

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
и образовательным инновациям
О.Н.Здрок
«...» 2020 г.

Регистрационный № УД-883/уч.

Основы теории вероятностей и математической статистики

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:**

1-31 03 01 Математика (по направлениям)

Направление специальности

1-31 03 01-04 Математика (научно-конструкторская деятельность)

2020 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01 -2013 и учебного плана № G31-209/уч. от 29.05.2015 по специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям), направление специальности 1-31 03 01-04 Математика (научно-конструкторская деятельность)

СОСТАВИТЕЛИ:

Сергей Павлович Сташулёнок – доцент кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Пыжкова Ольга Николаевна, заведующий кафедрой высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный технологический университет», кандидат физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой функционального анализа и аналитической экономики
(протокол № 12 от 04.06.2020);

Научно-методическим Советом БГУ

(протокол № 5 от 17.06.2020)

Заведующий кафедрой

 *А. В. Лебедев*

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины «ОСНОВЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ» – подготовка специалистов, способных использовать фундаментальные математические знания в качестве основы при проведении прикладных исследований.

Задачи учебной дисциплины:

- ознакомить студентов с основными принципами теории вероятностей и математической статистики и примерами их применений,
- дальнейшее формирование у студентов навыков абстрактного математического мышления и умения применять его в конкретных задачах,
- повышение их математической культуры.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к циклу общенаучных и общепрофессиональных дисциплин (компонент учреждения образования).

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Предполагается, что наряду с изучением дисциплины «ОСНОВЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ» также изучаются следующие дисциплины: «Алгебра», «Дискретная математика и теория графов», «Аналитическая геометрия», «Математический анализ» .

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «ОСНОВЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ» должно обеспечить формирование следующих академических, социально-личностных и профессиональных компетенций

академические компетенции:

- АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.
- АК-3. Владеть исследовательскими навыками.
- АК-4. Уметь работать самостоятельно.
- АК-5. Быть способным вырабатывать новые идеи (обладать креативностью).
- АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.
- АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

социально-личностные компетенции:

- СЛК-6. Уметь работать в команде.

профессиональные компетенции:

ПК-1. Разрабатывать практические рекомендации по использованию научных исследований, планировать и проводить экспериментальные исследования, исследовать патентоспособность и показатели технического уровня разработок программного обеспечения информационных систем.

ПК-2. Владеть основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации. Применять современные методы проектирования информационных систем, использовать веб-сервисы, оформлять техническую документацию.

ПК-5. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области математики и информационных технологий.

ПК-7. Проводить исследования в области эффективности решения производственных задач.

ПК-9. Осуществлять выбор оптимального варианта проведения научно-исследовательских работ.

ПК-19. Принимать оптимальные управленческие решения.

ПК-24. Оценивать конкурентоспособность и экономическую эффективность разрабатываемых технологий.

ПК-29. Вести преподавательскую работу в учреждениях высшего и среднего специального образования в соответствии с полученной квалификацией.

ПК-30. Осуществлять научно-методическое обеспечение образования, использовать инновационные педагогические технологии в образовательном процессе.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- основные понятия теории вероятностей;
- основные математические модели случайных явлений;

уметь:

- использовать основные закономерности случайных явлений;
- применять методы теории вероятностей и математической статистики в других науках;

владеть:

- основными методами теории вероятностей.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается во 2 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «ОСНОВЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 88 часов, в том числе 34 аудиторных часа, из них: лекции – 18 часов, практические занятия – 12 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 2 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ПРОСТРАНСТВА

Тема 1.1. *Введение.* Предмет теории вероятностей. Исторические сведения. Роль теории вероятностей в естествознании.

Тема 1.2. *Терминология теории вероятностей.* Предмет и задачи теории вероятностей. События, операции над событиями.

Тема 1.3. *Аксиоматика Колмогорова.* Свойства вероятности.

Тема 1.4. *Примеры вероятностных пространств.* Классическое, конечное, дискретное вероятностные пространства. Геометрическое вероятностное пространство, парадокс Бертрана. Статистическая вероятность и устойчивость частот.

Раздел 2. НЕЗАВИСИМОСТЬ.

Тема 2.1. *Условные вероятности.* Определение условной вероятности. Теоремы умножения. Формула полной вероятности и формулы Байеса.

Тема 2.2. *Независимость событий.* Определение независимости двух событий и независимости в совокупности нескольких событий. Независимость классов событий.

Тема 2.3. *Независимые испытания.* Схема Бернулли.

Тема 2.4. *Предельные теоремы.* Локальные и интегральные предельные теоремы Муавра — Лапласа и Пуассона и их приложения.

Раздел 3. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ.

Тема 3.1. *Случайные величины и их распределения.*

Тема 3.2. *Классификация случайных величин.* Теорема Лебега. Распределения: биномиальное, геометрическое, пуассоновское, равномерное, нормальное, показательное, Коши и др. Функция и плотность распределения.

Тема 3.3. *Многомерные случайные величины.* Свойства многомерной функции распределения. Классификация многомерных случайных величин.

Тема 3.4. *Независимость случайных величин.* Критерии независимости.

Раздел 4. ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН.

Тема 4.1. *Математическое ожидание и его свойства* Свойство мультипликативности математических ожиданий.

Тема 4.2. *Моменты случайных величин.* Дисперсия и ее свойства.

Раздел 5. ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ.

Тема 5.1. *Понятие о законе больших чисел* и центральной предельной теореме(в обзорном порядке).

Раздел 6. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ.

Тема 6.1. *Предмет и задачи математической статистики.*

Тема 6.2. *Основные понятия выборочной теории:* выборка, вариационный ряд, гистограмма, полигон частот, эмпирическая функция распределения.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов					Количество часов по УСР	Форма контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2 семестр							
1.	ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ПРОСТРАНСТВА	6	2				2	
1.1.	<i>Введение</i>	1						
1.1.1	Предмет теории вероятностей. Исторические сведения. Роль теории вероятностей в естествознании.							
1.2.	<i>Терминология теории вероятностей.</i>	2						
1.2.1.	Предмет и задачи теории вероятностей. События, операции над событиями.							
1.3.	<i>Аксиоматика Колмогорова.</i>	2						
1.3.1.	Свойства вероятности.							
1.4.	<i>Примеры вероятностных пространств.</i>	1	2				2	отчет по самостоятельной работе вне аудитории с их устной защитой, собеседование
1.4.1.	Классическое, конечное, дискретное вероятностные пространства. Геометрическое вероятностное пространство, парадокс Бертрана. Статистическая вероятность и устойчивость частот.							

2.	НЕЗАВИСИМОСТЬ	3	2					
2.1.	<i>Условные вероятности</i>	1						
2.1.1.	Определение условной вероятности. Теоремы умножения. Формула полной вероятности и формулы Байеса.							
2.2.	<i>Независимость событий</i>	1						
2.2.1.	Определение независимости двух событий и независимости в совокупности нескольких событий. Независимость классов событий.							
2.3.	<i>Независимые испытания</i>	1						
2.3.1.	Схема Бернулли							
2.4.	<i>Предельные теоремы</i>		2					Коллоквиум, собеседование
2.4.1.	Локальные и интегральные предельные теоремы Муавра — Лапласа и Пуассона и их приложения.							
3.	СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ	4	2					
3.1.	<i>Случайные величины и их распределения</i>	1						
3.2.	<i>Классификация случайных величин</i>							
3.2.1.	Теорема Лебега. Распределения: биномиальное, геометрическое, пуассоновское, равномерное, нормальное, показательное, Коши и др. Функция и плотность распределения.	1	1					
3.3.	<i>Многомерные случайные величины</i>	1	1					
3.3.1.	Свойства многомерной функции распределения. Классификация многомерных случайных величин							
3.4.	<i>Независимость случайных величин</i>	1						
3.4.1.	Критерии независимости.							
4.	ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН	1	4				2	Коллоквиум
4.1.	<i>Математическое ожидание и его свойства</i>	1	2					

4.1.1.	Математическое ожидание случайной величины. Свойство мультипликативности математических ожиданий.							
4.2.	<i>Моменты случайных величин. Дисперсия и ее свойства.</i>		2				2	Контрольная работа
5.	ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ	2						
5.1.	<i>Понятие о законе больших чисел и центральной предельной теореме</i>	2						
6.	ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ.	2	2					
6.1	<i>Предмет и задачи математической статистики</i>	1						
6.2.	<i>Основные понятия выборочной теории: выборка, вариационный ряд, гистограмма, полигон частот, эмпирическая функция распределения</i>	1	2					Контрольная работа
	ВСЕГО	18	12				4	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. М.: Наука, 1988.
2. Лазакович Н.В., Сташулёнок С.П., Яблонский О.Л. Теория вероятностей : учебник. – 3-е изд., с изменен.. – Минск : БГУ, 2013.
3. Жданович В.Ф., Лазакович Н.В. Радыно Н.Я. Задания к лабораторным работам по курсу теории вероятностей и математической статистики в двух частях. Ч.1. Минск, 1998.
4. Жданович В.Ф., Лазакович Н.В. Радыно Н.Я., Сташулёнок С.П. Задания к лабораторным работам по курсу теории вероятностей и математической статистики в двух частях. Ч.2. Минск, 1999.
5. Севастьянов Б. А. Курс теории вероятностей и математической статистики. М.: Наука, 1982.
6. Чистяков В. П. Курс теории вероятностей. М.: Наука, 1987.
7. **Теория вероятностей** : практикум : учеб. пособие для студ вузов по мат. спец. : в 2 ч. Ч. 1 / [авт.: Н. В. Лазакович, Е. М. Радыно, С. П. Сташулёнок, С. Л. Штин, О.Л. Яблонский] ; под ред. Н. В. Лазаковича. - Минск : БГУ, 2011. - 147 с.
8. **Теория вероятностей** : практикум : учеб. пособие для студ вузов по мат. спец. : в 2 ч. Ч. 2 / [авт.: Н. В. Лазакович, Е. М. Радыно, С. П. Сташулёнок, А. Г. Яблонская, О.Л. Яблонский] ; под ред. Н. В. Лазаковича. - Минск : БГУ, 2014. - 175 с.
9. Лазакович Н.В., Сташулёнок С.П., Яблонский О.Л. Курс теории вероятностей : электронное учебное пособие. – Минск : Электронная книга БГУ, 2003
10. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для академического бакалавриата / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 538 с.

Перечень дополнительной литературы

1. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. М.: Мир, 1984.Т.1,2.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Контроль работы студента проходит в форме собеседования, контрольной работы в аудитории или выполнения самостоятельных работ и практических упражнений в аудитории, а также самостоятельной работы вне аудитории с предоставлением отчета с его устной защитой. Задания к контрольным работам составляются согласно содержанию учебного материала.

Формой текущей аттестации по дисциплине «ОСНОВЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ» учебным планом предусмотрен экзамен.

Экзамен по дисциплине проходит в устной или письменной форме.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Итоговая оценка формируется на основе 3-х документов:

1. Правила проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования (Постановление Министерства образования Республики Беларусь № 53 от 29.05.2012 г.).

2. Положение о рейтинговой системе оценки знаний студентов по дисциплине в Белорусском государственном университете (Приказ ректора БГУ № 189-ОД от 31.03.2020)

3. Критерии оценки знаний и компетенций студентов по 10-балльной шкале (Письмо Министерства образования Республики Беларусь от 22.12.2003 г. № 21-04-1/105).

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 1.4. Примеры вероятностных пространств.

Студент изучает классическое, конечное, дискретное вероятностные пространства. Геометрическое вероятностное пространство, парадокс Бертрана.

Форма контроля – опрос.

Тема 4.2. Моменты случайных величин

Студент изучает понятия моментов случайных величин, дисперсии, формулы для вычисления.

Примерный перечень тестовых заданий для коллоквиума

1. Из урны, содержащей 6 перенумерованных шаров, наугад вынимают один за другим все находящиеся в ней шары. Вероятность того, что номера вынутых шаров будут идти по порядку: 1, 2, ..., 6 равна 1) $1/720$; 2) $1/36$; 3) $1/360$; 4) $1/1440$; 5) $1/46656$.

2. Из урны, содержащей 4 перенумерованных шаров, наугад вынимают один за другим все находящиеся в ней шары. Вероятность того, что номера вынутых шаров будут идти по порядку: 1, 2, ..., 4 равна 1) $1/4$; 2) $1/36$; 3) $1/12$; 4) $4/24$; 5) $1/24$.

3. Из урны, содержащей 5 перенумерованных шаров, наугад вынимают один за другим все находящиеся в ней шары. Вероятность того, что номера вынутых шаров будут идти по порядку: 1, 2, ..., 5 равна 1) $1/5$; 2) $1/120$; 3) $5/120$; 4) $4/24$; 5) $1/240$.

4. Игральная кость бросается два раза. Вероятность того, что оба раза появится одно и то же число очков равна: 1) $1/2$; 2) $1/6$; 3) $1/36$; 4) $1/18$; 5) $1/72$.

5. Из следующих утверждений неверным является: 1) всякое элементарное событие является случайным; 2) геометрическое вероятностное пространство – это математическая модель случайного эксперимента, в котором число исходов более чем счётно; 3) дискретное вероятностное пространство – это математическая модель случайного эксперимента в котором число исходов счётно; 4) конечное вероятностное пространство – это математическая модель случайного эксперимента с конечным числом исходов; 5) классическое вероятностное пространство – это математическая модель случайного эксперимента с конечным числом равновозможных исходов.

6. Пусть случайные события A и B рассматриваются на одном и том же вероятностном пространстве, причем $P(A|B) > 0$. Тогда 1) $P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 1$; 2) $P(A|B) + P(\bar{A}|\bar{B}) = 1$; 3) $P(A|\bar{B}) + P(\bar{A}|B) = 1$; 4) $P(A|B) + P(A|\bar{B}) = 1$.

7. События A и B несовместны и независимы. Тогда верно: 1) хотя бы одно из событий является невозможным; 2) хотя бы одно из событий имеет нулевую вероятность; 3) каждое из событий имеет нулевую вероятность; 4) каждая из вероятностей этих событий отлична от нуля; 5) каждое из событий невозможно.

8. Пусть $P(A)=0$, а B — произвольное случайное событие, рассматриваемое на том же вероятностном пространстве, что и A . Тогда: 1) события A и B несовместны; 2) события A и B независимы; 3) наступление события A влечет наступление события B ; 4) события A и B противоположны.

9. Монета брошена 100 раз. Тогда вероятность выпадения 50 гербов равна: 1) 0,5; 2) 0, 25; 3) $\frac{C_{100}^{50}}{2^{100}}$; 4) $\frac{C_{100}^1}{2^{100}}$ 5) $\frac{C_{150}^{50}}{2^{100}}$.

10. Монета брошена 50 раз. Тогда вероятность выпадения 25 гербов равна: 1) 0,5; 2) 0, 25; 3) $\frac{C_{50}^{25}}{2^{50}}$; 4) $\frac{C_{50}^1}{2^{50}}$ 5) $\frac{C_{50}^{25}}{2^{25}}$.

11. Пусть случайная величина ξ равномерно распределена на отрезке $[0,1]$. Тогда случайная величина $\ln\left(\frac{1}{\xi}\right)$ имеет: 1) экспоненциальное распределение; 2) распределение Коши; 3) пуассоновское распределение; 4) нормальное распределение; 5) биномиальное распределение.

12. Пусть случайная величина ξ равномерно распределена на отрезке $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$. Тогда случайная величина $\operatorname{tg}(\xi)$ имеет: 1) экспоненциальное распределение; 2) распределение Коши; 3) пуассоновское распределение; 4) нормальное распределение; 5) биномиальное распределение.

13. Случайная величина имеет пуассоновское распределение. Ошибочно следующее утверждение: 1) ее математическое ожидание равно дисперсии; 2) ее математическое ожидание положительно; 3) случайная величина имеет дискретный закон распределения; 4) её математическое ожидание отрицательно.

14. Случайная величина ξ стандартно нормально распределена. Тогда $M\xi^{2009}$ равно: 1) 2009; 2) -2009 ; 3) 1; 4) 1004,5; 5) 0.

15. Случайная величина ξ стандартно нормально распределена. Тогда $M(\xi+3)$ равно: 1) 1,5; 2) 6; 3) 1; 4) 3; 5) 0.

16. Закон распределения биномиальной случайной величины имеет следующий вид $P(\xi = k) = C_{50}^k \left(\frac{1}{2}\right)^{50}$, $k = 0, 1, \dots, 50$. Тогда $M\xi$ равно: 1) 0; 2) 1; 3) 25; 4) 50; 5) 100.

17. Закон распределения биномиальной случайной величины имеет следующий вид $P(\xi = k) = C_{50}^k \left(\frac{1}{2}\right)^{50}$, $k = 0, 1, \dots, 50$. Тогда $D\xi$ равно: 1) 0; 2) 1; 3) 25; 4) 50; 5) 12,5.

18. Независимые случайные величины имеют следующие законы распределения $P(\xi = k) = C_{50}^k \left(\frac{1}{2}\right)^{50}$, $k = 0, 1, \dots, 50$; $P(\eta = i) = C_{150}^i \left(\frac{1}{2}\right)^{150}$, $k = 0, 1, \dots, 150$. Тогда случайная величина $\xi + \eta$ имеет следующий закон распределения: 1) $P(\xi + \eta = k) = C_{200}^k \left(\frac{1}{2}\right)^{200}$, $k = 0, 1, \dots, 200$; 2) $P(\xi + \eta = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$, $k = 0, 1, \dots$; 3) $\xi + \eta$ не является случайной величиной.

19. Из равенства $M\xi\eta = M\xi M\eta$ следует: 1) независимость случайных величин ξ, η ; 2) некоррелированность случайных величин ξ, η ; 3) абсолютная непрерывность случайных величин ξ, η ; 4) сингулярность случайных величин ξ, η ; 5) дискретность случайных величин ξ, η .

20. Из равенства $D(\xi + \eta) = D\xi + D\eta$ следует: 1) независимость случайных величин ξ, η ; 2) некоррелированность случайных величин ξ, η ; 3) абсолютная непрерывность случайных величин ξ, η ; 4) сингулярность случайных величин ξ, η ; 5) дискретность случайных величин ξ, η .

21. Из равенства $D(\xi - \eta) = D\xi + D\eta$ следует: 1) независимость случайных величин ξ, η ; 2) некоррелированность случайных величин ξ, η ; 3) абсолютная непрерывность случайных величин ξ, η ; 4) сингулярность случайных величин ξ, η ; 5) дискретность случайных величин ξ, η .

22. Из равенства $\text{cov}(\xi, \eta) = 0$ следует: 1) независимость случайных величин ξ, η ; 2) некоррелированность случайных величин ξ, η ; 3) абсолютная непрерывность случайных величин ξ, η ; 4) сингулярность случайных величин ξ, η ; 5) дискретность случайных величин ξ, η .

23. Из равенства $\rho(\xi, \eta) = 0$ следует: 1) независимость случайных величин ξ, η ; 2) некоррелированность случайных величин ξ, η ; 3) абсолютная непрерывность случайных величин ξ, η ; 4) сингулярность случайных величин ξ, η ; 5) дискретность случайных величин ξ, η .

24. Из следующих утверждений верным является: 1) случайные величины ξ и $D\xi$ независимы; 2) у сингулярных случайных величин не существует математическое ожидание; 3) дискретные случайные величины

независимы; 4) вырожденная случайная величина абсолютно непрерывна; 5) из равенства нулю дисперсии и математического ожидания следует абсолютная непрерывность случайной величины.

Примерный перечень заданий для контрольной работы

1. Бросаются одновременно две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна 5.
2. Монета брошена 100 раз. Чему равна вероятность выпадения 10 гербов?
3. а) Закон распределения биномиальной случайной величины имеет следующий вид $P(\xi = k) = C_5^k (0,5)^5$, $k = 0, 1, \dots, 5$. Найти закон распределения $\eta = -\xi$.
б) Случайная величина ξ принимает значения $-1, 0, 1$ с вероятностями $0,25, 0,5$ и $0,25$ соответственно. Найти её функцию распределения.
4. ξ – равномерно распределенная случайная величина на отрезке $[0,1]$. Найти математическое ожидание случайной величины $\eta = e^{-\xi}$.
5. Привести пример случайной величины, имеющей дискретное распределение вероятностей. Найти её математическое ожидание и дисперсию.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса могут быть использованы следующие подходы и методы: *эвристический подход, практико-ориентированный подход, метод проектного обучения, метод учебной дискуссии, методы и приемы развития критического мышления, метод группового обучения*. Они предполагают:

- осуществление студентами значимых открытий;
- демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач;
- творческую самореализацию обучающихся в процессе создания образовательных продуктов;
- индивидуализацию обучения через возможность самостоятельно ставить цели, осуществлять рефлексию собственной образовательной деятельности;
- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций;
- приобретение студентом знаний и умений для решения практических задач;
- анализ ситуации, используя профессиональные знания, собственный опыт, дополнительную литературу и иные источники;
- способ организации учебной деятельности студентов, развивающий актуальные для учебной и профессиональной деятельности навыки планирования, самоорганизации, сотрудничества и предполагающий создание собственного продукта;
- приобретение навыков для решения исследовательских, творческих, социальных, предпринимательских и коммуникационных задач.

Все результаты и достижения группируются на основе основных видов деятельности студентов: учебной, научно-исследовательской и иной. Методы обеспечивают появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения. Также они представляют собой систему, формирующую навыки работы с информацией в процессе чтения и письма; понимания информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления и являются организацией учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

- поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников по изучаемой теме;
- выполнение домашнего задания;
- работы, предусматривающие решение задач и выполнение упражнений;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельную проработку;
- подготовка к практическим семинарским занятиям;
- научно-исследовательские работы;
- анализ статистических и фактических материалов по заданной теме, проведение расчетов, составление схем и моделей на основе статистических материалов;
- подготовка к участию в конференциях и конкурсах.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Пространство элементарных событий. Случайные события, действия над ними. Алгебры и сигма-алгебры событий.
2. Размещения, перестановки, сочетания. Их количество. Классическое определение вероятности.
3. Аксиоматическое определение вероятности. Вероятностное пространство. Свойства вероятности. Конечное и классическое вероятностные пространства. Дискретное вероятностное пространство.
4. Геометрическое вероятностное пространство. Задача о встрече. Парадокс Бертрана.
5. Условные вероятности. Теоремы умножения.
6. Формулы полной вероятности и Байеса.
7. Независимость событий. Пример Бернштейна.
8. Схема независимых испытаний Бернулли. Теоремы Пуассона и Муавра – Лапласа (без доказательства).
9. Случайная величина. Функция распределения случайной величины. Свойства.
10. Дискретные и абсолютно непрерывные распределения. Плотность случайной величины. Функции от случайных величин.
11. Многомерные случайные величины (случайные векторы). Дискретное многомерное распределение и распределение с плотностью.
12. Независимость случайных величин.
13. Математическое ожидание случайной величины. Определение. Свойства.
14. Математическое ожидание произведения независимых случайных величин.

15. Формулы для подсчета математических ожиданий.
16. Дисперсия. Свойства дисперсии.
17. Коэффициент корреляции. Его свойства. Моменты случайных величин.
18. Понятие о центральной предельной теореме и законах больших чисел.
19. Предмет и задачи математической статистики. Основные понятия выборочной теории: статистическая модель, выборка, выборка из распределения, гистограмма, полигон частот. Примеры статистических моделей.
20. Эмпирическая функция распределения, её свойства. Теорема Гливенко (без доказательства). Примеры вычисления эмпирической функции распределения.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Алгебра	Кафедра высшей алгебры и защиты информации	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2020)
Математический анализ	Кафедра теории функций	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2020)
Дискретная математика	Кафедра математической кибернетики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2020)
Аналитическая геометрия	Кафедра геометрии, топологии и методики преподавания математики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2020)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 201_ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
