БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
и образовательным инновациям
_______________ О.Н.Здрок
«30» ____________ 2020 г.
Регистрационный № УД-8890/уч.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:**

1-31 03 09 Компьютерная математика и системный анализ

2020 г.

Учебная программа составлена на основе на основе ОСВО 1-31 03 09-2013 утвержденного 30.08.2013 и учебного плана, регистрационный № G31-137/уч. от 30.05.2013

СОСТАВИТЕЛИ:

Яблонский Олег Леонидович – доцент кафедры функционального анализа механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Пыжкова Ольга Николаевна, заведующий кафедрой высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный технологический университет», кандидат физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой функционального анализа и аналитической экономики
(протокол № 12 от 04.06.2020);

Научно-методическим Советом БГУ

(протокол № 5 от 17.06.2020)

Заведующий кафедрой ФАиАЭ
Профессор А.В. Лебедев

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Вероятностными идеями пронизано всё современное естествознание. Эти идеи стимулируют в наши дни развитие всего комплекса знаний, начиная от наук о неживой природе и заканчивая науками об обществе. Понятие вероятности лежит в основе математической дисциплины — теории вероятностей.

Теория вероятностей – это наука, которая изучает математические модели массовых случайных явлений. Если говорить конкретнее, то теория вероятностей устанавливает такие связи между вероятностями случайных событий в математических моделях, которые позволяют вычислять вероятности сложных событий по вероятностям более простых событий.

Призванная изучать количественные характеристики случайных явлений, теория вероятностей, как и всякая точная наука, стала таковой лишь тогда, когда было четко сформулировано понятие вероятностной модели, и была создана ее аксиоматика.

Цель учебной дисциплины – «Теория вероятностей»: – создать базу знаний и навыков у студентов в указанной области математиков.

Задачи учебной дисциплины:

1. ознакомление студентов с основными принципами теории вероятностей и примерами их приложений.

2. дальнейшее формирование у студентов навыков абстрактного математического мышления и умения применять его в конкретных задачах, повышение их математической культуры

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к циклу общенаучных и общепрофессиональных дисциплин (компонент учреждения образования)

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Предполагается, что к моменту изучения дисциплины «Теория вероятностей» изучены следующие дисциплины: «*Алгебра и теория чисел*», «*Дискретная математика», «Аналитическая геометрия, «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения»*, и изложены основы «Т*еории функций комплексного переменного»* и «*Функционального анализа»* (теория меры и интеграла Лебега).

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Теория вероятностей» должно обеспечить формирование следующих академических, социально-личностных и профессиональных компетенций:

академические компетенции:

- АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.
- АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.
- АК-3. Владеть исследовательскими навыками.
- АК-4. Уметь работать самостоятельно.
-АК-5. Быть способным порождать новые идеи (обладать креативностью),
- АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.
-АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.
- АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникации.
- АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

социально-личностные компетенции:
- СЛК-1. Обладать качествами гражданственности.
- СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.
- СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.
- СЛК-4. Владеть навыками здоровьесбсрежения.
- СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.
- СЛК-6. Уметь работать в команде.

профессиональные компетенции:

ПК-1. Использовать фундаментальные математические знания в качестве основы при проведении прикладных исследований;
ПК-2. Понять поставленную задачу, оценить ее корректность;
ПК-3. Доказывать основные утверждения, выделять главные смысловые аспекты в доказательствах;
ПК-4. Самостоятельно разрабатывать алгоритмы решения и их аншшзировать;
ПК-5. Получать результат на основе анализа, его корректно формулировать, видеть следствия сформулированного результата;
ПК-6. Передавать результат проведенных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области изучавшегося явления;
ПК-7. Публично представлять собственные и известные научные результаты.
ПК-8. Преподавать математические дисциплины и информатику в учреждениях образования;
ПК-9. Применять на практике изученные основы педагогического мастерства;
ПК-10. Распространять знания из области математики, информатики, их приложений среди различных слоев населения
ПК-11. Разрабатывать и реализовывать процессы жизненного цикла информационных систем, программного обеспечения, сервисов систем информационных технологий;
ПК-12. Развивать и использовать инструментальные средства, информационные среды, автоматизированные системы;

ПК-13. Разрабатывать и анализировать алгоритмы, протоколы, вычислительные модели и модели данных для реализации функций и сервисов систем информационных технологий;
ПК-14. Использовать математические и компьютерные методы исследований при анализе современных естественнонаучных, экономических, социально-политических процессов.
ПК-15. Осваивать и реализовывать управленческие инновации в сфере высоких технологий.
ПК-16. Руководить выполнением проектных работ;
ПК-17. Контролировать и поддерживать трудовую и производственную дисциплину;
ПК-18. Разрабатывать документацию (графики работ, инструкции, планы, заявки, деловые письма и т.п.), а также отчетную документацию по установленным формам;
ПК-19. Взаимодействовать со специалистами смежных профилей.
ПК-20. Разрабатывать и согласовывать представляемые материалы.
ПК-21. Оптимизировать управленческие решения.
ПК-22. Определять цели инноваций и способы их достижения.
ПК-23. Применять методы анализа и организации внедрения инноваций.
ПК-24. Разрабатывать бизнес-планы внедрения инновационных технологий.
ПК-25. Реализовывать инновационные проекты в профессиональной деятельности.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:
знать:
- основные понятия теории вероятностей;
- основные математические модели случайных явлений;
- предельные теоремы теории вероятностей;

уметь:
- использовать основные закономерности случайных явлений;
- применять методы теории вероятностей и математической статистики в других науках;

владеть:
- аналитическими методами теории вероятностей.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 6 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Теория вероятностей» отведено:

– для очной формы получения высшего образования– 138 часов, в том числе – 68 аудиторных часов, из них: лекции – 34 часа, практических занятий –30 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ПРОСТРАНСТВА

Тема 1.1. *Введение.*

Тема 1.2. *Терминология теории вероятностей.* Предмет и задачи теории вероятностей. События, операции над событиями.

Тема 1.3. *Аксиоматика Колмогорова.* Свойства вероятности.

Тема 1.4. *Примеры вероятностных пространств*. Классическое, конечное, дискретное вероятностные пространства. Геометрическое вероятностное пространство, парадокс Бертрана. Статистическая вероятность и устойчивость частот.

Раздел 2. НЕЗАВИСИМОСТЬ.

Тема 2.1. *Условные вероятности.* Определение условной вероятности. Теоремы умножения. Формула полной вероятности и формулы Байеса.

Тема 2.2. *Независимость событий.* Определение независимости двух событий и независимости в совокупности нескольких событий. Независимость классов событий.

Тема 2.3. *Независимые испытания.* Схема Бернулли, полиномиальная схема.

Тема 2.4. *Предельные теоремы в схеме Бернулли*. Локальные и интегральные предельные теоремы Муавра — Лапласа и Пуассона и их приложения.

Раздел 3. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ.

Тема 3.1. *Случайные величины и их распределения*. Распределение вероятностей как мера на борелевской сигма-алгебре, связанная с данной случайной величиной.

Тема 3.2. *Классификация случайных величин.* Теорема Лебега. Распределения: биномиальное, геометрическое, пуассоновское, равномерное, нормальное, показательное, хи-квадрат, Стьюдента, Фишера, Коши и др. Функция и плотность распределения.

Тема 3.3. *Многомерные случайные величины.* Свойства многомерной функции распределения. Классификация многомерных случайных величин.

Тема 3.4. *Независимость случайных величин.* Критерии независимости.

Тема 3.5. *Функциональные преобразования случайных величин*. Функции от случайных величин и соответствующие преобразования функции и плотности распределения. Формула свертки.

Раздел 4. ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН.

Тема 4.1. *Математическое ожидание и его свойства.* Математическое ожидание случайной величины как интеграл Лебега. Выражение для математического ожидания борелевской функции от случайной величины через интеграл Лебега – Стилтьеса. Свойство мультипликативности математических ожиданий.

Тема 4.2. *Моменты случайных величин.* Дисперсия и ее свойства. Моменты высших порядков.

Тема 4.3. *Неравенства. Коэффициент корреляции.* Коэффициент корреляции и его свойства. Неравенства Коши – Буняковского, Чебышева, Ляпунова, Иенсена.

Тема 4.4. *Условные математические ожидания.* Понятие об условном математическом ожидании (в обзорном порядке).

Раздел 5. ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ.

Тема 5.1. *Определение и простейшие свойства.* Примеры характеристических функций.

Тема 5.2. *Формулы обращения для характеристических функций.* Однозначность соответствия между характеристическими функциями и соответствующими распределениями вероятностей.

Тема 5.3. *Непрерывность соответствия между множествами функций распределения и характеристических функций*. Теоремы Хелли, прямая и обратная предельные теоремы.

Раздел 6. ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ.

Тема 6.1. *Центральная предельная теорема.* Предельная теорема для независимых одинаково распределенных слагаемых. Условие Линдеберга. Теорема Ляпунова.

Тема 6.2. *Сходимость случайных величин.* Различные виды сходимости случайных величин (сходимость почти наверное, сходимость по вероятности сходимость в среднем, слабая сходимость) и связь между ними.

Тема 6.3. *Законы больших чисел*. Понятие о предельных законах, отличных от нормального (в обзорном порядке).

Раздел 7. ОСНОВЫ ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ (в обзорном порядке)**.**

Тема 7.1. *Определение случайного процесса.* Процессы с дискретным и непрерывным временем. Траектории случайного процесса.

Тема 7.2. *Случайные процессы с независимыми приращениями.* Примеры: пуассоновский случайный процесс и случайный процесс броуновского движения.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	**ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ПРОСТРАНСТВА**	**4**	**4**					
1.1.	*Введение*	1						
1.1.1	Предмет теории вероятностей. Исторические сведения. Роль теории вероятностей в естествознании.							
1.2.	*Терминология теории вероятностей.*	1	1					
1.2.1.	Предмет и задачи теории вероятностей. События, операции над событиями.							
1.3.	*Аксиоматика Колмогорова.*	1	1					
1.3.1.	Свойства вероятности.							
1.4.	*Примеры вероятностных пространств.*	1	2					Опрос
1.4.1.	Классическое, конечное, дискретное вероятностные пространства. Геометрическое вероятностное пространство, парадокс Бертрана. Статистическая вероятность и устойчивость частот.							
2.	**НЕЗАВИСИМОСТЬ**	**4**	**4**					

2.1.	*Условные вероятности*	1	1					
2.1.1.	Определение условной вероятности. Теоремы умножения. Формула полной вероятности и формулы Байеса.							
2.2.	*Независимость событий*	1	1					
2.2.1.	Определение независимости двух событий и независимости в совокупности нескольких событий. Независимость классов событий.							
2.3.	*Независимые испытания*	1	1					
2.3.1.	Схема Бернулли, полиномиальная схема.							
2.4.	*Предельные теоремы*	1	1					Коллоквиум
2.4.1.	Локальные и интегральные предельные теоремы Муавра — Лапласа и Пуассона и их приложения.							
3.	**СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ**	**6**	**6**					
3.1	*Случайные величины и их распределения*	2	1					
3.1.1.	Распределение вероятностей как мера на борелевской сигма-алгебре, связанная с данной случайной величиной.							
3.2.	*Классификация случайных величин*	1	1					
3.2.1.	Теорема Лебега. Распределения: биномиальное, геометрическое, пуассоновское, равномерное, нормальное, показательное, хи-квадрат, Стьюдента, Фишера, Коши и др. Функция и плотность распределения.							
3.3.	*Многомерные случайные величины*	1	1					

3.3.1.	Свойства многомерной функции распределения. Классификация многомерных случайных величин							
3.4.	*Независимость случайных величин*	1	1					
3.4.1.	Критерии независимости.							
3.5.	*Функциональные преобразования случайных величин*	1	2				2	Контрольная работа
3.5.1.	Функции от случайных величин и соответствующие преобразования функции и плотности распределения. Формула свертки.							
4.	**ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН**	**4**	**8**					
4.1.	*Тема 4.1. Математическое ожидание и его свойства*	1	4					Опрос
4.1.1.	Математическое ожидание случайной величины как интеграл Лебега. Выражение для математического ожидания борелевской функции от случайной величины через интеграл Лебега - Стилтьеса. Свойство мультипликативности математических ожиданий.							
4.2.	*Моменты случайных величин*	1	2					Опрос
4.2.1.	Дисперсия и ее свойства. Моменты высших порядков							
4.3.	*Неравенства. Коэффициент корреляции*	1	2					
4.3.1.	Коэффициент корреляции и его свойства. Неравенства Коши — Буняковского, Чебышева, Ляпунова, Иенсена.	1	1					

4.4.	*Условные математические ожидания*	1	1					
4.4.1	Понятие об условном математическом ожидании (в обзорном порядке)	1	1					
5.	**ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ**	**6**	**4**					
5.1.	*Определение и простейшие свойства*	2	2					Опрос
5.1.1.	Примеры характеристических функций.							
5.2.	*Формулы обращения для характеристических функций*	2	1					Опрос
5.2.1.	Однозначность соответствия между характеристическими функциями и соответствующими распределениями вероятностей.							
5.3.	*Непрерывность соответствия между множествами функций распределения и характеристических функций*	2	1					Коллоквиум
5.3.1.	Теоремы Хелли, прямая и обратная предельные теоремы.							
6.	**ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ**	**6**	**4**					
6.1.	*Центральная предельная теорема*	2	2					Опрос
6.1.1.	Предельная теорема для независимых одинаково распределенных слагаемых. Условие Линдеберга. Теорема Ляпунова.							
6.2.	*Сходимость случайных величин*	2	1					Опрос
6.2.1.	Различные виды сходимости случайных величин (сходимость почти наверное, сходимость по вероятности сходимость в среднем, слабая сходимость) и связь между ними.							
6.3.	*Законы больших чисел*	2	1					

6.3.1.	Понятие о предельных законах, отличных от нормального (в обзорном порядке)							
7.	**ОСНОВЫ ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ**	**4**					**2**	
7.1.	*Определение случайного процесса*	2						Опрос
7.1.1.	Процессы с дискретным и непрерывным временем. Траектории случайного процесса.							
7.2.	*Случайные процессы с независимыми приращениями*	2					2	Опрос
7.2.1.	Примеры: пуассоновский случайный процесс и случайный процесс броуновского движения.							Контрольная работа
	ВСЕГО по дисциплине	**34**	**30**				**4**	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Боровков А. А. Теория вероятностей. М.: Наука, 1986.
2. Вентцель А. Д. Курс теории случайных процессов. – М.: Наука, 1978.
3. Гихман И. И., Скороход А. В., Ядренко М. И. Теория вероятностей и математическая статистика. Киев: Вища шк., 1979.
4. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. М.: Наука, 1988.
5. Зуеў М. М., Сячко Ул. Ул. Тэорыя імавернасцей і матэматычная статыстыка. Мазыр: Белы вецер, 2000.
6. Ивченко Г. И., Медведев Ю. И. Математическая статистика. М.: Высш. шк., 1984.
7. Лазакович Н.В., Сташулёнок С.П., Яблонский О.Л. Теория вероятностей : учебник. – 3-е изд., с изменен. – Минск : БГУ, 2013.
8. Розанов Ю. А. Теория вероятностей, случайные процессы, математическая статистика. М.: Наука, 1985.
9. Севастьянов Б. А. Курс теории вероятностей и математической статистики. М.: Наука, 1982.
10. Чистяков В. П. Курс теории вероятностей. М.: Наука, 1987.
11. Ширяев А. Н. Вероятность. М.: Наука, 1989.
12. Теория вероятностей : практикум : учеб. пособие для студ вузов по мат. спец. : в 2 ч. Ч. 1 / [авт.: Н. В. Лазакович, Е. М. Радыно, С. П. Сташулёнок, С. Л. Штин, О.Л. Яблонский] ; под ред. Н. В. Лазаковича. - Минск : БГУ, 2011. – 147 с.
13. Теория вероятностей : практикум : учеб. пособие для студ вузов по мат. спец. : в 2 ч. Ч. 2 / [авт.: Н. В. Лазакович, Е. М. Радыно, С. П. Сташулёнок, А. Г. Яблонская, О.Л. Яблонский] ; под ред. Н. В. Лазаковича. - Минск : БГУ, 2014.– 175с.

Перечень дополнительной литературы

1. Большев Л. Н., Смирнов Н. В. Таблицы математической статистики. М.: Наука, 1983.
2. Колмогоров А. Н. Основные понятия теории вероятностей. М.: Наука, 1974.
3. Крамер Г. Математические методы статистики. М.: Мир, 1976.
4. Круглов В. М. Дополнительные главы теории вероятностей. М.: Высш. шк., 1984.
5. Лазакович Н.В., Сташулёнок С.П., Яблонский О.Л. Курс теории вероятностей : электронное учебное пособие. – Минск : Электронная книга БГУ, 2003.
6. Леман Э. Проверка статистических гипотез. М.: Наука, 1964.
7. Партасарати К. Введение в теорию вероятностей и теорию меры. М.: Мир, 1983.

8. Ф е л л е р В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. М.: Мир, 1984.Т.1,2.
9. Хеннекен П. А., Тортра А. Теория вероятностей и некоторые ее приложения. М.: Наука, 1974.
10. Хамидуллин Р. Я. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие, Москва: Университет Синергия, 2020

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Контроль работы студента проходит в форме опроса, проведения коллоквиума, контрольной работы в аудитории или выполнения самостоятельных работ и практических упражнений в аудитории, а также самостоятельной работы вне аудитории с предоставлением отчета с его устной защитой. Задания к контрольным работам составляются согласно содержанию учебного материала.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Теория вероятностей» учебным планом предусмотрен экзамен.

Экзамен по дисциплине проходит в устной или письменной форме.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Итоговая оценка формируется на основе 3-х документов:

1. Правила проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования (Постановление Министерства образования Республики Беларусь № 53 от 29.05.2012 г.).

2. Положение о рейтинговой системе оценки знаний студентов по дисциплине в Белорусском государственном университете (Приказ ректора БГУ № 189 –ОД от 31.03.2020

3. Критерии оценки знаний и компетенций студентов по 10-балльной шкале (Письмо Министерства образования Республики Беларусь от 22.12.2003 г. № 21-04-1/105).

Формирование оценки за текущую успеваемость:

- коллоквиум – 50 %;
- контрольные работы – 50 %;

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценки по текущей успеваемости составляет 30 %, экзаменационной оценки – 70 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 3.5. Функциональные преобразования случайных величин
Студент изучает вывод формул свертки, и их применения для конкретных задач.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 7.2. Случайные процессы с независимыми приращениями
Студент изучает критерий Неймана – Пирсона и примеры его применений в конкретных задачах.

Форма контроля – опрос, контрольная работа

Примерный перечень тестовых заданий для коллоквиума

1.Из урны, содержащей 6 перенумерованных шаров, наугад вынимают один за другим все находящиеся в ней шары. Вероятность того, что номера вынутых шаров будут идти по порядку: 1, 2, ..., 6 равна 1) 1/720; 2) 1/36; 3) 1/360; 4) 1/1440; 5) 1/46656.

2.Из урны, содержащей 4 перенумерованных шаров, наугад вынимают один за другим все находящиеся в ней шары. Вероятность того, что номера вынутых шаров будут идти по порядку: 1, 2, ..., 4 равна 1) 1/4; 2) 1/36; 3) 1/12; 4) 4/24; 5) 1/24.

3.Из урны, содержащей 5 перенумерованных шаров, наугад вынимают один за другим все находящиеся в ней шары. Вероятность того, что номера вынутых шаров будут идти по порядку: 1, 2, ..., 5 равна 1) 1/5; 2) 1/120; 3) 5/120; 4) 4/24; 5) 1/240.

4.Игральная кость бросается два раза. Вероятность того, что оба раза появится одно и то же число очков равна: 1) ½; 2) 1/6; 3) 1/36; 4) 1/18; 5)1/72.

5.Из следующих утверждений неверным является: 1) всякое элементарное событие является случайным; 2) геометрическое вероятностное пространство – это математическая модель случайного эксперимента, в котором число исходов более чем счётно; 3) дискретное вероятностное пространство – это математическая модель случайного эксперимента в котором число исходов счётно; 4) конечное вероятностное пространство – это математическая модель случайного эксперимента с конечным числом исходов; 5) классическое вероятностное пространство – это математическая модель случайного эксперимента с конечным числом равновозможных исходов.

6. Пусть случайные события A и B рассматриваются на одном и том же вероятностном пространстве, причем $\mathrm{P}(A|B)>0$. Тогда 1) $\mathrm{P}(A|B)+\mathrm{P}(\bar{A}|B)=1$; 2) $\mathrm{P}(A|B)+\mathrm{P}(\bar{A}|\bar{B})=1$; 3) $\mathrm{P}(A|\bar{B})+\mathrm{P}(\bar{A}|B)=1$; 4) $\mathrm{P}(A|B)+\mathrm{P}(A|\bar{B})=1$.

7. События A и B несовместны и независимы. Тогда верно: 1) хотя бы одно из событий является невозможным; 2) хотя бы одно из событий имеет нулевую вероятность; 3) каждое из событий имеет нулевую вероятность; 4) каждая из вероятностей этих событий отлична от нуля; 5) каждое из событий невозможно.

8. Пусть $\mathrm{P}(A)=0$, а B — произвольное случайное событие, рассматриваемое на том же вероятностном пространстве, что и A. Тогда: 1) события A и B несовместны; 2) события A и B независимы; 3) наступление события A влечет наступление события B; 4) события A и B противоположны.

9. Монета брошена 100 раз. Тогда вероятность выпадения 50 гербов равна: 1) 0,5; 2) 0, 25; 3) $\frac{C_{100}^{50}}{2^{100}}$; 4) $\frac{C_{100}^{1}}{2^{100}}$ 5) $\frac{C_{150}^{50}}{2^{100}}$.

10. Монета брошена 50 раз. Тогда вероятность выпадения 25 гербов равна: 1) 0,5; 2) 0, 25; 3) $\frac{C_{50}^{25}}{2^{50}}$; 4) $\frac{C_{50}^{1}}{2^{50}}$ 5) $\frac{C_{50}^{25}}{2^{25}}$.

11. Пусть случайная величина ξ равномерно распределена на отрезке $[0,1]$. Тогда случайная величина $ln\left(\frac{1}{\xi}\right)$ имеет: 1) экспоненциальное распределение; 2) распределение Коши; 3) пуассоновское распределение; 4) нормальное распределение; 5) биномиальное распределение.

12. Пусть случайная величина ξ равномерно распределена на отрезке $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$. Тогда случайная величина $tg(\xi)$ имеет: 1) экспоненциальное распределение; 2) распределение Коши; 3) пуассоновское распределение; 4) нормальное распределение; 5) биномиальное распределение.

13. Случайная величина имеет пуассоновское распределение. Ошибочно следующее утверждение: 1) ее математическое ожидание равно дисперсии; 2) ее математическое ожидание положительно; 3) случайная величина имеет

дискретный закон распределения; 4) её математическое ожидание отрицательно.

14. Случайная величина ξ стандартно нормально распределена. Тогда $\mathrm{M}\xi^{2009}$ равно: 1) 2009; 2) –2009; 3) 1; 4) 1004,5; 5) 0.

15. Случайная величина ξ стандартно нормально распределена. Тогда $\mathrm{M}(\xi+3)$ равно: 1) 1,5; 2) 6; 3) 1; 4) 3; 5) 0.

16. Закон распределения биномиальной случайной величины имеет следующий вид $\mathrm{P}(\xi=k)=C_{50}^{k}\left(\frac{1}{2}\right)^{50}, k=0,1,\dots,50.$ Тогда $\mathrm{M}\xi$ равно: 1) 0; 2) 1; 3) 25; 4) 50; 5)100.

17. Закон распределения биномиальной случайной величины имеет следующий вид $\mathrm{P}(\xi=k)=C_{50}^{k}\left(\frac{1}{2}\right)^{50}, k=0,1,\dots,50.$ Тогда $D\xi$ равно: 1) 0; 2) 1; 3) 25; 4) 50; 5) 12,5.

18. Независимые случайные величины имеют следующие законы распределения $\mathrm{P}(\xi=k)=C_{50}^{k}\left(\frac{1}{2}\right)^{50}, k=0,1,\dots,50;$ $\mathrm{P}(\eta=i)=C_{150}^{i}\left(\frac{1}{2}\right)^{150}, k=0,1,\dots,150.$ Тогда случайная величина $\xi+\eta$ имеет следующий закон распределения: 1) $\mathrm{P}(\xi+\eta=k)=C_{200}^{k}\left(\frac{1}{2}\right)^{200}, k=0,1,\dots,200$; 2) $\mathrm{P}(\xi+\eta=k)=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}, k=0,1,\dots$; 3) $\xi+\eta$ не яляется случайной величиной.

19.Из равенства $\mathrm{M}\xi\eta=\mathrm{M}\xi\mathrm{M}\eta$ следует: 1) независимость случайных величин ξ,η; 2) некореллированность случайных величин ξ,η; 3) абсолютная непрерывность случайных величин ξ,η; 4) сингулярность случайных величин ξ,η; 5) дискретность случайных величин ξ,η.

20. Из равенства $D(\xi+\eta)=D\xi+D\eta$ следует: 1) независимость случайных величин ξ,η; 2) некореллированность случайных величин ξ,η; 3) абсолютная непрерывность случайных величин ξ,η; 4) сингулярность случайных величин ξ,η; 5) дискретность случайных величин ξ,η.

21. Из равенства $D(\xi-\eta)=D\xi+D\eta$ следует: 1) независимость случайных величин ξ,η; 2) некореллированность случайных величин ξ,η; 3) абсолютная непрерывность случайных величин ξ,η; 4) сингулярность случайных величин ξ,η; 5) дискретность случайных величин ξ,η.

22. Из равенства $\operatorname{cov}(\xi,\eta)=0$ следует: 1) независимость случайных величин ξ,η; 2) некореллированность случайных величин ξ,η; 3) абсолютная непрерывность случайных величин ξ,η; 4) сингулярность случайных величин ξ,η; 5) дискретность случайных величин ξ,η.

23.Из равенства $\rho(\xi,\eta)=0$ следует: 1) независимость случайных величин ξ,η; 2) некореллированность случайных величин ξ,η; 3) абсолютная непрерывность случайных величин ξ,η; 4) сингулярность случайных величин ξ,η; 5) дискретность случайных величин ξ,η.

24. Из следующих утверждений верным является: 1) случайные величины ξ и $D\xi$ независимы; 2) у сингулярных случайных величин не существует математическое ожидание; 3) дискретные случайные величины независимы; 4) вырожденная случайная величина абсолютно непрерывна; 5) из равентства нулю дисперсии и математического ожидания следует абсолютная непрерывность случайной величины.

Примерный перечень заданий для контрольной работы

1. Бросаются одновременно две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна 5.

2. Монета брошена 100 раз. Чему равна вероятность выпадения 10 гербов?

3. Случайные величины ξ и ξ^2 независимы. Можно ли утверждать, что ξ– вырожденная случайная величина? Ответ обосновать.

4. а) Закон распределения биномиальной случайной величины имеет следующий вид $\mathrm{P}(\xi=k)=C_5^k(0,5)^5$, $k=0,1,\ldots,5.$ Найти закон распределения $\eta=-\xi$.

б) Случайная величина ξ принимает значения -1 , 0, 1 с вероятностями 0,25, 0,5 и 0,25 соответственно. Найти её функцию распределения.

5. Характеристическая функция случайной величины ξ равна $f_\xi(t)=\cos t.$ Найти $\mathrm{M}\xi$, $D\xi$.

6. ξ – равномерно распределенная случайная величина на отрезке $[0,1]$. Найти математическое ожидание случайной величины $\eta=e^{-\xi}$.

7. Привести пример случайной величины, имеющей дискретное распределение вероятностей. Найти её математическое ожидание и дисперсию.

8. Последовательность состоит из **независимых** одинаково распределенных случайных величин, принимающих два значения 0 и 1, каждое с вероятностью 0,5. Выполняются ли для этой последовательности закон больших чисел, центральная предельная теорема? Ответы обосновать.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса могут быть использованы следующие подходы и методы: ***эвристический подход, практико-ориентированный подход, метод проектного обучения, метод учебной дискуссии, методы и приемы развития критического мышления, метод группового обучения.*** Они предполагают**:**

- осуществление студентами значимых открытий;
- демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач;
- творческую самореализацию обучающихся в процессе создания образовательных продуктов;
- индивидуализацию обучения через возможность самостоятельно ставить цели, осуществлять рефлексию собственной образовательной деятельности;
- освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций;
- приобретение студентом знаний и умений для решения практических задач;
- анализ ситуации, используя профессиональные знания, собственный опыт, дополнительную литературу и иные источники;
- способ организации учебной деятельности студентов, развивающий актуальные для учебной и профессиональной деятельности навыки планирования, самоорганизации, сотрудничества и предполагающий создание собственного продукта;
- приобретение навыков для решения исследовательских, творческих, социальных, предпринимательских и коммуникационных задач.

Все результаты и достижения группируются на основе основных видов деятельности студентов: учебной, научно-исследовательской и иной. Методы обеспечивают появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения. Также они представляют собой систему, формирующую навыки работы с информацией в процессе чтения и письма; понимании информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления и являются организацией учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

– поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников по изучаемой теме;

– выполнение домашнего задания;

– работы, предусматривающие решение задач и выполнение упражнений;

– изучение материала, вынесенного на самостоятельную проработку;

– подготовка к практическим семинарским занятиям;

– научно-исследовательские работы;

– анализ статистических и фактических материалов по заданной теме, проведение расчетов, составление схем и моделей на основе статистических материалов;

– подготовка и написание рефератов, докладов, эссе и презентаций на заданные темы;

– подготовка к участию в конференциях и конкурсах.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Пространство элементарных событий. Случайные события, действия над ними.
2. Алгебра и сигма-алгебра событий. Пример алгебры, не являющейся сигма-алгеброй.
3. Правило умножения. Размещения, перестановки, сочетания. Их количество (формулы нужно выводить). Классическое определение вероятности. Свойства сочетаний. Решение задач на классическую вероятность.
4. Аксиоматическое определение вероятности. Вероятностное пространство. Свойства вероятности. Конечное и классическое вероятностные пространства. Дискретное вероятностное пространство. Примеры.
5. Геометрическое вероятностное пространство. Примеры. Задача о встрече. Парадокс Бертрана.
6. Условные вероятности. Теоремы умножения.
7. Формулы полной вероятности и Байеса. Примеры применения этих формул.
8. Попарная независимость событий. Независимость событий в совокупности. Пример Бернштейна. Связь между причинной независимостью реальных случайных явлений и теоретико-вероятностной независимостью случайных событий.

9. Схема независимых испытаний Бернулли. Теоремы Пуассона и Муавра – Лапласа (без доказательства).
10. Случайная величина. Примеры. Функция распределения случайной величины. Свойства.
11. Полный прообраз отображения. Свойства. Сигма-алгебра, порожденная случайной величиной.
12. Дискретные и абсолютно непрерывные распределения. Плотность случайной величины. Примеры. Борелевские функции от случайных величин.
13. Многомерные случайные величины (случайные векторы). Дискретные многомерные распределения и распределения с плотностью.
14. Независимость случайных величин. Критерии независимости.
15. Математическое ожидание случайной величины. Определение. Свойства.
16. Математическое ожидание произведения независимых случайных величин.
17. Формулы для подсчета математических ожиданий.
18. Дисперсия. Свойства дисперсии.
19. Коэффициент корреляции. Его свойства. Моменты случайных величин.
20. Характеристическая функция. Определение и свойства.
21. Характеристические функции некоторых распределений.
22. Центральная предельная теорема. Теорема Линдеберга (без доказательства).
23. Следствия из теоремы Линдеберга: теорема Ляпунова, центральная предельная теорема для одинаково распределенных случайных величин.
24. Неравенства Чебышёва.
25. Сходимость по вероятности. Закон больших чисел. Теоремы Маркова, Чебышёва, Бернулли. Теорема Хинчина (без доказательства).
26. Усиленный закон больших чисел. Теорема о достаточных условиях для усиленного закона больших чисел и теорема Колмогорова (без доказательства).
27. Предмет и задачи математической статистики. Основные понятия выборочной теории: статистическая модель, выборка, выборка из распределения, гистограмма, полигон частот. Примеры статистических моделей.
28. Эмпирическая функция распределения, её свойства. Теорема Гливенко. Примеры вычисления эмпирической функции распределения.
29. Оценивание неизвестных параметров. Понятие статистики. Состоятельность и несмещенность выборочных моментов.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Уравнения математической физике	Математической кибернетики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2020)
Математическая статистика	Функционального анализа и аналитической экономики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2020)

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

на _____/_____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры _________________________________ (протокол № ____ от ________ 201_ г.)

Заведующий кафедрой

________________________ _________________ ____________________

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

________________________ _________________ ____________________