



В. А. ЕРАВЕНКА, М. Н. КАЛЬЧЭЎСКАЯ, А. П. СМАНЦАР

МЕСЦА ІНТУІЦЫІ, ЛОГІКІ І ДАПАСАВАННЯЎ МАТЭМАТЫКІ Ў СУЧАСНАЙ ШКОЛЬНАЙ АДУКАЦЫІ

Змяненні ў навучальных планах і праграмах, выданне новых падручнікаў і вучэбных дапаможнікаў вымушаюць думаючых настаўнікаў крытычна пераасэнсоўваць выкладаемы прадмет.

Пры аналізе стану матэматычнай адукацыі, як правіла, даводзіцца разглядаць два асноўныя пытанні: 1) якія веды павінны атрымаць навучэнцы (змест выкладаемага курса), 2) як павінна ажыццяўляцца выкладанне дадзенага прадмета (выбар агульных прынцыпаў метадыкі выкладання матэматыкі). Безумоўна, абодва пытанні цесна звязаны з такімі глабальнымі праблемамі, як сэнс і мэта выкладання матэматыкі ў школе, сувязь матэматыкі з рэчаіснасцю і яе дастасаванні, стасункі школьнай матэматыкі і сучаснага ўзроўню матэматычнай навукі (хоць заўсёды было цяжка ўстанавіць, з чаго пачынаецца «сучасная» матэматыка) і нарэшце, роля традыцыі ў школьнай матэматычнай адукацыі.

Неабходнай умовай правільнасці сваіх заключэнняў матэматыка лічыць строгі лагічны вывад. Дэдуктыўны спосаб выкладання, калі з невялікага ліку відавочных сцвярджэнняў з дапамогай лагічных разважанняў выводзіцца як мага больш змястоўных тэарэм, выступае звычайным ва ўсіх сучасных падручніках і дапаможніках для сярэдняй школы, а ў некаторых з іх нават уводзіцца строгасць, якая адпавядае стандартам прафесіяналаў. Праціглым лагічнаму падыходу з'яўляецца інтуітыўны. Цікавым у гэтай сувязі бачыцца меркаванне Морыса Клайна: «Па сутнасці, прырода інтуіцыі не выяўлена. Яна азначае нейкі непасрэдны абхват ідэі, паняцця ці доказу, гэта ёсць нейкая асабліва здольнасць, адрозная ад лагічнай здольнасці, якая разважае і крытыкуе. Інтуітыўная здольнасць спецыфічна і яўна дапамагае розуму функцыянаваць»¹.

Сутнасць «сучаснай матэматыкі» складае аксіяматычны метад і тэарэтычна-мносны падыход. Гэта часткова абумоўлена тым, што некаторыя матэматыкі лічаць галоўным у сваёй навучы вывучэнне праблем, якія ўзнікаюць пры яе развіцці па ўласных унутраных законах, што зніжае ролю і важнасць даследавання прыкладных пытанняў, стрымлівае ўзнікненне і развіццё новых матэматычных тэорый. Такі пункт гледжання характэрны, напрыклад, для вучоных групы «Бурбакі» і іх паслядоўнікаў. Аднак матэматыка ўзнікла як карысная прыкладная дзейнасць, прычым сёння, магчыма, больш карысная, чым калі-небудзь. Таму застаецца адкрытым пытанне аб тым, ці павінен курс школьнай матэматыкі будавацца ў выглядзе нейкай паслядоўнасці аксіём, азначэнняў і тэарэм, ці трэба паказваць перад вучнямі перспектывы развіцця гэтага курса, яго сувязі з жыццём і прымяненне. Па меркаванні Фелікса Клайна, пры выкладанні не толькі дапушчальна, але абсалютна неабходна спачатку быць менш абстрактным, мець увесь час на ўвазе дастасаванні і звяртацца да ўдакладненняў толькі паступова, па меры таго, як вучань становіцца здольным іх зразумець.

Варта таксама адзначыць, што не матэматычныя абстракцыі вызна-

чаюць змест матэматыкі і лагічную структуру яе апарата, але яе выкарыстанне. Акадэмік Л. С. Пантрагін пісаў, што тэарэтычна-мносны падыход — зручная толькі для матэматыкаў-прафесіяналаў мова навуковых даследаванняў. Сапраўдная ж тэндэнцыя развіцця матэматыкі заключаецца ў яе руху да канкрэтных задач і практыкі.

Перад вопытным настаўнікам матэматыкі непазбежна паўстае пытанне аб узроўні строгасці ў навучанні. Тым больш, што дакладнага азначэння строгасці няма. А. Годфры Хардзі нават сцвярджае: таго, што прынята называць матэматычным доказам, строга кажучы, не існуе. Выдатны матэматык і педагог Ф. Д. Гахаў прапанаваў наступную класіфікацыю для розных тыпаў разважанняў².

1. Даследаванне асноў матэматыкі. Тут, згодна з пастаўленай мэтай, разважання павінны быць бездакорна строга лагічнымі.

2. Разважанні, якія праводзяцца ў працэсе знаходжання іх доказаў. Логіка тут у большасці бяссільная, а рашающую ролю адыгрывае інтуіцыя.

3. Разважанні, якія выкарыстоўваюцца пры тлумачэнні вучням новых для іх, але ўжо добра вядомых ісцін. Тут для поспеху справы карысна аб'яднанне абодвух бакоў навуковай творчасці: логікі і інтуіцыі.

Вялікую ўвагу матэматыкі надаюць аналізу матэматычных працэдур, фармалізму і форме запісу сцвярджэнняў, якія прыводзяць да таго, што многія істотныя бакі матэматычнай дзейнасці ігнаруюцца. Такую з'яву ў матэматыцы А. С. Мішчанка называе «бурбакізмам»³. Адзіным метадам даследавання, паводле Бурбакі, з'яўляецца аксіяматычны метада. Гэта прыводзіць, як лічыць А. С. Мішчанка, да спрошчанага, абмежаванага погляду на матэматыку, матэматычнае мысленне і адукацыю, паколькі не патрабуе ні інтуіцыі, ні патрэбных дастасаванняў, ні іншых відаў матэматычнай культуры, акрамя ўмення фармальна выводзіць з адных меркаванняў другія.

У школьным курсе матэматыкі свядома не ўсё даказваецца і нават упамінаецца. Таму пры выкладанні звяртанне да інтуіцыі ў некаторых выпадках непазбежна і размову патрэбна весці толькі аб тым, у якіх маштабах яно дапушчальна ў кожным раздзеле. Аб стасунках логікі і інтуіцыі ў матэматычнай адукацыі цяжка меркаваць, не маючы ўяўлення пра гістарычнае развіццё навукі. Паколькі на паняцці, якія ўзніклі з вопыту, накладваліся патрабаванні ў выглядзе аксіём, то пачуццёвая інтуіцыя ў некаторых выпадках або поўнаасцю адсутнічала, або была памылковай. Гэта стала прычынай паяўлення многіх неінтуітыўных аб'ектаў або, як вобразна заўважыў Жан Дзьеданэ, «класічных пачвар», напрыклад крывая Пеана, кантынуум Браўэра, невымерныя мноствы, функцыя Вейерштраса і г. д. Многа цікавых неінтуітыўных матэматычных прыкладаў такога роду можна знайсці ў займальным артыкуле Г. Хана⁴. Здавалася б, што логіка перамагае, і на пачатку стагоддзя аксіяматыка падавалася як найбольш здатны фундамент для пабудавання матэматыкі. Аднак потым высвятлілася, што ніводная сістэма аксіём не ахоплівае ўсіх ісцін, гэта значыць, змяшчае сцвярджэнні, якія на аснове гэтых аксіём нельга ні даказаць, ні абвергнуць. Нават, калі такія сцвярджэнні ці іх адмаўленне прыняць у якасці дадатковых аксіём, то і пасля далучэння новай аксіёмы расшыраная сістэма, згодна з тэарэмай Гедэля, усё яшчэ павінна змяшчаць невырашальныя сцвярджэнні. Да цяжкасцей, звязаных з тым, якія асновы матэматыкі лічыць найлепшымі, далучаецца і невырашальная праблема доказу несупярэчлівасці ўсёй матэматыкі. Гэта азначае, што якую б аксіяматычную «філасофію» не ўжываў той ці іншы матэматык у сваёй працы, ён не «застрахаваны» ад сутыкнення з супярэчнасцю.

Таму не трэба пераацэньваць сапраўднае значэнне матэматычнай строгасці і памятаць, што «здоровы сэнс» у выкладанні матэматыкі будзе дарэчы. Як заўважыў Анры Пуанкарэ, у строга лагічнай форме матэматычная дысцыпліна прымае настолькі штучны характар, што ставіць у тупік любога. Забываючы гістарычныя вытокі, мы бачым, як пытанні могуць быць вырашаны, але перастаем разумець, як і чаму яны былі пастаўлены.

Сёння многія адукаваныя людзі не разумеюць, што яшчэ можна адкрыць у матэматыцы. Відаць, гэты кур'ёз абумоўлены стылем вы-

кладання школьнай матэматыкі, дзе разглядаюцца задачы даўно вырашаныя, і вучні не ведаюць пра існаванне шматлікіх нявырашаных матэматычных праблем.

На думку французскага матэматыка Жана Дзьедаанэ, сапраўды прагрэс большай часткай абумоўліваецца паглыбленнем разумення вывучаемых з'яў, якое адбываецца звычайна за кошт уключэння іх у больш шырокія рамкі. Толькі абстракцыя і абагульненне рэальна прыводзяць да знікнення з'яў, уласцівых дастаткова прыватнай сітуацыі і часта маскіруючых сапраўдную сутнасць справы. Таму, у прыватнасці, матэматыка прыйшла да вывучэння такіх агульных абстрактных структур, як група кольца, тапалагічная прастора, банахава прастора і г. д.

Паказальны вывад робіць у сваёй грунтоўнай кнізе Морыс Клайн: «...Правільная матэматыка павінна вызначацца не асновамі (якімі б яны не былі), беспамылковасць якіх можна і аспрэчваць, — аб «правільнасці» матэматыкі патрэбна меркаваць па яе дастасаванасці да рэальнага свету»⁵. Хуткі колькасны і якасны рост выявіў у матэматыцы шэраг супярэчнасцей, якія звычайна называюць «парадоксамі тэорыі мностваў».

Натуральна, што ніхто ніколі не бачыў такіх абстрактных структур, як група кольца, перыядычны лік, функцыянальная прастора, аператар, створаных розумам матэматыкаў. Ці можна гаварыць пра інтуіцыю ў гэтым выпадку? Аказваецца, можна і патрэбна, а прыклады некаторых вышэйшых тыпаў інтуіцыі, якія выкарыстоўваюцца пры даследаванні сучасных абстрактных матэматычных аб'ектаў, прыводзяцца ў змястоўным артыкуле Дзьедаанэ⁶. Інтуіцыя была і застаецца адным з элементаў навуковага даследавання і тым больш ёю трэба карыстацца пры тлумачэнні вучням як класічных, так і сучасных раздзелаў школьнай матэматыкі.

Адзін з ініцыятараў рэформы школьнай матэматычнай адукацыі акадэмік А. М. Калмагораў падкрэслівае: «Тэарэтычна-мносная канцэпцыя не толькі дала асноўны ў цяперашні час стандарт матэматычнай «строгасці», але і дазволіла ў значнай меры разабрацца ў разнастайнасці магчымых матэматычных тэорый і іх сістэматызаваць... Узнікшыя ў самой тэорыі мностваў незразумеласці і нават прамыя супярэчнасці звязаны галоўным чынам з тымі яе галінамі, дзе паняццю бясконцага мноства надаецца агульнасць, залішняя для якіх-небудзь прымяненняў»⁷.

У гэтай сувязі трэба звярнуць увагу на канцэпцыю выкладання матэматыкі, звязаную са спробамі перабудовы школьнага курса на тэарэтычна-мноснай аснове, у прыватнасці, на пытанне аб аптымальным узроўні строгасці, якое распрацаваў галандскі матэматык Г. Фрайдэнталь⁸. Ён рэзка крытыкаваў «дыдактычную інверсію», пры якой канчатковы вынік матэматычнага вывучэння, напрыклад сістэма аксіём, прымаецца за зыходны пункт выкладання. На жаль, амаль не існуе зборнікаў зямальных лагічных задач, з дапамогай якіх, без матэматычнага апарату, можна было б фарміраваць і трэніраваць лагічныя навыкі. Цікавымі ў гэтым плане з'яўляюцца папулярныя кнігі амерыканскага вучонага, спецыяліста ў галіне матэматычнай логікі Раймонда Смаліана⁹.

Прыклад дастасаванняў і прымянення сучаснай матэматыкі ў школьным курсе патрэбны не толькі для таго, каб навучэнцы лепш разумелі прадмет, але і для абуджэння інтарэсаў да яго. Хаця матэматыкі не заўсёды звяртаюць увагу на «крытэрыі практычнага выкарыстання», аб ступені абгрунтаванасці і метаэагоднасці школьнай матэматыкі можна і патрэбна меркаваць па важнейшых магчымасцях яе прымянення.

У заключэнне адзначым, што першы падыход да найбольш важных сцвярджэнняў у школьнай матэматыцы павінен быць інтуітыўным. Сёння развіццё матэматычнай інтуіцыі і выхаванне матэматычнай культуры поруч з уменнем прымяняць матэматычныя метады ў жыцці выступае адной з асноўных мэт матэматычнай адукацыі.

¹ К л а й н М. // Математика: Сб. научно-методических статей. М., 1973. Вып. 3. С. 46.

² Г а х о в Ф. Д. // Там жа. С. 19.

³ Гл.: М и щ е н к о А. С. // Методические проблемы преподавания математики. М., 1987. С. 82.

⁴ Гл.: Х а н Г. // Математики о математике. М., 1972. С. 25.

⁵ К л а й н М. Математика. Утрата определенности. М., 1964. С. 382.

⁶ Гл.: Д ь е д о н н е Ш.//Математики о математике. М., 1982. С. 6.

⁷ Гл.: К о л м о г о р о в А. Н. Математика в ее историческом развитии. М., 1991. С. 67.

⁸ Ф р а й д е н т а л ь Г. Математика как педагогическая задача. М., 1982. Ч. 1; 1983. Ч. II.

⁹ Гл.: С м а л л и а н Р. Как же называется эта книга? М., 1981.

А. У. ПЕРАВОЗНЫ

ДЫДАКТЫЧНЫЯ АСПЕКТЫ ДЫФЕРЭНЦЫРАВАНАГА НАВУЧАННЯ ШКОЛЬНІКАЎ

У цяперашні час, здаецца, ні ў каго не выклікае сумненняў неабходнасць дыферэнцыраванага навучання. Праяўленнямі дыферэнцыяцыі ў сучаснай школьнай адукацыі можна лічыць магчымасць атрымання рознаўзроўневай падрыхтоўкі ў навучальных установах рознага тыпу, а таксама пашырэнне профіляў навучання ў сувязі з паяўленнем новых прадметаў, цыклаў дысцыплін. Стварэнне розных падручнікаў і праграм па аднаму і таму ж прадмету дазваляе выкладчыку выбраць тыя з іх, якія ў найбольшай ступені адпавядаюць магчымасцям школьнікаў.

У апошнія гады ў нашай рэспубліцы актыўна праводзяцца даследаванні па праблемах дыферэнцыяцыі. Так, вывучаліся пытанні пазнавальнай актыўнасці навучэнцаў ва ўмовах дыферэнцыяцыі; унутрыпрадметнай індывідуалізацыі і дыферэнцыяцыі навучання падлеткаў; укаранення ідэй дыферэнцыраванага навучання ў практыку работы школ; арганізацыйна-педагагічнага забеспячэння дыферэнцыраванага навучання ў сельскай школе. Тэарэтычная невырашанасць многіх праблем дыферэнцыраванага навучання адмоўна адбіваецца на практыцы работы школ.

Акрэслім круг праблем, звязаных з дыферэнцыраваным навучаннем, якія знаходзяцца ў цэнтры ўвагі педагагічнай навукі. Перш за ўсё вылучым тыя з іх, што непасрэдна не звязаны з дыферэнцыяцыяй, але істотна ўплываюць на эфектыўнасць яе рэалізацыі на практыцы. Адна з такіх праблем — дакладнае вызначэнне агульнавучэбных уменняў, валоданне якімі абавязковае для ўсіх навучэнцаў. У дыдактыцы рабіліся крокі па вылучэнню такіх уменняў, але гэтыя спробы не атрымалі развіцця. Апрача гэтага, патрабуюцца праграма фарміравання гэтых уменняў сродкамі кожнага прадмета на працягу ўсіх гадоў школьнага навучання, а таксама ўстанаўленне тэрмінаў, у якія гэтыя ўменні павінны быць сфарміраваны. Разам з вызначэннем абавязковых агульнавучэбных уменняў трэба высветліць абавязковыя ўменні па кожнаму прадмету, яго раздзелах. Неабходна адзначыць, што такія спробы рабіліся ў некаторых прыватных метадыках, напрыклад, матэматыкі і рускай (роднай) мовы. Так, з праграм па рускай мове былі выключаны тыя звесткі, якія не ўплывалі непасрэдна на фарміраванне правапісных і моўных уменняў. Мінімізацыя вывучаемага матэрыялу за кошт дугарадных звестак пашырае магчымасці школьнікаў сканцэнтравацца на вывучэнні таго, што ў рэшце рэшт садзейнічае дасягненню асноўнай мэты вывучэння прадмету, сфармуляванай у праграме.

Навошта трэба ўлічваць абавязковыя веды, уменні і навыкі пры ажыццяўленні дыферэнцыраванага навучання? Каб дабівацца іх поўнага засваення большасцю навучэнцаў. Апрача гэтага, ва ўмовах вызначанага базавага ўзроўню ствараецца магчымасць больш дакладна акрэсліць змест навучання для тых школьнікаў, што ўжо авалодалі абавязковымі ведамі і ўменнямі. У аснову як зместу, так і адпаведных яму заданняў і практыкаванняў могуць быць пакладзены наяўныя ўнутры- і міжпрадметныя сувязі дадзенага прадмета, высвятленне якіх з'яўляецца таксама самастойнай праблемай дыдактыкі. Гэтыя сувязі могуць улічвацца і для абагачэння зместу навучання ў спецыялізаваных (профільных) класах.

Зараз, калі мінімум праблем, вырашэнне якіх стварае перадумовы эфектыўнасці дыферэнцыраванага навучання, акрэслены, прыйдзем да вызначэння тых, якія непасрэдна тычацца дыферэнцыраванага навучан-