БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
и образовательным инновациям
_____ О.Н.Здрок
«___» _____ 2020 г.
Регистрационный № УД-8879/уч.

Статистические методы экономики

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:

1-31 03 01 Математика (по направлениям)
Направление специальности
1-31 03 01-03Математика (экономическая деятельность)

2020 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01-2013 и учебного плана, № G31-139/уч. от 30.05.2013 по специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям) направление специальности 1-31 03 01-03 Математика (экономическая деятельность)

СОСТАВИТЕЛИ:

Бахтин Виктор Иванович, профессор кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Пыжкова Ольга Николаевна, заведующий кафедрой высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный технологический университет», кандидат физико-математических наук, доцент

Вениамин Григорьевич Кротов, заведующий кафедрой теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой функционального анализа и аналитической экономики (протокол № 12 от 04.06.2020);

Научно-методическим Советом БГУ

(протокол № 5 от 17.06.2020)

Зав. кафедрой ФАиАЭ, профессор _____ А.В. Лебедев

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины — повышение уровня профессиональной компетентности в применении современных статистических методов анализа конкретных экономических данных в практической деятельности, в том числе изучение основных статистических методов решения экономических задач, а также расширение математического кругозора.

Задачи учебной дисциплины:

1. Ознакомление с основными понятиями и методами математической статистики.
2. Усвоение навыков построения статистических моделей экономических задач.
3. Усвоение навыков исследования с помощью статистических моделей зависимостей между экономическими переменными и построения прогнозов.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к циклу специальных дисциплин государственного компонента.

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Изучение дисциплины базируется на знаниях дисциплин «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Теория вероятностей».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Статистические методы экономики» должно обеспечить формирование следующих академических, социально-личностных и профессиональных компетенций:

академические компетенции:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

социально-личностные компетенции:

СЛК-1. Обладать качествами гражданственности.

СЛК-4. Владеть навыками здоровьесбережения.

СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.

СЛК-6. Уметь работать в команде.

профессиональные компетенции:

ПК-3. Применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности и в областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности.

ПК-5. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области математики и информационных технологий.

ПК-27. Реализовывать инновационные проекты в профессиональной деятельности.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

– постановку основных задач математической статистики и эконометрики;
– способы построения точечных и интервальных статистических оценок;
– основные методы проверки гипотез;
– свойства многомерного нормального расрпределения;
– методы линейной регрессии;
– основные методы многомерного статистического анализа;
– основные понятия и методы анализа временных рядов;

уметь:

– использовать основные закономерности случайных явлений;
– применять методы математической статистики на практике;

владеть:

– прикладными методами математической статистики.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 6,7 семестрах. Всего на изучение учебной дисциплины «Статистические методы экономики» отведено:

– для очной формы получения высшего образования– 292 часов, в том числе 140 аудиторных часов, из них: лекции – 70 часов, лабораторные занятия – 58 часов, управляемая самостоятельная работа – 12 часов.

– в 6 семестре 116 часов, в том числе аудиторных занятий – 68 часов, из них лекции – 34 часа, лабораторные занятия – 28 часов, УСР – 6 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы

Форма текущей аттестации по учебной дисциплине – зачет;

– в 7 семестре 176 часов, в том числе аудиторных занятий – 72 часа, из них лекции – 36 часов, лабораторные занятия – 30 часов, УСР – 6 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 5 зачетных единиц.

Форма текущей аттестации – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Статистическое оценивание параметров

Тема 1.1. Предмет математической статистики и эконометрики
Тема 1.2. Основные понятия математической статистики
Тема 1.3. Эмпирические распределения и выборочные оценки
Тема 1.4. Квантили и *p*-уровни
Тема 1.5. Метод моментов для построения оценок
Тема 1.6. Неравенство Рао–Крамера
Тема 1.7. Эффективные и асимптотически эффективные оценки
Тема 1.8. Метод максимального правдоподобия
Тема 1.9. Условные математические ожидания.
Тема 1.10. Условные распределения.
Тема 1.11. Байесовские оценки
Тема 1.12. Достаточные статистики.
Тема 1.13. Интервальное оценивание параметров

Раздел 2. Статистическая проверка гипотез

Тема 2.1. Основные понятия статистической проверки гипотез
Тема 2.2. Решающее правило Неймана–Пирсона
Тема 2.3. Проверка простой гипотезы против сложной альтернативы
Тема 2.4. Критерии согласия.
Тема 2.5. Критерий отношения правдоподобия для сложных гипотез
Тема 2.6. Байесовские решающие правила

Раздел 3. Многомерное нормальное распределение

Тема 3.1. Определения и свойства многомерного нормального распределения
Тема 3.2. Метрика Махаланобиса
Тема 3.3. Условное нормальное распределение
Тема 3.4. Вращения и проекции нормальных распределений
Тема 3.5. Выборочное среднее и ковариации многомерного нормального распределения
Тема 3.6. Оценки максимального правдоподобия для параметров нормальных распределений
Тема 3.7. Выборочные корреляции

Раздел 4. Линейная регрессия

Тема 4.1. Линейная регрессия случайных величин
Тема 4.2. Множественная и частная корреляции
Тема 4.3. Многомерные выборочные оценки
Тема 4.4. Метод наименьших квадратов
Тема 4.5. Модель множественной линейной регрессии

Раздел 5. Некоторые задачи многомерного статистического анализа

Тема 5.1. Метод главных компонент
Тема 5.2. Дискриминантный и кластерный анализ
Тема 5.3. T^2-статистика Хотеллинга
Тема 5.4. Сравнение математических ожиданий

Раздел 6. Временные ряды

Тема 6.1. Временные ряды
Тема 6.2. Оценки параметров временных рядов
Тема 6.3. Временные ряды авторегрессии
Тема 6.4. Временные ряды скользящего среднего
Тема 6.5. Временные ряды авторегрессии и проинтегрированного скользящего среднего
Тема 6.6. Временные ряды с трендом

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	**Статистическое оценивание параметров**	**22**			**16**		**4**	
1.1	**Предмет математической статистики и эконометрики.** Основные задачи математической статистики. Эконометрика как приложение статистических методов в экономике	**1**			**1**			
1.2	**Основные понятия математической статистики.** Семейства распределений, выборки, статистики, оценки. Состоятельность и несмещенность оценок. Матрицы вариаций и ковариаций для оценок	**1**			**1**			
1.3	**Эмпирические распределения и выборочные оценки.** Выборочные моменты и функции распределения, их состоятельность и асимптотическая нормальность. Выборочная плотность (гистограмма)	**1**			**1**			
1.4	**Квантили и *p*-уровни.** Равномерное распределение *p*-уровня. Состоятельность выборочных квантилей. Вариационный ряд	**1**			**1**		**2**	проверка индивидуальных заданий
1.5	**Метод моментов для построения оценок.** Его состоятельность. Метод обобщенных моментов	**2**			**1**			
1.6	**Неравенство Рао–Крамера.** Количество информации по Фишеру. Неравенство информации как принцип неопределенности	**2**			**1**			
1.7	**Эффективные и асимптотически эффективные оценки.** Критерий эффективности	**2**			**1**			

1.8	**Метод максимального правдоподобия.** Правдоподобность эффективных оценок и алгоритм нахождения эффективных оценок. Регулярные семейства плотностей, их свойства. Состоятельность, асимптотическая нормальность и асимптотическая эффективность оценок максимального правдоподобия	**2**			**1**		**2**	устный опрос, проверка индивидуальных заданий
1.9	**Условные математические ожидания.** Их свойства. Представление условного математического ожидания одной случайной величины по отношению к другой в виде функции от последней	**2**			**1**			
1.10	**Условные распределения.** Простейшие примеры. Формула Байеса. Проблема существования условных распределений. Критерий независимости случайных величин	**2**			**1**			
1.11	**Байесовские оценки.** Априорное распределение, функционал риска. Построение байесовских оценок для квадратичной функции потерь	**2**			**2**			
1.12	**Достаточные статистики.** Теорема Колмогорова–Блекуэлла–Рао. Критерий факторизации Неймана–Фишера. Экспоненциальные семейства распределений	**2**			**2**		**2**	контрольная работа
1.13	**Интервальное оценивание параметров.** Доверительные интервалы. Универсальный метод построения доверительных интервалов и его частные случаи: метод обратной функции, метод Стьюдента, построение асимптотических доверительных интервалов. T-статистика Стьюдента и статистика χ^2	**2**			**2**			
2	**Статистическая проверка гипотез**	**12**			**12**			
2.1	**Основные понятия статистической проверки гипотез.** Простые и сложные гипотезы. Нерандомизированные и рандомизированные решающие правила. Критические функции. Нулевая гипотеза и альтернатива. Ошибки первого и второго рода. Уровень значимости и мощность теста. Принцип оптимальности решающего правила. Состоятельность решающего правила	**2**			**2**			
2.2	**Решающее правило Неймана–Пирсона.** Отношение правдоподобия. Оптимальность решающего правила Неймана–Пирсона	**2**			**2**			
2.3	**Проверка простой гипотезы против сложной альтернативы.** Решающие правила на основе p-уровня	**2**			**2**			

2.4	**Критерии согласия.** χ^2-критерий Пирсона. Критерий Колмогорова	**2**			**2**			
2.5	**Критерий отношения правдоподобия для сложных гипотез.** Оценка его уровня значимости	**2**			**2**			
2.6	**Байесовские решающие правила.** Функция потерь и функционал риска. Принцип оптимальности Байеса. Апостериорный риск. По-строение байесовской критической функции	**2**			**2**			отчет по лабораторной работе
	Всего за семестр	**34**			**28**		**6**	
3	**Многомерное нормальное распределение**	**7**			**7**			
3.1	**Определение и свойства многомерного нормального распределения.** Моменты нормального распределения. Линейные преобразования нормальных распределений. Плотность нормального распределения. Критерий независимости нормально распределенных случайных векторов	**1**			**1**			
3.2	**Метрика Махаланобиса.** Распределение χ^2	**1**			**1**			
3.3	**Условное нормальное распределение.** Вычисление его параметров	**1**			**1**			
3.4	**Вращения и проекции нормальных распределений.** Независимость взаимно ортогональных проекций и распределение их длин. Распределение Фишера. Распределение Уишарта. Статистика Уилкса. Лемма Андерсона.	**1**						
3.5	**Выборочное среднее и ковариации многомерного нормального распределения.** Оценивание математического ожидания и ковариаций многомерного нормального распределения. Независимость выборочного среднего и выборочной матрицы ковариаций. Состоятельность выборочных средних и ковариаций	**1**			**1**			
3.6	**Оценки максимального правдоподобия для параметров нормальных распределений.**	**1**			**1**			
3.7	**Выборочные корреляции.** *Z*-статистика Фишера и доверительные интервалы для корреляций	**1**			**1**			
4	**Линейная регрессия**	**9**			**5**			

4.1	**Линейная регрессия случайных величин.** Экстремальное свойство линейной регрессии. Линейная регрессия для нормальных распределений. Матрица ковариаций для регрессии	**1**			**1**			
4.2	**Множественная и частная корреляции.** Матрица частных ковариаций. Частные и условные ковариации для нормальных распределений	**2**			**1**			
4.3	**Многомерные выборочные оценки.** Общие принципы построения многомерных выборочных оценок. Примеры	**2**			**1**			
4.4	**Метод наименьших квадратов.** Матрица проекции на конечномерное подпространство. Выборочная множественная линейная регрессия. Остаточная, полная и объясненная сумма квадратов. Коэффициент детерминации	**2**			**1**			
4.5	**Модель множественной линейной регрессии.** Основная теорема о линейной регрессии. Статистики Фишера и Стьюдента. Проверка гипотез о параметрах линейной регрессии. Доверительные интервалы для параметров регрессии. Проверка гипотез о независимости	**2**			**1**		**2**	Отчет по лабораторной работе, проверка индивидуальных заданий
5	**Некоторые задачи многомерного статистического анализа**	**8**			**6**			
5.1	**Метод главных компонент.** Вариация случайного вектора, главные оси и главные компоненты, их некоррелированность. Проблема уменьшения размерности случайного вектора	**2**			**1**			
5.2	**Дискриминантный и кластерный анализ.** Модель Фишера. Линейный и квадратичный дискриминантный анализ. Метод k-средних кластеризации.	**2**			**1**			
5.3	**T^2-статистика Хотеллинга.** Ее распределение. Проверка гипотезы о значении математического ожидания при неизвестной дисперсии	**2**			**2**			
5.4	**Сравнение математических ожиданий.** Сравнение математических ожиданий разных выборок. Случаи одинаковых ковариационных матриц, выборок одинакового объема, произвольных выборок. Дисперсионный анализ	**2**			**2**			
6	**Временные ряды**	**12**			**12**		**4**	

6.1	**Временные ряды.** Отсчеты и реализации. Стационарность в узком и широком смысле. Гауссовские временные ряды. Ковариационная функция. Спектральная плотность	**2**			**2**			
6.2	**Оценки параметров временных рядов.** Оценки для математического ожидания, ковариационной функции и спектральной плотности временного ряда. Периодограмма и выборочные спектральные плотности	**2**			**2**			
6.3	**Временные ряды авторегрессии.** Характеристический многочлен. Условия устойчивости. Уравнение Юла–Уокера. Автокорреляционная и частная автокорреляционная функции для временных рядов авторегрессии. Оценивание параметров и прогнозирование авторегрессии	**2**			**2**			
6.4	**Временные ряды скользящего среднего.** Характеристический многочлен. Условие обратимости. Поведение автокорреляционной и частной автокорреляционной функций	**2**			**2**		**2**	Отчет по лабораторной работе, проверка индивидуальных заданий
6.5	**Временные ряды авторегрессии и проинтегрированного скользящего среднего.** Модель случайных блужданий	**2**			**2**		**2**	Собеседование
6.6	**Временные ряды с трендом.** Типы трендов. Оценивание параметров и порядка тренда	**2**			**2**			
	Всего за семестр	**36**			**30**		**6**	
	Всего	**70**			**58**		**12**	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Бахтин В.И. Введение в прикладную статистику. Курс лекций. Ч. 1. Математическая статистика. — Минск: Изд-во БГУ, 2011.
2. Бахтин В.И. Введение в прикладную статистику. Курс лекций. Ч. 2. Методы прикладной статистики. — Минск: Изд-во БГУ, 2012.
3. Харин Ю.С., Жук Е.Е. Математическая и прикладная статистика. — Минск: Изд-во БГУ, 2005.

Перечень дополнительной литературы

1. Боровков А.А. Математическая статистика. — М.: Наука, 1984.
2. Лагутин М.Б. Наглядная математическая статистика. — М.: Бином, 2007.
3. Мардас А.Н. Эконометрика. — С.-Петербург, 2004.
4. Орлов А.И. Эконометрика. — М.: Экзамен, 2004.
5. Мынбаев К., Лемас А. Эконометрика. — Алматы, 2004.
6. Ковалёв Е. А., Медведев Г. А.Теория вероятностей и математическая статистика для экономистов. – Москва: Юрайт, 2016.

Полный текст курса лекций доступен по адресу
http://elib.bsu.by/handle/123456789/12993

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Формой текущей аттестации по дисциплине «Статистические методы экономики» учебным планом предусмотрены зачет и экзамен.

Контроль работы студентов проходит в форме устных опросов, ответов у доски, собеседования, контрольной работы в аудитории, домашних лабораторных работ с предоставлением отчетов и устной защитой.

Экзамен по дисциплине проходит в устной форме.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в рейтинговую оценку:

– ответы на семинарских занятиях – 25 %;

– результат контрольной работы – 25 %;

– отчет по лабораторных работ – 50 %.

Итоговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценки по текущей успеваемости составляет 30 %, экзаменационная оценка – 70 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 1.4. *Квантили и p-уровни*
Доказать состоятельность тестов из лабораторных работ 2–4.
Форма контроля – проверка индивидуальных заданий

Тема 1.8. *Метод максимального правдоподобия*
Найти общий вид рекуррентной последовательности n-го порядка.
Форма контроля – проверка индивидуальных заданий

Тема 1.12. *Достаточные статистики.*
Теорема Колмогорова–Блекуэлла–Рао. Критерий факторизации Неймана–Фишера. Экспоненциальные семейства распределений
Форма контроля – контрольная работа

Тема 4.5. *Модель множественной линейной регрессии*
Построить матрицу ортогонального проектора на линейную оболочку нескольких векторов в евклидовом пространстве.

Форма контроля – проверка индивидуальных заданий

Тема 6.4. *Временные ряды скользящего среднего*
Характеристический многочлен. Условие обратимости. Поведение автокорреляционной и частной автокорреляционной функций
Форма контроля – проверка индивидуальных заданий

Тема 6.5. *Временные ряды авторегрессии и проинтегрированного скользящего среднего*
Построить модель для ежедневных котировок акций кампании.
Форма контроля – собеседование.

Примерный перечень заданий для контрольной работы

1. Найти эмпирическую функцию распределения по данному распределению выборки.
2. Найти методом моментов оценку параметра θ в заданном семействе плотностей распределений.
3. Методом максимального правдоподобия оценить параметры a и σ^2 распределения с заданной плотностью.
4. Найти эффективную оценку параметра в заданном семействе распределений.
5. Построить гистограмму частот по данному распределению выборки.
6. Найти достаточную статистику для заданного семейства распределений.

Примерный перечень заданий для лабораторных работ

Примеры исходных файлов для выполнения лабораторных работ доступны по адресу http://elib.bsu.by/handle/123456789/12993.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

Лабораторная работа состоит из пяти заданий. Первые два из них носят теоретический характер и выполняются вручную. Следующие три задания должны быть выполнены с помощью пакета прикладных программ STATISTICA. При оформлении отчета пишите, какие пункты меню используете на каждом шаге. Старайтесь писать отчет ясно и подробно, как объяснение для дилетантов.

Задание 1. В файле **Conditional distributions.pdf** взять плотность распределения p(x,y) из вашего варианта и с ее помощью вычислить плотность условного распределения p(y|x), а также условное математическое ожидание E{y|x} и условную дисперсию \D{y|x}.

Задание 2. Прилагается на отдельном листке, который нужно вклеить в отчет. Для него нужно написать подробное решение.

Задание 3. В файле **Intervals.sta** взять переменную **VarN**, где N — номер вашего варианта, и два раза щелкнуть мышкой по имени переменной. Появится описание переменной, в котором будет указан тип ее распределения, название параметра распределения, для которого нужно построить доверительный интервал, и значение доверительной вероятности. По выборке **VarN** нужно найти границы доверительного интервала с указанной доверительной вероятностью. При мощности выборки меньше 30 использовать точное распределение оценки параметра, а при мощности выборки больше 30 можно использовать нормальное приближение к распределению оценки. Все этапы решения нужно подробно описать: какая берется оценка для параметра, какое должно быть у нее распределение, какой метод построения доверительного интервала используется, выписать выборочное значение оценки (или оценок) и все этапы вычисления границ доверительного интервала.

Задание 4. В файле **Hypothesis.sta** возьмите переменную **VarN**, где N — номер вашего варианта, и два раза щелкните мышкой по имени переменной. Появится описание переменной, в котором будет указан тип ее распределения и сформулирована гипотеза, которую следует проверить с уровнем значимости $\varepsilon=0,1$. Выпишите статистику, которую вы используете для проверки гипотезы, ее распределение, сформулируйте решающее правило (желательно на основе p-уровня) и проверьте его.

Задание 5. В файле **Distributions.sta** взять переменную VarN, где N — номер Вашего варианта, определить визуально по гистограмме тип ее распределения, проверить для этого распределения критерий согласия хи-квадрат и найти параметры этого распределения (в случае, если распределение непрерывно, взять в критерии хи-квадрат число категорий равным 20). Выписать определение статистики хи-квадрат, её выборочное значение и p-уровень и объяснить, как с помощью этого p-уровня принимается или отвергается гипотеза о типе распределения.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

В лабораторной работе следует использовать переменные x, y, z, u, v, w из файла **Lab3.sta**. Выбирайте переменные с номером Вашего варианта, который равен Вашему номеру в списке группы плюс 20. Не забудьте указать этот номер в начале отчета. Уровень значимости для проверки всех гипотез равен 5%.

Задание 1. С помощью Z-статистики Фишера проверить гипотезу о том, что Corr{x,y} =0.7.

Задание 2. Построить (с объяснением) критерий для проверки гипотезы о некоррелированности двух выборок одинаковой мощности на основе t$-статистики.

Задание 3. Проверить гипотезы о попарной некоррелированности переменных x, y, z, u, v.

Задание 4. Построить (с объяснением) критерий для проверки гипотез о независимости каждой из пяти переменных x, y, z, u, v от совокупности четырех остальных.

Задание 5. Проверить гипотезы о независимости каждой из пяти переменных x, y, z, u, v от совокупности остальных четырех.

Задание 6. Построить линейную регрессию переменной v на совокупность x, y, z, u (оставив необходимое число независимых переменных). Объяснить выбор независимых переменных.

Задание 7. Для построенной регрессии проверить гипотезу о нормальной распределенности остатков и оценить их дисперсию.

Задание 8. Объяснить, как для регрессии $v = \theta_0 + \theta_1 x + \theta_2 y$ строится доверительный интервал для θ_1 с доверительной вероятностью 90% и построить его.

Задание 9. Для линейной регрессии $v = \theta_0 + \theta_1 x + \theta_2 y$ построить (с объяснением) критерий для проверки гипотезы $\theta_1 = 2\,\theta_2$.

Задание 10. Для регрессии $v = \theta_0 + \theta_1 x + \theta_2 y$ проверить гипотезу $\theta_1 = 2\,\theta_2$.

Задание 11. Считая, что среднеквадратическая погрешность измерения переменной u равна 0.5$ построить критерий проверки (с объяснением) и проверить гипотезу о том, что u является (неоднородной) линейной функцией от x, y, z.

Задание 12. В предположении независимости выборок x и y построить критерий проверки гипотезы о том, что $Dx = 2Dy$.

Задание 13. Дать определение, описать способ вычисления и вычислить частную корреляцию $Corr\{u,v|x,y,z\}$.

Задание 14. С помощью дисперсионного анализа построить (с объяснением) критерий проверки гипотезы о равенстве математических ожиданий для трех подвыборок $(w_1, \ldots, w_{30})$, $(w_{31}, \ldots, w_{60})$ и $(w_{61}, \ldots, w_{100})$.

Задание 15. Проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий для трех подвыборок $(w_1, \ldots, w_{30})$, $(w_{31}, \ldots, w_{60})$ и $(w_{61}, \ldots, w_{100})$.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

В файле **Principal Components.sta** выберите переменные с именами N-1, N-2, N-3, N-4, N-5, где N — номер Вашего варианта.

Задание 1. Для выбранных пяти переменных найдите главные компоненты с помощью матрицы корреляций. Выпишите формулы для вычисления первых двух главных компонент через нормализованные и через исходные выборочные значения переменных.

Задание 2. Найдите минимальное число главных компонент, объясняющих 99% дисперсии и 95% дисперсии. Напишите, какая здесь имеется в виду дисперсия: исходных переменных или нормализованных?

Задание 3. Найдите вклад первой главной компоненты в дисперсию второй переменной, вычисленной для ненормализованных переменных.

В файле **Classes.sta** выберите переменные с именами N-1, N-2, N-3, N-4, N-5, где N — номер Вашего варианта.

Задание 4. Визуально определите число классов, из которых состоит Ваша пятимерная выборка. Чтобы не ошибиться в выборе числа классов, посмотрите проекции выборки на разные пары исходных координат и на разные пары главных компонент.

Задание 5. Проведите классификацию выборки методом k-средних. Определите число элементов и центр каждого класса.

Задание 6. Для следующих трех векторов найдите апостериорные вероятности попадания в каждый из классов (априорные вероятности взять пропорциональными мощностям классов): (10,2,4,-2,6), (-2,25,17,5,0), (7,14,-6,1,31).

В файле **ARMA.sta** выберите временной ряд x(t)N, где N — номер Вашего варианта.

Задание 7. С помощью выборочных автокорреляций и частных автокорреляций идентифицируйте временной ряд x(t)N (то есть определите p и q, при которых этот ряд является ARMA(p,q)).

Задание 8. Найдите коэффициенты выбранной модели ARMA(p,q) и их p-уровни.

Задание 9. Докажите корректность выбранной Вами модели ARMA(p,q) (то есть что ее порядки не следует увеличивать).

Задание 10. Докажите, что остатки в построенной модели некоррелированы.

Задание 11. Определите закон распределения остатков, его параметры и p-уровень критерия согласия.

Задание 12. Найдите доверительные интервалы для следующих двух значений временного ряда с доверительной вероятностью 0,75.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса могут быть использованы следующие подходы и методы: эвристический подход, практико-ориентированный подход, метод проектного обучения, метод учебной дискуссии, методы и приемы развития критического мышления, метод группового обучения. которые предполагают:

- осуществление студентами значимых открытий;
- демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач;
- творческую самореализацию обучающихся в процессе создания образовательных продуктов;
- индивидуализацию обучения через возможность самостоятельно ставить цели, осуществлять рефлексию собственной образовательной деятельности;
- освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций;
- приобретение студентом знаний и умений для решения практических задач;
- анализ ситуации, используя профессиональные знания, собственный опыт, дополнительную литературу и иные источники;
- способ организации учебной деятельности студентов, развивающий актуальные для учебной и профессиональной деятельности навыки планирования, самоорганизации, сотрудничества и предполагающий создание собственного продукта;
- приобретение навыков для решения исследовательских, творческих, социальных, предпринимательских и коммуникационных задач.

Все результаты и достижения группируются на основе основных видов деятельности студентов: учебной, научно-исследовательской и иной. Методы обеспечивают появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения. Также они представляют собой систему, формирующую навыки работы с информацией в процессе чтения и письма; понимании информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления и являются организацией учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся, кроме подготовки к экзамену, подготовка к зачету

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

– поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников по изучаемой теме;

– выполнение домашнего задания;

– работы, предусматривающие решение задач и выполнение упражнений;

– изучение материала, вынесенного на самостоятельную проработку;

– подготовка к лабораторным, практическим семинарским занятиям;

– научно-исследовательские работы;

– анализ статистических и фактических материалов по заданной теме, проведение расчетов, составление схем и моделей на основе статистических материалов;

– подготовка и написание рефератов, докладов, эссе и презентаций на заданные темы;

– подготовка к участию в конференциях и конкурсах.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Задача статистического оценивания параметров. Типы оценок.
2. Матрицы вариаций и ковариаций статистических оценок. Их свойства.
3. Построение выборочных оценок. Свойства выборочной функции распределения, выборочных моментов, гистограммы.
4. Квантили и p-уровни.
5. Количество информации по Фишеру и его свойства.
6. Неравенство Рао–Крамера.
7. Эффективные оценки, критерий эффективности.
8. Методы моментов и максимального правдоподобия.
9. Состоятельность и асимптотическая нормальность ОМП.
10. Условные математические ожидания.
11. Условные распределения.

12. Байесовские оценки.
13. Достаточные статистики. Теорема Колмогорова–Блэкуэлла–Рао.
14. Критерий факторизации Неймана–Фишера.
15. Интервальное оценивание параметров.
16. Примеры построения доверительных интервалов.
17. Задача статистической проверки гипотез. Решающие правила, ошибки первого и второго рода, принцип оптимальности.
18. Решающее правило Неймана–Пирсона, его оптимальность.
19. Проверка простой гипотезы против сложной альтернативы. Примеры.
20. Критерий согласия $\chi 2$ Пирсона.
21. Критерий согласия Колмогорова.
22. Критерий отношения правдоподобия для проверки сложных гипотез.
23. Байесовское решающее правило и его оптимальность.
24. Многомерное нормальное распределение. Его простейшие свойства.
25. Метрика Махаланобиса и распределение $\chi 2$.
26. Условные нормальные распределения.
27. Проекции и вращения нормальных распределений. Распределения Фишера и Уишарта.
28. Распределение выборочных среднего и ковариаций для многомерного нормального распределения.
29. ОМП для параметров многомерных нормальных распределений.
30. Линейная регрессия случайных величин. Ее свойства.
31. Множественная и частная корреляции.
32. Построение многомерных выборочных оценок. Выборочные множественные и частные корреляции.
33. Метод наименьших квадратов. Коэффициент детерминации.
34. Модель множественной линейной регрессии. Основная теорема о регрессии.
35. Проверка гипотез о значимости линейной регрессии, о независимости двух выборок одинакового объема, о значении коэффициента регрессии.
36. Метод главных компонент.
37. Дискриминантный анализ.
38. Кластерный анализ.
39. Статистика Т 2 Хотеллинга. Проверка гипотезы о значении вектора математического ожидания.
40. Сравнение математических ожиданий двух выборок.
41. Дисперсионный анализ.
42. Стационарные временные ряды и их характеристики.
43. Свойства выборочного среднего стационарного ВР.
44. Периодограмма и выборочная спектральная плотность.
45. Временные ряды авторегрессии. Существование устойчивой авторегрессии.
46. Уравнения Юла–Уокера. Поведение АКФ и ЧАКФ для временных рядов AR.
47. Оценивание параметров и прогнозирование AR.

48. Временные ряды скользящего среднего, их обратимость. Поведение АКФ и ЧАКФ для временных рядов МА.
49. Временные ряды ARIMA.
50. ВР с трендом. Способы выделения тренда. Оценивание тренда и его порядка методом Галёркина.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программ (с указанием даты и номера протокола)
1.Теория вероятностей и математическая статистика	Функционального анализа	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 12.06.2020)
2.Функциональный анализ	Функционального анализа	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 12.04.2020)

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

на _____/_____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 201_ г.)

Заведующий кафедрой
_____ _____ _____

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
_____ _____ _____