

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебной работе и  
образовательным инновациям

О.Н. Здрок

«26» Июня 2020 г.

Регистрационный № УД 8921/уч.



**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОФАЗНЫХ,  
ДИСПЕРСНЫХ СРЕД И СОПРЯЖЕННЫХ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ**

**Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности**

1-31 80 04 Механика и математическое моделирование  
*Профилизация: Теоретическая и прикладная механика*

Минск, 2020 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 80 04-2019 и учебного плана № G31-019/уч., утвержденного 11.04.2019.

**СОСТАВИТЕЛЬ:**

**Бровка Г. П.**, профессор кафедры теоретической и прикладной механики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор технических наук, доцент.

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:** Журавский Геннадий Иванович, д. т. н., главный научный сотрудник Института тепло-и массообмена НАН Беларуси

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ**

Кафедрой теоретической и прикладной механики механико-математического факультета Белорусского государственного университета (протокол № 11 от 16.06.2020)

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 5 от 17.06.2020)

Зав.кафедрой \_\_\_\_\_

М.А. Журавков

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### **Цели и задачи учебной дисциплины**

**Целью** учебной дисциплины «Математическое моделирование многофазных, дисперсных сред и сопряженных задач механики» является повышение общепрофессионального уровня подготовки студентов, получение новых знаний по специальным разделам современной механики – геомеханики, физико-химической механики дисперсных сред, тепломассопереноса в горных породах.

### **Задачи учебной дисциплины:**

- знакомство с процессами тепломассопереноса и преобразования структуры в дисперсных средах, как основы формирования прочностных и реологических и теплофизических свойств геомеханических объектов;
- знакомство с классификацией задач геомеханики и тепломассопереноса;
- знакомство с механико-математическими моделями решения различных сопряженных задач геомеханики и тепломассообмена в горных породах;
- знакомство с современными подходами численного решения модельных задач геомеханики;
- развитие профессионального мышления, которое обеспечивает специалисту возможность свободно оперировать профессиональными знаниями, видеть проблемы и пути их решения в научно-производственной деятельности.

**Место учебной дисциплины** в системе подготовки специалиста с высшим образованием (магистра).

Учебная дисциплина относится к модулю "Математическое моделирование физических процессов" компонента учреждения высшего образования.

**Связи** с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Данная дисциплина опирается и использует знания ранее изучаемых дисциплин: «Механика сплошной среды», «Математические методы механики деформируемого твёрдого тела и основы механики разрушения»; «Численные методы механики сплошной среды».

### **Требования к компетенциям**

Освоение учебной дисциплины «Математическое моделирование многофазных, дисперсных сред и сопряженных задач механики» должно обеспечить формирование **специализированной компетенции:**

- СК-7. Быть способным использовать аналитические, приближенные и численные методы решения сопряженных задач геомеханики и теплообмена в горных породах с учетом фазовых переходов в массивах горных пород и подземных сооружений.

В результате изучения студент должен:

**знать:**

- классификацию сопряженных задач геомеханики и теплообмена в горных породах;
- современные подходы и методы к построению механико-математических аналогов сопряженных задач геомеханики и теплообмена в горных породах;
- современные методы решения модельных сопряженных задач геомеханики и теплообмена в горных породах.

**уметь:**

- осуществлять постановку сопряженных краевых задач геомеханики с фазовыми переходами в дисперсных средах;
- осуществлять математическое и численное решение модельных задач геомеханики с фазовыми переходами в дисперсных средах;
- совершенствовать классические модели геомеханики с учетом фазовых переходов в массивах горных пород и подземных сооружений;
- выполнять анализ и обобщение результатов решения и моделирования, выдавать рекомендации и заключения.

**владеть:**

- современными подходами и методами, аналитическими решениями прикладной математики для эффективного решения сопряженных задач современной геомеханики;
- современными технологиями численного моделирования и решения задач геомеханики.

**Структура учебной дисциплины**

Дисциплина изучается в 3 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Математическое моделирование многофазных, дисперсных сред и сопряженных задач механики» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 108 часов, в том числе 36 аудиторных часов, из них: лекции – 18 часов, лабораторные занятия – 18 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации по учебной дисциплине – зачет.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

- Тема 1 Термодинамика равновесного состояния воды в горных породах в различных температурно-влажностных режимах**  
Термодинамическое равновесие во влажных дисперсных материалах. Основные термодинамические характеристики связанной воды в дисперсных средах. Фазовое равновесие воды в горных породах при отрицательных температурах.
- Тема 2 Процессы переноса тепла и влаги во влажных горных породах**  
Способы переноса вещества и теплоты. Температурное поле. Тепловой поток. Законы Фика и Фурье. Вывод уравнений переноса. Уравнение теплопроводности в различных координатах. Формулировка задач тепло - и влагопроводности. Краевые условия. Начальные условия. Виды граничных условий. Критерии и числа подобия.
- Тема 3 Преобразования структуры в горных породах в неоднородных температурных и влажностных полях**  
Теоретические исследования миграция влаги и преобразования структуры при промерзании природных дисперсных сред. Математические модели преобразования структуры в неоднородных температурных и влажностных полях. Закономерности преобразования структуры горных пород в неоднородных температурных и влажностных полях.
- Тема 4 Влияние компонентного состава и структурных параметров на характеристики переноса тепла в горных породах**  
Теория обобщенной проводимости. Методы моделирования структуры неоднородных дисперсных сред. Методы моделирования теплопроводности многокомпонентных дисперсных сред.
- Тема 5 Расчет и визуализация температурных полей при заморозке горных пород для проходки шахтных стволов в сложных гидрогеологических условиях**  
Решение классической задачи Стефана. Приближенные формулы для расчета параметров промерзания-оттаивания. Расчет и визуализация задачи Стефана. Математической модель и расчетной схемы теплообмена при заморозке горных пород. Структура и проанализировать прикладной компьютерной программой Cryos 3D для заморозки горных пород с помощью трубчатых теплообменников.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### Дневная форма получения образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов						Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное	Количество часов УСР	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	<b>Термодинамика равновесного состояния воды в горных породах в различных температурно-влажностных режимах</b>	2						Устный опрос, собеседование
2	<b>Процессы переноса тепла и влаги во влажных горных породах</b>	4			4			Устный опрос, собеседование
3	<b>Преобразования структуры в горных породах в неоднородных температурных и влажностных полях</b>	4			4			Устный опрос, защита научно-исследовательских эссе
4	<b>Влияние компонентного состава и структурных параметров на характеристики переноса тепла в горных породах</b>	4			4			Устный опрос, отчет по индивидуальным работам с устной защитой
5	<b>Расчет и визуализация температурных полей при заморозке горных пород для проходки шахтных стволов в сложных гидрогеологических условиях</b>	4			6			Защита научно-исследовательских эссе
	<b>Итого</b>	<b>18</b>			<b>18</b>			

## **ИНФОРМАЦИОННО - МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

### **Перечень основной литературы**

1. Булычев Н.С. Механика подземных сооружений. –М.:Недра, 1982.
2. Цытович Н.А., Тер-Мартirosян З.Г. Основы прикладной геомеханики в строительстве: Учеб. пособие – М.:Высш. Школа, 1981. 317 с.
3. Лыков А. В. Теория теплопроводности. – М.:Высшая школа, 1967 –599 с.
4. Вялов С. С. Реологические основы механики грунтов. – М.: Высшая школа, 1978. – 447 с.
5. Цытович Н. А. Механика мерзлых грунтов. – М.: Высшая школа, 1973. – 446 с.
6. Цытович Н. А. Механика грунтов. – М.: Высшая школа, 1983. – 288 с.
7. Дерягин Б. В., Чураев Н. В., Муллер В. М.11. Поверхностные силы. – М.: Наука, 1985. – 396 с.
8. Амарян Л. С. Свойства слабых грунтов и методы их изучения. – М.: Недра, 1990. -220 с.
9. Прочность и ползучесть мерзлых грунтов и расчеты ледогрунтовых ограждений. Под редакцией Вялова С. С. – М.: Из-во АН СССР, 1962,254 с.
10. Бровка Г.П. Взаимосвязанные процессы тепло-и массопереноса в природных дисперсных средах. – Минск :«Беларуская навука» , 2011 – 363 с.
11. Дульнев Г. Н., Новиков В. В.370. Процессы переноса в неоднородных средах. – Л.: Энергatomиздат, 1991. – 248 с.
12. Основы мерзлотного прогноза при инженерно-геологических исследованиях. Учебное пособие. М. :Издательство "Геоинфо", 2016, 512 с.
13. Трофимов В. Т. Теоретические аспекты инженерной геологии. – М: Изд-во "Академическая наука" ООО "Геомаркетинг", 2019. –280 с.

### **Перечень дополнительной литературы**

1. Комаров И. А. Термодинамика и теплообмен в дисперсных горных породах. – М.:научный мир, 2003. –603 с.
2. Основы мерзлотного прогноза при инженерно-геологических исследованиях.: Учебное пособие, под ред. Гарагули Л. С. и Брушкова А. В. – М.: Изл-во "Геоинфо", 2016 – 512 с.
3. Савельев Б. А.120. Физико-химическая механика мерзлых пород. – М.: Недра, 1989. – 211 с.

4. Бровка Г. П. Тепло- и массоперенос в природных дисперсных системах при промерзании. – Минск: Навука і тэхніка, 1991. – 191 с.
5. Лыков А. В. Теоретические основы строительной теплофизики.– Минск: Из-во АН БССР, 1961 –519 с.

### **Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки**

Диагностика результатов учебной деятельности по дисциплине «Математическое моделирование многофазных, дисперсных сред и сопряженных задач механики» проводится, как правило, во время аудиторных занятий. Для диагностики используются:

- отчет по индивидуальным работам с устной защитой;
- защита научно-исследовательских эссе;
- устный опрос;
- собеседование.

Оценка за ответы на лекциях (опрос) и лабораторных занятиях включает в себя полноту ответа, наличие аргументов, примеров из практики. Оценка эссе формируется на основе следующих критериев: оригинальность (новизна) постановки проблемы и способа ее интерпретации/решения, самостоятельность и аргументированность суждений, грамотность и стиль изложения.

Контрольные мероприятия проводятся в соответствии с учебно-методической картой дисциплины.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Математическое моделирование многофазных, дисперсных сред и сопряженных задач механики» учебным планом предусмотрен зачет.

Для студентов, пропустивших контрольные мероприятия или получивших неудовлетворительную оценку, решение о повторном проведении контрольного мероприятия выносится в соответствии с положением о рейтинговой системе оценки знаний студентов по дисциплине в Белорусском государственном университете.

Итоговая оценка формируется на основе 3-х документов:

1. Правила проведения аттестации (Постановление Министерства образования Республики Беларусь № 53 от 29.05.2012 г.).
2. Положение о рейтинговой системе БГУ (приказ ректора БГУ от 31.03.2020 № 189 - ОД).
3. Критерии оценки студентов (10 баллов) (Письмо Министерства образования Республики Беларусь от 22.12.2003 № 21-04-1/105).

Весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в рейтинговую оценку:

- ответы при собеседовании, устном опросе – 30 %;
- отчеты по индивидуальным работам с устной защитой – 30 %;
- защита научно-исследовательских эссе – 40 %.



Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценка по текущей успеваемости составляет 40%, экзаменационная оценка – 60%.

### **Примерный перечень заданий для самостоятельной работы студентов**

Форма контроля знаний – отчет по индивидуальным работам с устной защитой; защита научно-исследовательских эссе.

#### *Тема 2. Процессы переноса тепла и влаги во влажных горных породах*

Привести теоретическое обоснование моделей миграция влаги и морозного пучения при промерзании горных породах. Построить математические и численные модели миграция влаги и морозного пучения при промерзании горных пород. Описать алгоритмы решения указанных задач.

#### *Тема 4. Влияние компонентного состава и структурных параметров на характеристики переноса тепла в горных породах*

Привести теоретическое обоснование обобщенной проводимости неоднородных материалов. Охарактеризовать методы расчета коэффициентов теплопроводности неоднородных сред с учетом их компонентного состава и структурных параметров. Выполнить анализ данных по зависимостям коэффициентов теплопроводности неоднородных дисперсных сред от их компонентного состава и структурных параметров.

#### *Тема 5. Расчет и визуализация температурных полей при заморозке горных пород для проходки шахтных стволов в сложных гидрогеологических условиях*

Провести обоснование математической модель и расчетной схемы теплообмена при заморозке горных пород. Описать структуру и проанализировать руководство пользователя прикладной компьютерной программой Cryos 3D для заморозки горных пород с помощью трубчатых теплообменников. Выполнить анализ закономерностей формирования температурных полей при заморозке горных пород с помощью трубчатых теплообменников.

### **Примерная тематика лабораторных занятий**

*Занятие 1.* Тема 2. Процессы переноса тепла и влаги во влажных горных породах.

*Занятие 2.* Тема 3. Преобразования структуры в горных породах в неоднородных температурных и влажностных полях.

*Занятие 3.* Тема 4. Влияние компонентного состава и структурных параметров на характеристики переноса тепла в горных породах.

*Занятие 4.* Тема 5. Расчет и визуализация температурных полей при заморозке горных пород для проходки шахтных стволов в сложных гидрогеологических условиях.

## **Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины**

«Математическое моделирование многофазных, дисперсных сред и сопряженных задач механики»

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- использование процедур, способов оценивания, фиксирующих формирование профессиональных компетенций.

### **Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся**

При изучении учебной дисциплины следующие формы самостоятельной работы:

- поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников по индивидуально заданной проблеме дисциплины;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельную проработку;
- подготовка к лекциям и лабораторным занятиям;
- работы, предусматривающие подготовку: отчетов по индивидуальным работам с устной защитой и защиты научно-исследовательских эссе.

Тем самым, имеется в виду постепенное превращение обучения в самообучение, когда магистрант должен получать знания главным образом за счет креативной самостоятельной работы, самостоятельно осуществляя поиск необходимой информации и созидательно прорабатывая ее с тем, чтобы выполнить необходимые умозаключения и получить результаты.

В этом случае, выполняя учебные задачи, магистранты самостоятельно приобретают новые знания, навыки и умения (в частности, умение анализировать и принимать решения в нестандартных ситуациях), что очень важно для эффективной будущей самостоятельной профессиональной деятельности.

### **Тематика научно-исследовательских эссе**

Научно-исследовательские эссе защищаются путем презентации результатов выполнения работы, которая должна содержать: постановку проблемы и основные цели работы; перечень задач, которые необходимо решить для достижения основной цели; подходы к решению сформулированных задач; алгоритмы и примеры численной реализации: выводы и заключение.

- Термодинамический подход при оценке состояния воды в горных

- породах в различных температурно-влажностных режимах.
- Роль поверхностных явлений в формировании напряженно-деформированного состояния во влажных горных породах.
  - Особенности математического описания переноса тепла во влажных горных породах.
  - Особенности математического описания переноса влаги во влажных горных породах.
  - Математическое моделирование преобразования структуры в горных породах в неоднородных температурных полях.
  - Математическое моделирование преобразования структуры в горных породах в неоднородных влажностных полях.
  - Основы методики аналитических расчетов влияние компонентного состава и структурных параметров на характеристики переноса тепла в горных породах.
  - Основы методики численных расчетов влияние компонентного состава и структурных параметров на характеристики переноса тепла в горных породах.
  - Основы методов аналитического и численного расчетов температурных полей при промерзании влажных грунтов.
  - Основы методов расчета температурных полей при заморозке горных пород для проходки шахтных стволов в сложных гидрогеологических условиях

### **Примерный перечень вопросов к зачету**

- Категории связанной воды в горных породах.
- Термодинамическое равновесие во влажных горных породах.
- Фазовое равновесие воды в горных породах при отрицательных температурах
- Процессы переноса во влажных горных породах.
- Теоретические исследования миграция влаги и морозного пучения при промерзании горных пород.
- Математические и численные модели миграция влаги и морозного пучения при промерзании горных пород.
- Теоретические предпосылки процессов тепло- и массопереноса и криогенного структурообразования в горных породах.
- Математические модели преобразования структуры горных пород в неоднородных температурных и влажностных полях.
- Компьютерное моделирование преобразования структуры в горных породах.

- Расчет коэффициентов теплопроводности неоднородных сред с учетом их структурных параметров.
- Расчет коэффициентов теплопроводности неоднородных дисперсных сред методом динамических структурных элементов.
- Математическая модель и расчетная схема теплообмена при заморозке горных пород.
- Прикладная компьютерная программа Cryos 3D для заморозки горных пород с помощью трубчатых теплообменников.
- Закономерности формирования температурных полей при заморозке горных пород с помощью трубчатых теплообменников.

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1 семестр	Кафедра теоретической и прикладной механики	Нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 11 от 14.06.2019 г.)
2. Решение прикладных задач механики в специализированных пакетах	Кафедра теоретической и прикладной механики	Нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 11 от 16.06.2019 г.)
3. Механика неупругого и нелинейного деформирования твердого тела	Кафедра теоретической и прикладной механики	Нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 11 от 14.06.2019 г.)

## ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УВО

на \_\_\_\_/\_\_\_\_ учебный год

№п/ п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры теоретической и прикладной механики (протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.)

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета \_\_\_\_\_