сутнасць навуковага аналізу палітычных рашэнняў з боку іх адэкватнасці палітычнай свядомасці розных слаёў, груп, грамадства наогул вядуць да таго, што даволі часта вызваленая дэмакратычнымі пераўтварэннямі энергія накіроўваецца на разбурэнне, а не на стварэнне новага.

6. **Эканамічныя фактары** аказваюць рашаючы ўплыў як на ўзровень палітычнай культуры, так і на фарміраванне жыццёвых арыентацый моладзі. Так, нацэленасць на рынак і рынкавыя адносіны абудзіла прагматычную арыентацыю моладзі, а рост беспрацоўя выклікаў страту веры ў будучае.

Веды, набытыя ў галіне прыродазнаўчых, гуманітарных дысцыплін і «прысвоеныя» індывідам, складаюць навуковы кампанент яго светапогляду. Уплыў сацыяльнага асяроддзя спрыяе «прысваенню» сацыяльных норм жыцця і вызначае сацыяльны кампанент светапогляду чалавека, у якім дамінантай з'яўляецца яго мараль, адносіны да другіх людзей і ўсведамленне сябе ў канкрэтным сацыяльным асяроддзі.

Як бачым, светапогляд фарміруецца заўжды індывідуальна і знешне можа не праяўляцца, што патрабуе ад педагогаў, якія працуюць з моладдзю, высокага прафесіяналізму, такту, талерантнасці і ведаў механізма фарміравання перакананняў.

[1] Гл.: Проблемы социализации молодежи: Реф. сборник. М., 1993.
[2] Гл.: Бабосов Е. М. // Вопросы теории и жизнь. М., 1987.

В. А. ЕРАВЕНКА, А. П. СМАНЦАР

АБ НЕКАТОРЫХ ПРАБЛЕМАХ ВЫХАВАННЯ МАТЭМАТЫЧНАЙ КУЛЬТУРЫ ВУЧНЯЎ І СТУДЭНТАЎ

Мэтай матэматычнай адукацыі з'яўляецца не толькі атрыманне магчымасці практычна выкарыстоўваць набытыя веды і ўменні, але і навучанне розным відам тэарэтычнага матэматычнага мыслення —аналогіі, разважанням, абстракцыі, інтуіцыі. Але ў нас да апошняга часу, «у курсе матэматыкі нідзе не навучалі школьнікаў дакладна сфармуляваным правілам і прыёмам разважання... Калі выкладчык у класе даказвае тэарэмы і паказвае прыёмы рашэння задач, то на пытанне, як трэба разважаць, непераканаўча адказвае: «Рабі, як я»[1]. Таму студэнты маюць не вельмі дакладнае ўяўленне аб тэхніцы разважанняў.

Гэтым часткова тлумачыцца тое, што многія людзі адмаўляюцца разумець матэматыку, хоць іменна гэта навука апелюе да асноўных прынцыпаў логікі. І такіх людзей, відаць, большасць. «Тут, — як адзначаў Анры Пуанкарэ, — маецца праблема, якая нялёгка рашаецца, але якая павінна займаць усіх жадаючых прысвяціць сябе справе адукацыі»[2].

І сёння больш за ўсё разнагалоссяў выклікае пытанне аб тым, што такое матэматычны доказ. З часоў Арыстоцеля, на працягу больш чым двух тысячагоддзяў, меркавалася, што матэматычны доказ — гэта ясны і бясспрэчны працэс. Потым матэматыкі пачалі ўсведамляць, што асновы логікі — таксама вынік чалавечага вопыту, і паўстала пытанне: якія ж лагічныя аксіёмы можна лічыць пераканаўчымі. Як піша Морыс Клайн: «Хто ведае, лічылі б мы, што прымальныя сёння лагічныя прынцыпы застануцца гэткімі і надалей, калі б не была іх рэпутацыя такой бездакорнай у мінулым?»[3]. Гэтай пахвальнай характарыстыцы мы абавязаны логіцы Арыстоцеля, які выдзеліў фармальныя законы мыслення, абстрагіраваў іх ад прыватнасцей і выявіў, што гэтыя законы універсальна прымянімыя, у тым ліку — у матэматыцы. Таму ўжыванне якой-небудзь галіной прыкладной навукі матэматычных метадаў даследавання заўсёды азначала дасягненне ёю пэўнага ўзроўню сталасці.

Хаця многія школьнікі не стануць матэматыкамі, але ім не пашкодзіць у будучым веданне элементарных раздзелаў матэматыкі. Дарэчы, некаторыя вучоныя, напрыклад А. Г. Поснікаў, лічаць, што «чалавек не можа быць не здольны да матэматыкі... Усё, а дакладней, амаль усё ў руках чалавека»[4].

Першасным матэматычным паняццем з'яўляецца дасканалае азначэнне. А што звычайна разумеюць пад дасканалым азначэннем? Для спецыялістаў гэта — азначэнне, якое задавальняе правілам фармальнай логікі. Дасканалым азначэннем трэба лічыць тое, якое зразумела вучням. Але патрэбна мець на ўвазе, што слова «зразумела» залежыць ад узроўню строгасці ў навучанні, яно, увогуле, рознае для студэнтаў-матэматыкаў і для вучняў сярэдняй школы, не гаворачы ўжо аб тым, што азначэнні, зразумелыя для адных людзей, не супадаюць з азначэннямі, прыдатнымі для другіх.

Палажэнне аб ролі азначэнняў добра распрацавана Анры Пуанкарэ: «У пачатковых школах для азначэння дробу разразаюць яблыка ці пірог, зразумела, разразанне адбываецца ў думках, а не ў сапраўднасці. У вышэйшай школе ці на факультэтах, насупраць, скажуць: дроб — гэта сукупнасць двух цэлых лікаў, падзеленых гарызантальнай лініяй... Такое азначэнне будзе тут слушным, таму што яго падносяць маладым людзям, якія ўжо даўно засвоілі паняцце аб дробах — яны ўжо дзялілі яблыкі...»[5]. Залішняя строгасць і зафармалізаванасць азначэнняў на пачатковай стадыі навучання можа прывесці да няправільнага фарміравання паняццяў. А для больш высокага ўзроўню навучання, сцвярджае А. Я. Хінчын, «за азначэнне новага паняцця можа быць узята толькі такая фармулёўка, якая поўнасцю, без астатку зводзіць яго ўжо к вядомым у дадзеным курсе паняццям»[6].

Азначэнне як лагічны прыём павінна падпарадкоўвацца пэўным патрабаванням ці правілам. Некаторыя з іх апісаны М. Р. Куваевым. Напрыклад, азначэнне не павінна быць супярэчлівым, таўталагічным, але павінна быць мінімальным[7].

Л. Д. Кудраўцаў дадае, шо «часта меркаванне аб цяжкасці вывучэння матэматыкі звязана з туманным і недакладным яе расказваннем на інтуітыўным узроўні... Чоткае ўвядзенне матэматычнага паняцця ў параўнанні з увядзеннем яго на інтуітыўным узроўні, як правіла, апраўдвае сябе пры яго прымяненні, дазваляе яго правільна выкарыстоўваць і не мае патрэбы ў дадатковых паясненнях»[8].

Адсутнасць дакладных азначэнняў і абазначэнняў можа тармазіць развіццё пэўных раздзелаў матэматыкі. Гэта можна бачыць на прыкладзе тэорыі абагульнёных функцый. Яна практычна з'явілася адразу ў некалькіх галінах матэматыкі і тэхнікі, але змагла дасягнуць тэарэтычнай сталасці і пэўнага завяршэння толькі тады, калі Л. Шварц выкарыстаў для абгрунтавання «новых функцый» паняцце функцыянала. І нават да апошняга часу прымяненне абагульненых функцый у нелінейных дыферэнцыяльных ураўненнях было абмежаваным, таму што нельга было перамножваць, пакуль гэта праблема не была разгледжана і вырашана французскім матэматыкам Ж. Каломбам у выглядзе элементаў спецыяльных алгебраў.

Сярод велізарнага ліку пытанняў, якія заслугоўваюць увагі ў метадыцы выкладання матэматыкі, акадэмік Ф. Д. Гахаў вылучаў пытанне аб граніцах строгасці доказаў, дакладнасці фармулёвак і дапушчальнасці звяртання да інтуіцыі. Па меркаванні Ф. Д. Гахава, «педагагічны ідэал правядзення любога доказу заключаецца ў тым, каб з яго былі выгнаны ўсе элементы выпадковасці і штучнасці, каб усе этапы яго лагічна выцякалі з некаторай агульнай ідэі»[9]. Трэба адзначыць, што такі ідэал матэматычнай строгасці патрабуе, каб кожнае матэматычнае сцверджанне з'яўлялася ці аксіёмай ці тэарэмай, якая павінна быць доказана. Практычна такая мэта недасягальна. Гэта звязана з нядаўна выяўленай асаблівасцю пазнавання, неўласцівай матэматыцы, якая заключаецца ў тым, што нельга быць загадзя ўпэўненым, што адказ на пытанне можа быць заўсёды толькі «так» ці «не». Напрыклад, з прац Рэдаля аб непаўнаце і Коэна аб кантынуум-гіпотэзе сталі вядомы прыклады невырашальных праблем.

З другога боку, калі не прытрымлівацца пэўнай строгасці ў фармулёўках тэарэм і іх доказаў, то такое выкладанне наўрад ці можна лічыць матэматычным. Узровень строгасці доказу павінен адпавядаць узроўню матэматычнага развіцця вучняў і студэнтаў. Акрамя таго, у плане бесперапыннай матэматычнай падрыхтоўкі з'яўляецца важнай агульнасць патрабаванняў, якія ставяцца да азначэнняў, фармулёвак і доказаў, хоць для розных узроўняў навучання павінны быць і розныя ўзроўні строгасці. Самы лепшы аргумент у абарону строгасці той ці іншай метадычнай канцэпцыі — гэта вопыт, але, на жаль, педагагічны эксперымент цяжка правесці дастаткова чыста і пераканаўча.

Паняцце «тэарэма» у матэматыцы вылучаецца тым, што гэта сцверджанне, якое трэба даказаць. Цяжкасці вучняў пры спробе атрымаць доказ тэарэмы часта пачынаюцца з неразумення яе ўмоў і заключэння. Таму пытанне аб фармулёўцы і структуры тэарэмы — адно з важнейшых у сістэме навучання лагічнаму мысленню. Логіка вылучае тры структурныя элементы тэарэмы: пасылка (умова), тэзіс (сцверджанне, заключэнне) і дэманстрацыя (доказ). Сказ, які апісвае ўмову і заключэнне тэарэмы, называюць яе фармулёўкай. Патрабаванні, якія прад'яўляюцца да фармулёўкі тэарэмы, уключаюць у сябе паўнату і якасць умоў і дакладнасць заключэння. Часткова гэтыя патрабаванні правяраюцца на контрпрыкладах. Для добрага засваення, запамінання і разумення фармулёвак тэарэм, на наш погляд, мэтазгодна важнейшым тэарэмам даваць лаканічныя, вобразныя назвы.

Вядомы трактат Н. Бурбакі «Начала математики» адкрываецца словамі: «З часоў грэкаў сцвярджаць «матэматыка» — значыць сцвярджаць «доказ»[10]. Доказ, у агульнапрынятым ужыванні гэтага слова, гэта ўсяго толькі разважанне, якое павінна ўпэўніць нас настолькі, што мы самі будзем гатовы ўпэўніваць у яго існасці іншых. Удакладненне — гэта адна з важнейшых задач матэматыкі. Класіфікацыя розных тыпаў доказаў і памылак у доказах прыведзена ў працы М. Р. Куваева[11].

Прафесіяналам добра вядома, што матэматычныя веды, якія выкладаюцца ў сярэдняй школе і на першых курсах вывучэння матэматыкі ў вышэйшых навучальных установах, дабытыя чалавецтвам даўно. Для творчага засваення гэтых ведаў патрэбны пэўныя намаганні не толькі з боку навучэнца, але і выкладчыка. На думку акадэміка А. М. Калмагорава, «ад выкладчыка матэматыкі і ў вышэйшай, і ў сярэдняй школе патрабуецца не толькі цвёрдае веданне навукі, што ён выкладае. Добра выкладаць матэматыку зможа толькі чалавек, які сам ёю захоплены і ўспрымае яе жывую навуку ў стадыі развіцця»[12].

На жаль, не існуе дакладных рэцэптаў, як трэба выкладаць розныя раздзелы матэматыкі. Як вобразна адзначыў вядомы матэматык Л. Д. Кудраўцаў, «методыка выкладання матэматыкі не навука, а мастацтва. Праўда, гэта зусім не азначае, што методыцы выкладання матэматыкі не трэба вучыць. Усялякаму мастацтву можна і належыць вучыць»[13].

На наш погляд, у сярэдняй школе патрэбна выкладаць не «завершаную» матэматыку, а матэматыку як від дзейнасці. У гэтых адносінах вышэйшая школа знаходзіцца ў лепшым становішчы, таму што ў ёй даўно і паспяхова працуе сістэма спецкурсаў і навукова-даследчых семінараў. Спашлёмся таксама на думку галандскага матэматыка Р. Фрайдэнталя аб аптымальным узроўні строгасці: «Для школьнага навучання зусім дастаткова лакальнага ўпарадкавання матэрыялу, а не сістэматычнай пабудовы фрагмента тэорыі»[14].

У заключэнне дададзім, што дасканалае азначэнне, правільная фармулёўка тэарэмы і яе пераканаўчы доказ дапамагаюць усвядоміць лагічную структуру нёзнаемай матэматычнай тэорыі, а таксама яны дазваляюць прывіваць вучням навыкі лагічных разважанняў праз знаёмства з узорамі бездакорных разважанняў і развіццё іх матэматычнай культуры.

1 Болтянский В. Г.//Математика в школе. 1973. № 1. С. 41.
2 Пуанкаре А. О науке. М., 1990. С. 465.
3 Клайн М. Математика. Утрата определенности. М., 1984. С. 359.
4 Постников А. Д. Культура занятий математикой. М., 1975. С. 22.
5 Пуанкаре А. Указ. соч. С. 468.
6 Хинчин А. Я. Педагогические статьи. М., 1963. С. 89.
7 Куваев М. Р. Методика преподавания математики в вузе. Томск, 1990. С. 31.
8 Кудрявцев Л. Д. Современная математика и ее преподавание. М., 1980. С. 106.
9 Гахов Ф. Д.//Математика: Сб. науч.-метод. статей. М., 1973. Вып. 3. С. 20.
10 Бурбаки Н. Начало математики / Пер. с франц. Ч. 1. М., 1965. С. 23.
11 Гл.: Куваев М. Р. Указ. соч. С. 105 і наст.
12 Колмогоров А. Н. Математика — наука и профессия. М., 1988. С. 23.
13 Кудрявцев А. Д. Указ. соч. С. 112.
14 Фрайдэнталь Г. Математика как педагогическая задача. Ч. 1. М., 1982. С. 62.