоков известного допустимого решения $x^0 = (x_{ij}^0, (i, j) \in E)$ задачи (1) – (3) разобьем множество дуг E обобщенного графа $S = (V, E)$ на подмножества B_1 и B_2 :

$$B_1 = \{(i, j) \in E : x_{ij}^0 = 0\}, \quad B_2 = \{(i, j) \in E : x_{ij}^0 > 0\}. \quad (9)$$

Математическая модель обратной задачи для определения компонент θ_{ij} и ψ_{ij} увеличения и уменьшения соответственно для каждого параметра $p_{ij}, (i, j) \in E$

числителя дробно-линейной целевой функции (1) примет следующий вид:

$$u(\theta, \psi) = - \sum_{(i, j) \in E} (\theta_{ij} + \psi_{ij}) \rightarrow \max, \quad (10)$$

$$y_i - \mu_{ij} y_j + \sum_{p=1}^l \lambda_{ij}^p r_p + q_{ij} z - \theta_{ij} + \psi_{ij} \leq p_{ij}, (i, j) \in B_1,$$

$$y_i - \mu_{ij} y_j + \sum_{p=1}^l \lambda_{ij}^p r_p + q_{ij} z - \theta_{ij} + \psi_{ij} = p_{ij}, (i, j) \in B_2, \quad (11)$$

$$- \sum_{i \in I} b_i y_i - \sum_{p=1}^l \alpha_p r_p + \gamma z = \beta,$$

$$\theta_{ij} \geq 0, \quad \psi_{ij} \geq 0, \quad (i, j) \in E.$$

Двойственная задача к обратной задаче (10) – (11) имеет следующий вид:

$$f(z, t) = \sum_{(i, j) \in E} p_{ij} z_{ij} + \beta t \rightarrow \min, \quad (12)$$

$$\sum_{j \in I_i^+(E)} z_{ij} - \sum_{j \in I_i^-(E)} \mu_{ji} z_{ji} - b_i t = 0, i \in V, \quad (13)$$

$$\sum_{(i, j) \in E} \lambda_{ij}^p z_{ij} - \alpha_p t = 0, \quad p = \overline{1, l}, \quad (14)$$

$$\sum_{(i, j) \in E} q_{ij} z_{ij} + \gamma t = 0,$$

$$0 \leq z_{ij} \leq 1, (i, j) \in B_1, \quad B_1 = \{(i, j) \in E : x_{ij}^0 = 0\}; \quad |z_{ij}| \leq 1, (i, j) \in E \setminus B_1, \quad (15)$$

где $(z, t) = (z_{ij}, (i, j) \in E; t)$ – допустимое решение задачи (12) – (15), $(z, t) \in Z$.

В данной работе для создания численных методов, алгоритмов и технологий решения задачи (12) – (15) и оптимизации процесса улучшения допустимого решения (z, t) на итерациях метода, предложенного в [1], разработаны алгоритмы и технологии декомпозиции базисных графов, позволяющие построить эффективные алгоритмические, структурные и технологические решения обратной задачи (12) – (15). Для уменьшения количества вычислений используется структура разреженной матрицы системы (13) – (14), информация о ее ранге, разложения строк и столбцов матрицы, полученные в результате декомпозиции базисных графов и разбиения матрицы системы на подматрицы. В результате применения теории декомпозиции базисных графов разреженная си-

стема (13) – (14) представлена в виде независимых подсистем в соответствии с типом их разреженности. При этом подходе для каждой независимой подсистемы становится возможным решать свою подзадачу, не пересекающуюся с другими подзадачами и использовать результаты теории графов, разреженного матричного анализа и дробно-линейного потокового программирования [3], что позволяет создать эффективные структурные и алгоритмические решения разреженных линейных систем в синтезе с современными достижениями в области теоретической информатики.

Матрица T системы (13) – (14) имеет следующую структуру:

$$T = \begin{pmatrix} A \\ \Lambda \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,i} & \dots & a_{1,n} & -b_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m,1} & \dots & a_{m,i} & \dots & a_{m,n} & -b_m \end{pmatrix}, \Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_{1,1}^1 & \dots & \lambda_{1,i}^1 & \dots & \lambda_{1,n}^1 & -\alpha_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda_{l,1}^l & \dots & \lambda_{l,i}^l & \dots & \lambda_{l,n}^l & -\alpha_l \\ q_{l+1,1} & \dots & q_{l+1,i} & \dots & q_{l+1,n} & \gamma \end{pmatrix},$$

$m = |V|, n = |E|$. Каждый столбец разреженной матрицы A , за исключением последнего, имеет ровно два отличных от нуля элемента: $a_{ik} = 1$ и $a_{jk} = -\mu_{ij}$. Построим биективное отображение [4, 5] между индексами $j = 1, \dots, n$ столбцов матрицы T (за исключением последнего) и дугами множества E графа $S = (V, E), n = |E|$ следующим образом: столбцу с индексом $k \in \{1, \dots, n\}$ матрицы T , $a_{ik} = 1$ и $a_{jk} = -\mu_{ij}$ поставим в соответствие дугу $(i, j) \in E$. Выделим в матрице T подматрицу T_B максимального размера, определитель которой отличен от нуля. Пусть $I_B = \{i_1, \dots, i_t\}, J_B = \{j_1, \dots, j_t\}$ – множества индексов строк и столбцов матрицы T_B соответственно. Пара множеств $R = \{I_B, J_B\}$ индексов является *опорой* графа $S = (V, E)$ для системы (13) – (14), а T_B – *опорной (базисной) матрицей*, если $\det T_B \neq 0$. Матрицу T разобьем на блоки: $T = (T_B \ T_N) = \begin{pmatrix} A_B & A_N \\ \Lambda_B & \Lambda_N \end{pmatrix}$, где $T_B = \begin{pmatrix} A_B \\ \Lambda_B \end{pmatrix}, T_N = \begin{pmatrix} A_N \\ \Lambda_N \end{pmatrix}$, T_N – матрица размера $|I \setminus I_B| \times |J \setminus J_B|$, где $I_N = I \setminus I_B$ и $J_N = J \setminus J_B$ – множества индексов строк и столбцов матрицы T_N соответственно. В матрице A_B выделим подматрицу A_L максимальной размерности, минор которой отличен от нуля. Пусть $I_L = \{i_1, \dots, i_h\}, J_L = \{j_1, \dots, j_h\}$ – множества индексов строк и столбцов матрицы A_L соответственно. Пара множеств $L = \{I_L, J_L\}$ индексов является опорой графа $S = (V, E)$ для системы (13), A_L – опорной матрицей, если $\det A_L \neq 0$ [5]. Если последний столбец матрицы A включен в состав опорной матрицы A_L и v_i – его индекс во множестве J_L , то положим: $\xi = v_i$. В противном случае, $\xi = 0$. Итак, совокупность множеств $R = \{I_B, J_B\}$ составляет опору обобщенного графа $S = (V, E)$ для системы (13) – (14), если определитель

матрицы A_B отличен от нуля. Совокупность множеств $L = \{I_L, J_L\}$ составляет опору обобщенного графа $S = (V, E)$ для системы (13). Обозначим через E_L множество дуг, взаимно-однозначно соответствующих множеству индексов столбцов $J_L \setminus v_t$, если $v_t \in J_L$ или множеству индексов столбцов J_L , если $\xi = 0$. Аналогично, E_B – множество дуг, взаимно-однозначно соответствующих множеству индексов столбцов $J_B \setminus v_t$, если $v_t \in J_B$ или множеству индексов столбцов J_B , если $\xi = 0$. На основании построенного взаимно-однозначного соответствия опора $L = \{I_L, J_L\}$ обобщенного графа $S = (V, E)$ для системы (13) может быть представлена следующим образом: $L = \{I_L; E_L, \xi\}$, если $\xi = v_t \neq 0$ и $L = \{I_L; E_L\}$, если $\xi = 0$. Предположим, что ранг матрицы T системы (13) – (14) равен $|V| + l + 1$.

На итерациях метода решения обратной задачи (12) – (15) необходимо выполнить построение новой обратной матрицы $\tilde{D}^{-1} = (\tilde{v}_{ij} : i = \overline{1, t}; j = \overline{1, t})$ на основании известной матрицы $D^{-1} = (v_{ij} : i = \overline{1, t}; j = \overline{1, t})$ и известного нового k -го столбца $d' = (d_1, \dots, d_t)'$ матрицы $\tilde{D}$. В силу того, что все столбцы матрицы $\tilde{D}$, кроме столбца с номером k , совпадают со столбцами матрицы D , все столбцы матрицы P , кроме столбца с номером k , совпадают со столбцами матрицы $D^{-1}D = E$. Элементы столбца с номером k матрицы P равны: $p = (p_1, p_2, \dots, p_t)' = D^{-1}d$. В результате имеем

$$P = D^{-1}\tilde{D} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & p_1 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & p_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & p_k & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & p_n & \cdots & 1 \end{pmatrix}, \quad P^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & -p_1/p_k & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & -p_2/p_k & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1/p_k & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & -p_n/p_k & \cdots & 1 \end{pmatrix}.$$

В результате удаления k -той строки и k -го столбца матрицы P получим единичную матрицу размера $(t-1) \times (t-1)$. Следовательно, $\det P = p_k$. Итак, доказана теорема:

Теорема. Матрица P обратима тогда и только тогда, когда $p_k \neq 0$.

Учитывая, что $P^{-1} = (D^{-1}\tilde{D})^{-1} = \tilde{D}^{-1}D$, заключаем, что для вычисления матрицы $\tilde{D}^{-1}$ справедлива следующая матричная формула:

$$\tilde{D}^{-1} = P^{-1}D^{-1}.$$

Элементы обратной матрицы $\tilde{D}^{-1}$ определяются следующим образом

$$\tilde{v}_{kj} = \frac{v_{kj}}{p_k}, j = \overline{1, t},$$

$$\tilde{v}_{ij} = v_{ij} - \frac{v_{kj} p_i}{p_k}, i \neq k, i = \overline{1, t}, j = \overline{1, t}, \quad p_i = \sum_{j=1}^n v_{ij} d_j, i = \overline{1, t}.$$

Технологии декомпозиции базисных графов могут быть применены для решения сетевых задач линейной и дробно-линейной оптимизации и в прикладных исследованиях интеллектуальных транспортных систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пилипчук, Л.А. К методам построения оптимальных параметров целевой функции в задачах дробно-линейного потокового программирования / Л.А. Пилипчук // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. – 2017. – №3 (102). – С. 148–152.
2. Фидлер М. Задачи линейной оптимизации с неточными данными / М. Фидлер, Й. Недома, Я. Рамик, И. Рон, К. Циммерман. – Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2008. – 288 с.
3. Пилипчук, Л.А. Дробно-линейные экстремальные неоднородные задачи потокового программирования / Л.А.Пилипчук – Беларусь, Минск: БГУ, 2013. – 235 с.
4. Pilipchuk, L.A. Sparse linear systems: theory of decomposition, methods, technology, applications and implementation in Wolfram Mathematica / L.A. Pilipchuk, A.S. Pilipchuk // American Institute of Physics. AIP Conf. Proc. – 2015. – Vol. 1690, 060006. – Doi : 10.1063/1.4936744. – 9 p.
5. Pilipchuk, L.A. Computational techniques and data structures of the sparse under-determined systems with using graph theory / L.A. Pilipchuk, A.S. Pilipchuk // American Institute of Physics (AIP). AIP Conf. Proc. – 2016. – Vol. 1789, 060014. – Doi : 10.1063/1.4968506. – 7 p.

L.A. Pilipchuk, A.S. Pilipchuk, E.N. Polyachok
Belarusian State University

BASE GRAPH DECOMPOSITION TECHNOLOGIES IN FRACTIONAL-LINEAR STREAMING PROGRAMMING TASKS WITH INACCURATE DATA

A mathematical model of a direct problem of fractional-linear streaming programming is considered and one of its permissible solutions is chosen.

Keywords: fractional-linear programming problem, mathematical model