### БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ
Проректо во учебной работе
и/обиваова учебной инновациям
О.Н.Здрок
2020 г.
Регистрационный № УД-2889 /уч.

#### Теория игр

Учебная программа учреждения высшего образования по учебной дисциплине для специальности:

1-31 03 01 Математика (по направлениям)
Направление специальности
1-31 03 01-03 Математика (экономическая деятельность)

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01-2013 и учебного плана № G31-139/уч. от 30.05.2013

#### составители:

**Виктор Иванович Бахтин,** профессор кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

#### РЕЦЕНЗЕНТЫ:

**Пыжкова Ольга Николаевна**, заведующий кафедрой высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный технологический университет», кандидат физико-математических наук, доцент;

#### РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой функционального анализа и аналитической экономики (протокол № 12 от 04.06.2020);

Научно-методическим Советом БГУ

(протокол № 5 от 17.06.2020)

Заведующий кафедрой, профессор \_\_\_\_\_\_\_\_А.В. Лебедег

#### ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

В настоящее время теория игр является одним из основных инструментов Особенно экономического анализа. ЭТО касается микроэкономики. Большинство учебников по микроэкономике включают главы, посвященные теории игр. Сами основоположники этой теории (фон Нейман и Моргенштерн) понимали ее как адекватный формальный аппарат для изучения экономического поведения. Поэтому знакомство с теорией игр необходимым образования является элементом математика. специализирующегося в экономической деятельности.

В данной учебной дисциплине излагаются как классические подходы к формализации понятия игры и ее решения (игры в нормальной и развернутой форме, доминирующие и недоминируемые стратегии, равновесия Нэша), так и новые понятия и методы, развитые в последние три десятилетия (игры с неполной информацией, секвенциальные и совершенные равновесия, повторяющиеся игры и др.) и недостаточно освещенные в русскоязычной учебной литературе.

Учебная программа предусматривает обучение студентов практическим навыкам формализации различных задач теории игр и поиска их решений. При этом особое внимание должно уделяться в первую очередь не определенным техническим приемам, а овладению понятийным аппаратом. Контроль усвоения практических навыков осуществляется путем проверки домашних заданий и контрольных работ, а также на зачете; владение теоретическим материалом — на зачете.

Каждая тема позволяет организовать творческую самостоятельную работу студентов, которая будет способствовать становлению специалиста, обладающего значительным творческим потенциалом. Содержание и формы контролируемой самостоятельной работы студентов должны соответствовать целям и задачам подготовки специалистов.

#### Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины — повышение уровня специального математического образования студентов специальности «математика (экономическая деятельность)». В частности, ознакомление с основными формализации ситуаций методами конфликтных экономической деятельности и способами их разрешения, развитие у студентов логического мышления, навыков математического моделирования конфликтных ситуаций и поиска оптимальных стратегий поведения, обеспечивающих участникам конфликта максимальную выгоду.

#### Задачи учебной дисциплины:

- 1. Усвоение навыков формализации конфликтных ситуаций.
- 2. Усвоение способов поиска оптимальных решений для конфликтных ситуаций.

**Место учебной дисциплины** в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к циклу дисциплин специализации компонента учреждения высшего образования.

**Связи** с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Изучение дисциплины базируется на знаниях дисциплин «Алгебра и теория чисел», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Математический анализ».

#### Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Теория игр» должно обеспечить формирование следующих академических, социально-личностных и профессиональных компетенций:

#### академические компетенции:

- АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.
  - АК-3. Владеть исследовательскими навыками.
  - АК-4. Уметь работать самостоятельно.
  - АК-5. Быть способным порождать новые идеи (обладать креативностью).
  - АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

#### социально-личностные компетенции:

- СЛК-1. Обладать качествами гражданственности.
- СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.
- СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.
- СЛК-4. Владеть навыками здоровьесбережения.
- СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.
- СЛК-6. Уметь работать в команде

#### профессиональные компетенции:

- ПК-1. Разрабатывать практические рекомендации по использованию научных исследований, планировать и проводить экспериментальные исследования, исследовать патентоспособность и показатели технического уровня разработок программного обеспечения информационных систем.
- ПК-7. Проводить исследования в области эффективности решения производственных задач.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен: **знать:** 

- определение игры в нормальной, развернутой и байесовской формах;
- доминирующие и недоминируемые стратегии;
- осторожные стратегии;
- оптимальные по Парето исходы;
- матричные и биматричные игры;
- смешанные и поведенческие стратегии;
- седловые точки и равновесия Нэша;

- совершенные и секвенциальные равновесия;
- свойства равновесий в повторяющихся играх;
- способы формализации аукционов;

#### уметь:

- формализовать игру в нормальной, развернутой, байесовской форме;
- находить равновесия методом последовательного исключения доминируемых стратегий;
- находить равновесия в позиционных играх методом Цермело-Куна;
- находить равновесия в смешанных расширениях матричных и биматричных игр графоаналитическим методом;
- находить совершенные и секвенциальные равновесия;

#### владеть:

 основными понятиями рационального поведения игроков в условиях общего знания и неполной информации.

#### Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в пятом семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Теория игр» отведено:

для очной формы получения высшего образования — 116 часов, в том числе 72 аудиторных часа, из них: лекции — 60 часов, лабораторные занятия — 12 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы. Форма текущей аттестации – зачет.

#### СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

- Тема 1. Игры в развернутой форме.
- Тема 2. Игры в нормальной форме.
- Тема 3. Смешанные и поведенческие стратегии.
- Тема 4. Разумность, эгоизм, общее знание.
- Тема 5. Доминирующие и недоминируемые стратегии.
- Тема 6. Осторожные стратегии.
- **Тема 7.** Оптимальность по Парето.
- Тема 8. Равновесия Нэша, их свойства и методы поиска.
- Тема 9. Смешанные расширения бесконечных игр.
- Тема 10. Антагонистические игры и седловые точки.
- Тема 11. Секвенциальные равновесия.
- Тема 12. Совершенные равновесия.
- Тема 13. Повторяющиеся игры.
- Тема 14. Коррелированные равновесия.
- Тема 15. Байесовские игры и аукционы.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

## Дневная форма получения образования

	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов				В	В	
Номер раздела, темы		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное	Количество часов УСР	Форма контроля знаний
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Игры в развернутой форме	6			2			
2	Игры в нормальной форме	3						
3	Смешанные и поведенческие стратегии	3						
4	Разумность, эгоизм, общее знание	2						
5	Доминирующие и недоминируемые стратегии	6			4			контрольная работа
6	Осторожные стратегии	2						
7	Оптимальность по Парето	2						
8	Равновесия Нэша, их свойства и методы поиска	10			4			Отчет по практическим упражнениям, собеседование
9	Смешанные расширения бесконечных игр	2						
10	Антагонистические игры и седловые точки	4			2			контрольная работа
11	Секвенциальные равновесия	4						
12	Совершенные равновесия	3						
13	Повторяющиеся игры	4						собеседование
14	Коррелированные равновесия	3						
15	Байесовские игры и аукционы	6						

#### ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

#### Перечень основной литературы

- 1. Бахтин В.И. Теория игр. Конспект лекций.
- 2. Бахтин В.И., Коваленок А.П., Лебедев А.В., Лысенко Ю.В. Исследование операций. Минск, БГУ, 2003
- 3. Myerson R. Game theory: analysis of conflict. 1997.

#### Перечень дополнительной литературы

- 1. Писарук Н.Н. Введение в теорию игр. Минск, БГУ, 2015.
- 2. Мулен Р. Теория игр и экономические приложения. 1979.
- 3. Оуэн Г. Теория игр. 1971.
- 4. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. Теория игр. 1998.
- 5. Лабскер Л. Г., Ященко Н. А. Теория игр в экономике, финансах и бизнесе. Учебник", Издательство: Кнорус, 2020 г.

# Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Формой текущей аттестации по дисциплине «Теория игр» учебным планом предусмотрен зачет.

Контроль работы студента проходит форме собеседования, В контрольной работы в аудитории или выполнения самостоятельных работ и практических упражнений в аудитории, а также самостоятельной работы вне аудитории с предоставлением отчета с его устной защитой. Задания к работам составляются согласно контрольным содержанию учебного материала.

Зачет по дисциплине проходит в устной или письменной форме.

# Примерные задания для контрольных работ

Задача 1. Найти решение игры

Задача 2. Найти множество недоминируемых стратегий игрока A, если множество его стратегий X = [-4,0], множество стратегий игрока B есть  $Y = \{0,1\}$ , а функция выигрыша игрока A есть

$$u_A(x, y) = 10y \cos x + 5(1 - y) \sin x.$$

Задача 3. Найти равновесия по Нэшу в чистых и смешанных стратегиях в биматричной игре

Задача 4. Дана биматричная игра. Найти: а) равновесия по Нэшу в чистых стратегиях; б) равновесия по Парето; в) осторожные стратегии каждого игрока; г) недоминируемые стратегии каждого игрока. Вычислить минимальные гарантированные выигрыши каждого игрока.

$$\begin{bmatrix} (5;7) & (5;4) & (6;5) \\ (5;3) & (2;4) & (4;3) \\ (3;3) & (8;5) & (3;2) \end{bmatrix}$$

Задача 5. Задана игра двух лиц  $G = (X, Y, u_1, u_2)$ , где X, Y - компактные множества и функции  $u_1, u_2$  непрерывны. Будут ли замкнуты множества  $ND_i$  недоминируемых стратегий i-го игрока?

# Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса могут быть использованы следующие подходы и методы: эвристический подход, практикоориентированный подход, метод проектного обучения, метод учебной дискуссии, методы и приемы развития критического мышления, метод группового обучения. которые предполагают:

- осуществление студентами значимых открытий;
- демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач;
- творческую самореализацию обучающихся в процессе создания образовательных продуктов;
- индивидуализацию обучения через возможность самостоятельно ставить цели, осуществлять рефлексию собственной образовательной деятельности;
  - освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;

- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций;
- приобретение студентом знаний и умений для решения практических задач;
- анализ ситуации, используя профессиональные знания, собственный опыт, дополнительную литературу и иные источники;
- способ организации учебной деятельности студентов, развивающий актуальные для учебной и профессиональной деятельности навыки планирования, самоорганизации, сотрудничества и предполагающий создание собственного продукта;
- приобретение навыков для решения исследовательских, творческих, социальных, предпринимательских и коммуникационных задач.

Все результаты и достижения группируются на основе основных видов деятельности студентов: учебной, научно-исследовательской и иной. Методы обеспечивают появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения. Также они представляют собой систему, формирующую навыки работы с информацией в процессе чтения и письма; понимании информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления и являются организацией учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

# Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

- поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников по изучаемой теме;
  - выполнение домашнего задания;
- работы, предусматривающие решение задач и выполнение упражнений;
  - изучение материала, вынесенного на самостоятельную проработку;
  - подготовка к практическим семинарским занятиям;
  - научно-исследовательские работы;
- анализ статистических и фактических материалов по заданной теме,
   проведение расчетов, составление схем и моделей на основе статистических материалов;
- подготовка и написание рефератов, докладов, эссе и презентаций на заданные темы;
  - подготовка к участию в конференциях и конкурсах.

#### РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

- 1. Дерево игры, корень, путь игры, альтернативы, конечные вершины.
- 2. Игры в развернутой форме.
- 3. Совершенные память и информация.
- 4. Игры в нормальной форме. Биматричные игры.
- 5. Чистые, смешанные, поведенческие стратегии.
- 6. Дерево вероятностей.
- 7. Поведенческое представление смешанных стратегий.
- 8. Эквивалентность смешанных стратегий. Теорема Куна.
- 9. Разумность, эгоизм, общее знание.
- 10. Доминирующие, недоминируемые, эквивалентные стратегии.
- 11. Последовательное исключение доминируемых стратегий.
- 12. Алгоритм Куна. Условие взаимной однозначности.
- 13. Осторожные стратегии. Минимакс и максимин.
- 14. Теорема о существовании осторожных стратегий.
- 15. Оптимумы по Парето. Теорема об их существовании.
- 16. Правила принятия решений и равновесия Нэша.
- 17. Теорема Какутани о неподвижной точке.
- 18. Теорема Нэша о существовании равновесий.
- 19. Несовершенство равновесий Нэша.
- 20. Связь равновесий Нэша в играх, подыграх и смешанных расширениях.
- 21. Алгоритм перебора носителей для поиска равновесий Нэша.
- 22. Графоаналитический метод поиска равновесий Нэша.
- 23. Смешанные расширения бесконечных игр. Теорема Гликсберга.
- 24. Антагонистические и матричные игры.
- 25. Нижняя и верхняя цена матричной игры.
- 26. Седловые точки, их связь с ценой игры и осторожными стратегиями.
- 27. Теорема фон Неймана о седловой точке.
- 28. Поиск седловой точки методом линейного программирования.
- 29. Равновесия, совершенные относительно подыгр. Их существование.
- 30. Слабые секвенциальные равновесия.
- 31. Связь слабых секвенциальных равновесий с равновесиями Нэша.
- 32. Сильные секвенциальные равновесия. Их существование.
- 33. Совершенные равновесия для стратегических игр. Их существование.
- 34. Повторяющиеся игры. Суперстратегии.
- 35. Определение выигрышей в повторяющихся играх.
- 36. «Народная» теорема для суперигр.
- 37. Коррелированные равновесия.
- 38. Байесовские игры и равновесия в них.
- 39. Аукционы с линейными бидами.
- 40. Аукционы с непрерывными симметричными бидами.

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1. Теория вероятностей и математическая статистика	Кафедра функционального анализа и аналитической экономики		Изменений не требуеся,протокол № 12 от 18.06.2019
2.Функциональ ный анализ	Кафедра функционального анализа и аналитической экономики		Изменений не требу- ется,протокол № 12 от 18.06.2019

# ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

No	Дополнения и изменения	Основание
п/п		
Vueñi	пая программа пересмотрена и одобрена	на заселании кафел <b>ь</b> г
	протокол (протокол	№ от 2020_ г.)
Завед	ующий кафедрой	
	<del></del>	<del></del>
УТВЕ	РЖДАЮ	
	факультета	