

Белорусский государственный университет

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебной работе и  
образовательным инновациям

О.Н. Здрок

« 2 » июля 2020 г.

Регистрационный № УД -8824/уч.



## **Теория игр и исследование операций**

### **Учебная программа учреждения высшего образования по учебной дисциплине для специальностей:**

1-26 02 02 Менеджмент (по направлениям)  
направления специальности

1-26 02 02-05 Менеджмент (международный)

1-26 02 02-08 Менеджмент (инновационный)

1-25 01 12 Экономическая информатика

2020 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-26 02 02 – 2013, 1-25 01 12 -2013 и учебных планов № E26-223/уч., №E26з–236/уч., №E26з–238/уч. от 30.05.2013, №E26-272/уч., №E26з–274/уч., №E26з–273/уч. от 11.05.2017, №E25-201/уч. от 30.05.2013 г., №E25-289/уч. от 16.03.2020 г.

**СОСТАВИТЕЛЬ:**

**А. В. Капуто**, доцент кафедры аналитической экономики и эконометрики экономического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

**Н. В. Новикова**, старший преподаватель кафедры аналитической экономики и эконометрики экономического факультета Белорусского государственного университета.

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

**В.С. Вакульчик**, доцент кафедры высшей математики УО «Полоцкий государственный университет», кандидат педагогических наук, доцент

**Е.А. Крушевский**, доцент кафедры «Математические методы в строительстве» Белорусского национального технического университета, кандидат физико-математических наук, доцент

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой аналитической экономики и эконометрики экономического факультета БГУ

(протокол № 11 от 22.05.2020);

Научно-методическим советом БГУ

(протокол № 5 от 17.06.2020).

Заведующий кафедрой  
аналитической экономики  
и эконометрики



Е.Г. Господарик

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### **Цель и задачи учебной дисциплины**

**Целями** изучения дисциплины «Теория игр и исследование операций» для студентов специальностей «Менеджмент» и «Экономическая информатика» являются:

- ознакомление обучающихся с основными понятиями и методами дисциплины;
- выработка системного экономического мышления;
- формирование навыков построения математических моделей, проведения экономических расчетов и использования их для обоснования экономических решений.

**Задачи учебной дисциплины** состоят в следующем:

- изучение постановок и содержания задач теории игр и исследования операций;
- изучение методики построения моделей теории игр и исследования операций;
- приобретение навыков теоретического исследования моделей;
- изучение подходов к решению задач;
- приобретение навыков в использовании результатов математического моделирования для выработки и обоснования управленческих решений;

### **Место учебной дисциплины**

Учебная дисциплина «Теория игр и исследование операций» относится к циклу специальных дисциплин (дисциплины по выбору студента) компонента учреждения высшего образования по специальности 1-26 02 02 Менеджмент (по направлениям) и к циклу общенаучных и профессиональных дисциплин компонента учреждения высшего образования по специальности 1-25 01 12 Экономическая информатика.

### **Связи с другими учебными дисциплинами**

Дисциплина «Теория игр и исследование операций» основана на учебных дисциплинах «Высшая математика» и «Теория вероятностей и математическая статистика».

### **Требования к компетенциям**

Освоение учебной дисциплины «Теория игр и исследование операций» должно обеспечить формирование следующих академических, социально-личностных и профессиональных компетенций:

**академические** компетенции:

- АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач
- АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.
- АК-3. Владеть исследовательскими навыками.
- АК-4. Уметь работать самостоятельно.
- АК-5. Быть способным порождать новые идеи (обладать креативностью).

- АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.  
АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.  
АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникации.

**социально-личностные** компетенции:

*1-26 02 02 Менеджмент (по направлениям)*

- СЛК-2. Иметь навыки социального взаимодействия.  
СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.  
СЛК-6. Уметь работать в команде.

*1-25 01 12 Экономическая информатика*

- СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.  
СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.  
СЛК-6. Уметь работать в команде.

**профессиональные** компетенции:

*1-26 02 02 Менеджмент (по направлениям)*

- ПК-7. Владеть техникой принятия индивидуальных и групповых управленческих решений, организации работ по их выполнению и контролю.  
ПК-11. Разрабатывать производственную программу организации, обеспечивая ее согласование с потребностями рынка, увязку с ресурсами организации, координацию деятельности подразделений организации при ее выполнении.  
ПК-13. Обеспечивать ритмичную работу организации, управление запасами, выбор оптимальной схемы работы с поставщиками и потребителями.  
ПК-14. Принимать эффективные управленческие решения в экономической сфере.  
ПК-17. Использовать информационные технологии для повышения эффективности обработки исходных данных, проведения математических и статистических расчетов, ведения документооборота и маркетинговых исследований.  
ПК-27. Разрабатывать и применять экономико-математические модели для решения задач управления.

*1-25 01 12 Экономическая информатика*

- ПК-2. Рассчитывать по фактическим данным и прогнозировать важнейшие экономические показатели.  
ПК-3. Обобщать и оценивать результаты экономического, финансового, статистического анализа и формулировать выводы.  
ПК-14. Использовать информационные технологии для повышения эффективности обработки исходных данных, проведения математических и статистических расчетов, ведения документооборота и маркетинговых исследований.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

**знать:**

- принципы математического моделирования ситуаций принятия решений;
- основные классы математических моделей и методов принятия оптимальных решений;

**уметь:**

- строить математические модели принятия экономических решений и иметь навыки их использования для решения соответствующих задач;

**владеть:**

– навыками использования математических моделей для решения соответствующих задач.

**Структура учебной дисциплины**

На дневной форме обучения дисциплина изучается в 4 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Теория игр и исследование операций» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 200 часов, в том числе 98 аудиторных часа из них: лекции – 50 часов, семинарские занятия - 40 часов, управляемая самостоятельная работа – 8 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 5 зачетных единиц.

Форма текущей аттестации – экзамен (специальность 1-25 01 12 Экономическая информатика); экзамен, зачет (специальность 1-26 02 02 Менеджмент (по направлениям)).

На заочной форме (4-5 семестрах) и заочной сокращенной (1 семестр) форме обучения специальности 1-26 02 02 «Менеджмент» (по направлениям) дисциплина изучается 5 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Теория игр и исследование операций» отведено:

– для заочной формы получения высшего образования – 200 часов, в том числе 24 аудиторных часа, из них: лекции – 14 часов, практические занятия – 10 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 5 зачетных единиц.

Форма текущей аттестации –зачет, экзамен. Так же для студентов заочной формы обучения предусмотрено выполнение контрольной работы по дисциплине в 5-м семестре.

# СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

## Раздел 1. Основы методологии исследования операций и теории игр

### Тема 1.1. Предмет и задачи исследования операций и теории игр

Основные понятия и принципы исследования операций и теории игр. Математические модели операций. Этапы исследования операций

### Тема 1.2. Разновидности задач исследования операций и подходов к их решению

Прямые и обратные задачи исследования операций. Детерминированные задачи. Проблема выбора решения в условиях неопределенности. Многокритериальные задачи.

## Раздел 2. Детерминированные модели и методы их исследования

### Тема 2.1 Линейное программирование

Предмет линейного программирования. Примеры экономических задач. Общая формулировка задачи линейного программирования (ЗЛП). Виды записи ЗЛП. Переход от одной формы записи к другой. Порядок решения ЗЛП с двумя переменными графическим способом. Понятие опорного плана. Основная теорема линейного программирования. Алгоритм симплексного метода решения ЗЛП. Метод искусственного базиса. Особые случаи решения ЗЛП.

### Тема 2.2 Двойственность и ее применение в экономическом анализе

Правила построения модели двойственной задачи к ЗЛП в общей и симметричной форме. Примеры двойственных задач. Основные теоремы двойственности. Экономическая интерпретация двойственных задач.

### Тема 2.3 Транспортная задача

Постановка транспортной задачи (ТЗ). Модель транспортной задачи. Опорные планы транспортной задачи. Алгоритм решения ТЗ распределительным методом и методом потенциалов. Усложненная постановка ТЗ.

### Тема 2.4. Целочисленное программирование

Примеры задач целочисленного линейного программирования (ЗЦЛП). Классификация методов решения ЗЦЛП. Решение ЗЦЛП методом ветвей и границ. Алгоритм метода Гомори. Задача о назначениях.

### Тема 2.5. Динамическое программирование

Общая постановка задачи динамического программирования. Принцип оптимальности и уравнения Беллмана. Схема решения задач динамического программирования. Задача о распределении средств между предприятиями. Задача об определении оптимальной стратегии замены оборудования. Задача определения оптимальной производственной программы.

## **Раздел 3. Специальные модели исследования операций**

### **Тема 3.1. Методы многокритериальной оптимизации**

Постановка задачи многокритериальной оптимизации. Оптимальность по Парето. Проблемы многокритериальной оптимизации. Классификация методов решения задач многокритериальной оптимизации: методы свертывания критериев, метод последовательных уступок, метод ведущего критерия, метод равных и наименьших относительных отклонений, метод идеальной точки.

### **Тема 3.2. Модели сетевого планирования и управления**

Базовые понятия и определения из теории графов. Алгоритм Фалкерсона. Задача о максимальном потоке. Методы сетевого планирования. Понятие задачи сетевого планирования и управления и ее применение. Понятие оптимизации сетевых графиков, зависимость продолжительности работы от затрат. Оптимизация сетевого графика по времени при фиксированном времени выполнения комплекса работ и при ограниченных затратах ускорение выполнения комплекса работ. Оптимизация по ресурсам. Оптимизация по стоимости при фиксированном и произвольном времени выполнения работ. Оптимальный безрезервный план. Сетевой анализ проектов на основе вероятностной оценки срока реализации.

### **Тема 3.3. Модели управления запасами**

Основные понятия. Критерии оптимальности управления производством и запасами. Детерминированные модели управления запасами. Однопродуктовые модели оптимальной партии поставки без дефицита. Модель оптимального размера заказываемой партии при дефиците. Многопродуктовые модели управления производством и поставками. Страховой запас.

### **Тема 3.4. Модели теории массового обслуживания**

Понятие о системе массового обслуживания (СМО). Примеры СМО в экономике. Потоки случайных событий. Понятие простейшего потока. Графическая модель СМО. Одноканальная СМО с отказами (предельные вероятности состояний, дифференциальные уравнения Колмогорова, предельные характеристики эффективности функционирования). Многоканальная СМО с отказами. Анализ модификаций одноканальных и многоканальных СМО и их характеристики эффективности функционирования.

## **Раздел 4. Модели теории игр**

### **Тема 4.1. Основные понятия и определения теории игр**

Конфликтные ситуации и оптимизация. Математическое моделирование конфликта. Понятие игры, игрока, стратегии. Классификация игр. Примеры. Математическая модель игры. Примеры экономических ситуаций, описываемых методами теории игр.

### **Тема 4.2. Решение матричной игры двух лиц с нулевой суммой игры в**

## **чистых стратегиях**

Понятие матричной игры двух лиц с нулевой суммой. Верхняя и нижняя чистая цена игры. Седловые точки в игре двух лиц с нулевой суммой. Теорема о существовании седловой точки. Свойства седловых точек.

### **Тема 4.3. Чистые и смешанные стратегии и их свойства. Принципы доминирования в матричных играх**

Смешанные стратегии и их свойства. Вид функции выигрыша. Цена игры и решение игры в смешанных стратегиях. Основная теорема матричных игр. Свойства оптимальных смешанных стратегий. Теорема об активных стратегиях. Понятие о доминируемых и доминирующих стратегиях. Упрощение платежной матрицы.

### **Тема 4.4. Анализ матричной игры $2 \times 2, 2 \times n, m \times 2$**

Аналитическое решение матричной игры  $2 \times 2$ , геометрическое решение игры  $2 \times 2$ . Геометрическое решение игры  $2 \times n$ , геометрическое решение игры  $m \times 2$ .

### **Тема 4.5. Решение матричной игры двух лиц с нулевой суммой в смешанных стратегиях**

Сведение матричной игры к задаче линейного программирования. Итерационные алгоритмы выбора оптимальной стратегии. Понятие о методе Брауна-Робинсона.

### **Тема 4.6. Статистические игры**

Понятие игры с природой. Виды неопределенностей. Критерии пессимизма, оптимизма. Построение матрицы рисков. Критерий Байеса, критерий Вальда, критерий Сэвиджа, критерий Гурвица, критерий Лапласа, критерий Ходжа-Лемана.

### **Тема 4.7. Биматричные игры**

Понятие о биматричных бескоалиционных играх. Вид функций выигрышей игроков. Смешанные стратегии игроков в биматричных играх. Оптимальность по Парето в биматричной игре. Равновесие по Нэшу. Графическое и аналитическое решение биматричных игр  $2 \times 2$ . Решение игр  $2 \times n$  и  $m \times 2$ .

### **Тема 4.8. Кооперативные игры**

Понятие кооперативной игры. Дележи и характеристические функции. Построение характеристических функций для простых ситуаций. Свойства характеристических функций. С-ядро кооперативной игры. Дележ игры по Шепли.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением дистанционных образовательных технологий  
Специальность 1-25 01 12 Экономическая информатика

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСП	Формы контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	<b>Основы методологии исследования операций и теории игр</b>	<b>2</b>						
1.1	Предмет и задачи исследования операций	1						Устный опрос
1.2	Разновидности задач исследования операций и подходов к их решению	1						Устный опрос
2	<b>Детерминированные методы и модели обоснования решений</b>	<b>20</b>		<b>16</b>			<b>3</b>	
2.1	Линейное программирование	6		4				Устный опрос, выполнение индивидуальных заданий
2.2	Двойственность и ее применение в экономическом анализе	2		2				Устный опрос, выполнение индивидуальных заданий
2.3	Транспортная задача	4		2			2(ДО)	Устный опрос, контрольная работа по темам 2.1 – 2.3
2.4	Целочисленное программирование	4		4				Устный опрос, выполнение индивидуальных заданий
2.5	Динамическое программирование	4		4			1(ДО)	Устный опрос, контрольная работа по темам 2.4– 2.5

3	<b>Специальные модели исследования операций</b>	<b>16</b>		<b>12</b>			<b>3</b>	
3.1	Методы многокритериальной оптимизации	4		4				Устный опрос, выполнение индивидуальных заданий
3.2	Модели сетевого планирования и управления	4		4			2(ДО)	Устный опрос, контрольная работа по темам 3.1 – 3.2
3.3	Модели управления запасами	4		2				Устный опрос, выполнение индивидуальных заданий
3.4	Модели теории массового обслуживания	4		2			1(ДО)	Устный опрос, контрольная работа по темам 3.3 – 3.3
4	<b>Модели теории игр</b>	<b>12</b>		<b>12</b>			<b>2</b>	
4.1	Основные понятия и определения теории игр	1						Устный опрос
4.2	Матричные игры двух лиц с нулевой суммой игры.	1		1				Устный опрос, выполнение индивидуальных заданий
4.3	Чистые и смешанные стратегии и их свойства. Принципы доминирования в матричных играх	1		1				Устный опрос, выполнение индивидуальных заданий.
4.4	Анализ матричной игры $2 \times 2, 2 \times n, m \times 2$	1		2				Устный опрос, выполнение индивидуальных заданий
4.5	Решение матричной игры двух лиц с нулевой суммой в смешанных стратегиях	2		2				Устный опрос, выполнение индивидуальных заданий
4.6	Статистические игры	2		2				Устный опрос, выполнение индивидуальных заданий
4.7	Биматричные игры	2		2			2(ДО)	Устный опрос, контрольная работа по темам 4.3 – 4.7
4.8	Кооперативные игры	2		2				Устный опрос, выполнение индивидуальных заданий
	<b>ИТОГО</b>	<b>50</b>		<b>40</b>			<b>8</b>	

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением дистанционных образовательных технологий  
специальность 1-26 02 02 Менеджмент (по направлениям)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Формы контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	<b>Основы методологии исследования операций и теории игр</b>	<b>2</b>						
1.1	Предмет и задачи исследования операций	1						Устный опрос
1.2	Разновидности задач исследования операций и подходов к их решению	1						Устный опрос
2	<b>Детерминированные методы и модели обоснования решений</b>	<b>20</b>	<b>16</b>				<b>3</b>	
2.1	Линейное программирование	6	4					Устный опрос, выполнение индивидуальных заданий
2.2	Двойственность и ее применение в экономическом анализе	2	2					Устный опрос, выполнение индивидуальных заданий
2.3	Транспортная задача	4	2				2(ДО)	Устный опрос, контрольная работа по темам 2.1 – 2.3
2.4	Целочисленное программирование	4	4					Устный опрос, выполнение индивидуальных заданий
2.5	Динамическое программирование	4	4				1(ДО)	Устный опрос, контрольная работа по темам 2.4– 2.5

3	<b>Специальные модели исследования операций</b>	<b>16</b>	<b>12</b>				<b>3</b>	
3.1	Методы многокритериальной оптимизации	4	4					Устный опрос, выполнение индивидуальных заданий
3.2	Модели сетевого планирования и управления	4	4				2(ДО)	Устный опрос, контрольная работа по темам 3.1 – 3.2
3.3	Модели управления запасами	4	2					Устный опрос, выполнение индивидуальных заданий
3.4	Модели теории массового обслуживания	4	2				1(ДО)	Устный опрос, контрольная работа по темам 3.3 – 3.3
4	<b>Модели теории игр</b>	<b>12</b>	<b>12</b>				<b>2</b>	
4.1	Основные понятия и определения теории игр	1						Устный опрос
4.2	Матричные игры двух лиц с нулевой суммой игры.	1	1					Устный опрос, выполнение индивидуальных заданий
4.3	Чистые и смешанные стратегии и их свойства. Принципы доминирования в матричных играх	1	1					Устный опрос, выполнение индивидуальных заданий.
4.4	Анализ матричной игры $2 \times 2, 2 \times n, m \times 2$	1	2					Устный опрос, выполнение индивидуальных заданий
4.5	Решение матричной игры двух лиц с нулевой суммой в смешанных стратегиях	2	2					Устный опрос, выполнение индивидуальных заданий
4.6	Статистические игры	2	2					Устный опрос, выполнение индивидуальных заданий
4.7	Биматричные игры	2	2				2(ДО)	Устный опрос, контрольная работа по темам 4.3 – 4.7
4.8	Кооперативные игры	2	2					Устный опрос, выполнение индивидуальных заданий
	<b>ИТОГО</b>	<b>50</b>	<b>40</b>				<b>8</b>	

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Заочная форма и заочная сокращенная форма  
специальность 1-26 02 02 Менеджмент (по направлениям)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Формы контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	<b>Основы методологии исследования операций и теории игр</b>	2						
1.1	Предмет и задачи исследования операций	1						Устный опрос
1.2	Разновидности задач исследования операций и подходов к их решению	1						Устный опрос
2	<b>Детерминированные методы и модели обоснования решений</b>	6	6					
2.1	Линейное программирование	2	2					Устный опрос
2.2	Двойственность и ее применение в экономическом анализе	2	2					Устный опрос
2.3	Транспортная задача	2	2					Устный опрос, контрольная работа по темам 2.1 – 2.3
3	<b>Специальные модели исследования операций</b>	2	2					
3.2	Модели сетевого планирования и управления	2	2					Устный опрос.
4	<b>Модели теории игр</b>	4	2					
4.1	Основные понятия и определения теории игр	1						Устный опрос

4.2	Матричные игры двух лиц с нулевой суммой игры.	1					Устный опрос
4.3	Чистые и смешанные стратегии и их свойства. Принципы доминирования в матричных играх		1				Устный опрос.
4.4	Анализ матричной игры $2 \times 2, 2 \times n, m \times 2$	2	1				Устный опрос, тест по темам 4.1 – 4.4
	ИТОГО	14	10				

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Перечень основной литературы

1. Васин, А.А. Введение в теорию игр с приложениями в экономике: учеб. пособие для вузов/ А.А. Васин, В.В. Морозов. – М.: 2003. – 278 с.
2. Вентцель, Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология / Е.С. Вентцель – М.: Высшая школа, 2007. – 208 с.
3. Данилов, В.И. Лекции по теории игр/ В.И. Данилов – М. : РЭШ, 2002. – 140 с.
4. Исследование операций в экономике: учеб. пособие для вузов / Н.Ш. Кремер [и др.]; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. – М.: ЮНИТИ, 2006. – 407 с.
5. Костевич, Л.С. Исследование операций. Теория игр: учеб. пособие/ Л.С. Костевич, А.А. Лапко. - 2-е изд., перераб. и доп. – Минск: Вышэйшая школа, 2008. – 368 с.
6. Кузнецов, А.В. Высшая математика. Математическое программирование /А.В. Кузнецов, В.А. Сакович, Н.И. Холод. – 4-е изд., перераб. и доп. Минск: Вышэйшая школа, 2013. –352 с.

### Перечень дополнительной литературы

1. Васин, А.А. Исследование операций /А.А. Васин, П.С. Краснощеков, В.В. Морозов. – М.: Академия, 2008. – 464 с.
2. Диксит, Авинаш. Теория игр. Искусство стратегического мышления в бизнесе и жизни / Авинаш Диксит и Барри Нейблбафф – М.: Манн, Иванов и Фербер, 2017. – 464с.
3. Косоруков, О.А. Исследование операций/ О.А. Косоруков, А.В. Мищенко – М.: Экзамен, 2003. – 448.
4. Костевич, Л.С. Математическое программирование: практикум / Л.С. Костевич, И.В. Гайдукевич. –Минск: БГЭУ, 2009. – 424 с.
5. Писарук, Н.Н. Модели и методы смешанно-целочисленного программирования / Н.Н. Писарук. – Минск: БГУ, 2010.
6. Шапкин, А.С. Математические методы и модели исследования операций: Учебник / А.С. Шапкин, В.А. Шапкин. – М.: Дашков и К, 2016. – 400 с.
7. Шиловская, Н.А. Теория игр: учебник и практикум для вузов / Н.А. Шиловская. –Москва: Юрайт, 2020. – 318 с.
8. Юферева, О.Д. Экономико-математические методы и модели: сб. задач / О.Д. Юферева. – Минск: БГЭУ, 2002. – 103 с.

## Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Перечень рекомендуемых средств диагностики:

1. Выполнение индивидуальных заданий на практических занятиях.
2. Устный опрос.
3. Контрольные работы.
4. Тест.

Методика формирования итоговой оценки:

Итоговая оценка формируется на основе 3-х документов:

- Правила проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования (Постановление № 53 от 29.05.2012 г.).
- Положение о рейтинговой системе оценки знаний студентов по дисциплине в Белорусском государственном университете (утверждено приказом ректора БГУ № 382-ОД от 18.08.2015 г. (с изменениями, согласно приказу 491-ОД от 29.08.2018г.)).
- Критерии оценки знаний и компетенций студентов по 10-балльной шкале (Письмо Министерства образования Республики Беларусь 21-04-01/105 от 22.12.2003).

Оценка за ответы на лекциях (опрос) и практических занятиях включает в себя полноту ответа, наличие аргументов, примеров из практики и т.д.

Оценка выполнения индивидуального задания включает обоснование выбора метода решения, правильное применение формул и выполнения расчетов, наличие вывода по результатам решения.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в рейтинговую оценку:

Формирование оценки за текущую успеваемость:

- выполнение индивидуальных заданий и ответы на семинарских занятиях – 50 %;
- контрольная работа – 50 %;

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценки по текущей успеваемости составляет 50 %, экзаменационная оценка – 50 %.

**Примерный перечень заданий  
для управляемой самостоятельной работы студентов**

**Темы 2.1. – 2.3. Линейное программирование. (2 ч. ДО)**

Форма контроля – контрольная работа.

1. Решить ЗЛП графически.

$$z = \_ + \_ \rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \_ \geq \\ \_ \leq \\ \_ \leq \end{array} \right.$$

$$x_1 \geq \_ \geq$$

2. Решить ЗЛП симплексным методом.  $z = \_ - \_ \rightarrow$

$$\left\{ \begin{array}{l} \_ \leq \\ \_ \geq \\ \_ \geq \end{array} \right.$$

$$x_1 \geq \_ \geq$$

3. Для ЗЛП построить двойственную, решить одну из них симплексным методом и получить решение второй:  $z = \_ + \_ \rightarrow$

$$\left\{ \begin{array}{l} \_ \leq \\ \_ \leq \\ \_ \leq \end{array} \right.$$

$$x_1 \geq \_ \geq$$

4. На складах  $A_1, A_2, A_3$  и  $A_4$  оптовой базы сосредоточен однородный товар в количествах 40, 50, 60 и 30 единиц соответственно. Этот товар необходимо перевезти в магазины  $B_1, B_2, B_3, B_4$  и  $B_5$ . Каждый из магазинов должен получить 55, 65, 35, 15 и 20 единиц товара соответственно. Транспортные издержки (ден.ед.) на перевозку одной единицы товара со склада  $A_i$  ( $i =$

в магазин  $B_j$  ( $j =$  представлены матрицей тарифов  $\left( \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \right)$ .

Требуется найти оптимальный план перевозок товаров, минимизирующий транспортные издержки.

**Тема 2.4 – 2.5. Задачи целочисленного и динамического программирования. (1 ч. ДО)**

1. Решить ЦЗЛП графическим методом.

$$z = \dots - \dots \rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dots \leq \\ \dots \geq \\ \dots \geq \end{array} \right.$$

$$x_i \geq \dots = \dots - \dots$$

2. Производственное объединение состоит из четырех предприятий ( $n = \dots$ ). Общая сумма капитальных вложений равна 1500 млн. ден.ед., выделяемые предприятиям суммы кратны 250 млн. ден.ед. Если  $i$ -е предприятие получает инвестиции в объеме  $x$  млн. ден.ед., то дополнительный прирост годовой прибыли на этом предприятии составит  $f_i(x)$  млн.ден. ед. Значения функций  $f_i(x)$  известны для каждого варианта и представлены в таблице.

Требуется:

1. Основываясь на принципах динамического программирования, построить математическую модель задачи распределения инвестиций в виде функциональных уравнений Беллмана.
2. Найти оптимальное распределение инвестиций, обосновывая каждый шаг вычислительного процесса.

**Тема 3.1 – 3.2. Методы многокритериальной оптимизации и Модели сетевого планирования и управления: (2 ч. ДО).**

Пусть предприятие имеет возможность реализовать свою продукцию на пяти различных рынках ( $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$ ). При этом ставятся одновременно следующие цели: минимизация затрат на рекламу (тыс. ден. ед.,  $f_1$ ), завоевание максимальной доли рынка (% ,  $f_2$ ), максимальный объем продаж (тыс. ден. ед.,  $f_3$ ), минимизация расходов на транспортировку, хранение и реализацию (тыс. ден. ед.,  $f_4$ ) в течение планируемого периода.

Требуется:

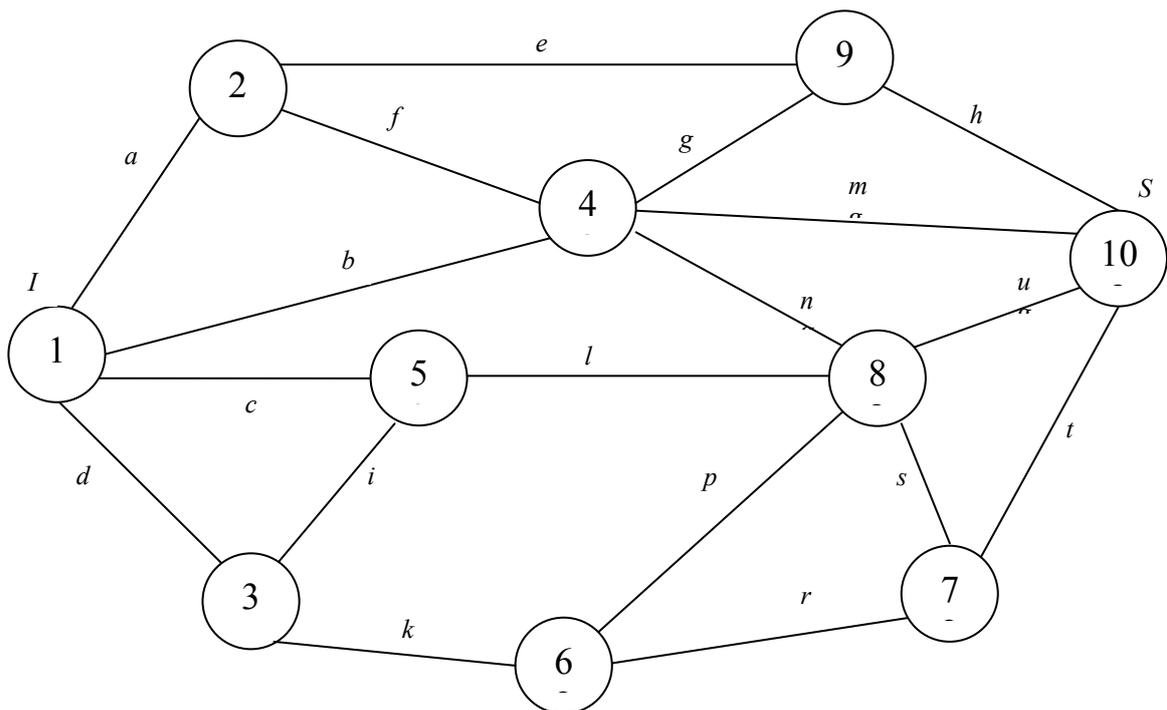
- 1) представить исходные данные многокритериальной задачи в виде таблицы;
- 2) установить Парето-оптимальное множество вариантов выбора рынка;
- 3) получить решение задачи на основании:

- а) метода равномерной оптимальности; б) метода справедливого компромисса;
  - в) метода свертывания критериев (рассмотреть случаи, когда предпочтение отдается критерию  $k$ ;  $p$ );
  - г) метода главного критерия (полагая главным критерием  $f_j$ , ограничения по остальным критериям выработать самостоятельно); д) метода идеальной точки;
- 4) дать рекомендации по оптимальному планированию реализации продукции.

2. Для данной сети предполагается, что пропускные способности ребер в обоих направлениях одинаковы.

Требуется:

- 1) сформировать на сети поток максимальной мощности, направленной из истока  $I$  в сток  $S$ ;
- 2) выписать ребра, образующие на сети разрез минимальной пропускной способности.



**Тема 3.2 – 3.4. Модели управления запасами и Модели теории массового обслуживания. (1 ч. ДО).**

1. Спрос на определенную модель автомобиля «А» оценивается компанией в 200 единиц в месяц. Цена каждого автомобиля 100 тыс. руб., а издержки хранения в месяц составляют 2% от его стоимости, издержки на организацию заказа составляют 0,1· тыс. руб., заказ выполняется в течение 6 дней.

Определите:

- 1) оптимальный размер заказываемой партии автомобилей;

- 2) оптимальный интервал между поставками;
- 3) число поставок в год.

2. В верхнем течении реки построена новая станция по обслуживанию речных судов. В среднем прибывает 5 судов в час. Время обслуживания распределено по показательному закону со скоростью 10 судов в час. В среднем издержки по простоям одного судна составляют 100 ден. ед./ч, а издержки по обслуживанию дока 75 ден. ед./ч.

Определите:

- 1) среднее число судов в очереди;
- 2) среднее время ожидания обслуживания;
- 3) среднее время пребывания в доке;
- 4) вероятность того, что док пуст.

Есть ли необходимость введения в эксплуатацию еще одного дока с той же интенсивностью обслуживания (обосновать ответ)?

#### Тема 4.3-4.6. Матричные и биматричные игры. (2 ч).

1. Найти нижнюю чистую цену игры и верхнюю чистую цену игры. Выполнить возможные упрощения платежной матрицы. Решить игру с использованием геометрической интерпретации.

$$\left( \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right).$$

2. Решить игру с платежной матрицей  $\left( \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right)$ , сведя ее к паре задач линейного программирования.

3. Графическим методом решить игру с платежной матрицей  $\left( \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right)$ .

4. Найти все ситуации равновесия биматричной игры:

$$A = \begin{bmatrix} \lrcorner & \lrcorner \\ \lrcorner & \lrcorner \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \lrcorner & \lrcorner \\ \lrcorner & \lrcorner \end{bmatrix};$$

- Семинар № 1. Графический метод решения ЗЛП.  
Семинар № 2. Симплексный метод решения ЗЛП.  
Семинар № 3. Двойственные ЗЛП, построение и решение.  
Семинар № 4. Решение ТЗ закрытого типа.  
Семинар № 5. Решение ЦЗЛП методом ветвей и границ.  
Семинар № 6. Задача о назначении  
Семинар № 7. Задача о распределении средств между предприятиями  
Семинар № 8. Задача о загрузке транспортного средства.  
Семинар № 9. Методы многокритериальной оптимизации (дискретный случай).  
Семинар № 10. Методы многокритериальной оптимизации (непрерывный случай).  
Семинар № 11. Построение сетевого графика и расчет основных параметров.  
Семинар № 12. Расчет вероятного времени завершения проекта методом PERT  
Семинар № 13. Определение оптимального размера поставки однопродуктовой модели.  
Семинар № 14. Расчет показателей эффективности одноканальной и многоканальной СМО с различными дисциплинами поведения заявки в системе.  
Семинар № 15. Платежная матрица парной игры, ее упрощение и определение седловых точек.  
Семинар № 16. Решение матричной игры двух лиц с нулевой суммой в смешанных стратегиях (графический метод).  
Семинар № 17. Решение матричной игры двух лиц с нулевой суммой в смешанных стратегиях (симплексный метод).  
Семинар № 18. Статистические игры.  
Семинар № 19. Биматричные игры.  
Семинар № 20. Кооперативные игры.

### **Примерная тематика практических занятий для специальности 1-26 02 02 Менеджмент (по направлениям)**

- Занятие № 1. Графический метод решения ЗЛП.  
Занятие № 2. Симплексный метод решения ЗЛП.  
Занятие № 3. Двойственные ЗЛП, построение и решение.  
Занятие № 4. Решение ТЗ закрытого типа.  
Занятие № 6. Решение ЦЗЛП методом ветвей и границ.  
Занятие № 6. Задача о назначении  
Занятие № 7. Задача о распределении средств между предприятиями  
Занятие № 8. Задача о загрузке транспортного средства.  
Занятие № 9. Методы многокритериальной оптимизации (дискретный случай).

Занятие № 10. Методы многокритериальной оптимизации (непрерывный случай).

Занятие № 11. Построение сетевого графика и расчет основных параметров.

Занятие № 12. Расчет вероятного времени завершения проекта методом PERT

Занятие № 13. Определение оптимального размера поставки однопродуктовой модели.

Занятие № 14. Расчет показателей эффективности одноканальной и многоканальной СМО с различными дисциплинами поведения заявки в системе.

Занятие № 15. Платежная матрица парной игры, ее упрощение и определение седловых точек.

Занятие № 16. Решение матричной игры двух лиц с нулевой суммой в смешанных стратегиях (графический метод).

Занятие № 17. Решение матричной игры двух лиц с нулевой суммой в смешанных стратегиях (симплексный метод).

Занятие № 18. Статистические игры.

Занятие № 19. Биматричные игры.

Занятие № 20. Кооперативные игры

### **Примерная тематика практических занятий для специальности 1-26 02 02 Менеджмент (по направлениям) заочная форма обучения и заочная сокращенная форма обучения**

Занятие № 1. Графический метод решения ЗЛП.

Занятие № 2. Симплексный метод решения ЗЛП. Двойственные ЗЛП, построение и решение.

Занятие № 3. Решение ТЗ закрытого типа.

Занятие № 4. Построение сетевого графика и расчет основных параметров.

Занятие № 5. Платежная матрица парной игры, ее упрощение и определение седловых точек. Решение матричной игры двух лиц с нулевой суммой в смешанных стратегиях (графический метод).

### **Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины**

При организации образовательного процесса используются *эвристический* и *практико-ориентированный подходы*.

*Эвристический подход*, который предполагает:

- осуществление студентами личностно-значимых открытий окружающего мира;
- демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач и жизненных проблем;
- творческую самореализацию обучающихся в процессе создания образовательных продуктов;

– индивидуализацию обучения через возможность самостоятельно ставить цели, осуществлять рефлексию собственной образовательной деятельности.

**Практико-ориентированный подход** предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

### **Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа студентов включает следующие виды работ:

- подготовку к текущим занятиям (лекциям, практическим занятиям, контрольным работам, устным опросам);
- проработку лекционного материала и научной литературы при изучении разделов лекционного курса;
- выполнение домашних заданий и индивидуальных заданий;
- составление тематической подборки литературных источников, интернет-источников;
- подготовку докладов и презентаций для выступления в группе, на студенческих конференциях;
- подготовку ко всем видам текущей аттестации (зачет, экзамен).

Управляемая самостоятельная работа проводится в форме аудиторных контрольных работ, согласно утвержденному графику (задания выдаются в начале занятия).

### **Примерный перечень вопросов к экзамену**

1. Задача линейного программирования. Различные формы записи. Линейные модели.
2. Геометрическая интерпретация ЗЛП, ее графическое решение.
3. Симплексный метод решения ЗЛП. Построение начального опорного плана.
4. Симплексный метод решения ЗЛП. Исследование опорного плана на оптимальность. Переход к нехудшему опорному плану. Понятие о вырождении. Зацикливание.
5. Понятие двойственности для симметричных ЗЛП (экономическая интерпретация).
6. Несимметричные двойственные задачи. Свойства планов пары двойственных задач.

7. Постановка транспортной задачи (ТЗ) по критерию стоимости. Теорема о существовании допустимого плана. Закрытая и открытая модели ТЗ.
8. Построение исходного опорного плана ТЗ. Задача закрепления потребителей за поставщиками по критерию прибыли.
9. Решение ТЗ распределительным методом и методом потенциалов.
10. Целочисленное программирование. Примеры задачи целочисленного программирования (постановка задачи, построение модели).
11. Методы решения целочисленных ЗЛП.
12. Задача о назначениях: постановка задачи, построение модели, решение задачи с помощью алгоритма венгерского метода.
13. Постановка задачи динамического программирования (ДП) и ее геометрическая интерпретация. Принципы ДП.
14. Функциональные уравнения Беллмана. Решение задачи методом ДП. Преимущества и недостатки метода ДП.
15. Задача о распределении средств между предприятиями.
16. Задача об определении оптимальной стратегии замены оборудования.
17. Задача определения оптимальной производственной программы.
18. Постановка задачи многокритериальной оптимизации. Проблемы многокритериальной оптимизации.
19. Методы решения задач многокритериальной оптимизации (методы свертывания критериев и ограничения на критерии, методы последовательного применения критериев, методы целевого программирования).
20. Задача о максимальном потоке. Перебор разрезов. Алгоритм нахождения максимального потока.
21. Сетевые графики и правила их построения.
25. Расчет временных параметров сетевых графиков.
26. Оптимизация сетевого графика по времени.
27. Оптимизация сетевого графика по ресурсам.
28. Оптимизационные задачи сетевого планирования по стоимости.
29. Сетевой анализ проектов на основе вероятностной оценки срока реализации.
30. Однономенклатурная модель оптимального размера заказываемой партии (модель Уилсона).
31. Модель оптимального размера заказываемой партии с конечной интенсивностью поступления заказа.
32. Модель оптимального размера заказываемой партии при дефиците.
33. Многопродуктовые модели управления производством и поставками.
34. Страховой запас.
35. Основные элементы СМО. Классификация моделей СМО.
36. Одноканальная СМО, расчет вероятностей состояний СМО, характеристики эффективности функционирования.
37. Анализ одноканальной СМО с отказами, с ограниченной очередью и с неограниченной очередью

38. Анализ многоканальной СМО с ограниченной очередью. Характеристики СМО с неограниченной очередью.
39. Понятие о матричной игре. Платежная матрица. Нижняя и верхняя цена игры.
40. Решение матричных игр в чистых стратегиях.
41. Решение матричных игр в смешанных стратегиях.
42. Приведение матричной игры к задаче линейного программирования и способы ее решения.
45. Статистические игры. Методы принятия решений в условиях неопределенности и риска.
46. Биматричные игры. Равновесие по Нэшу. Геометрическая интерпретация биматричной игры.
47. Кооперативные игры. Построение характеристических функций и их свойства. Дележи и классические кооперативные игры.

### **Примерный перечень задач к зачету**

1. Графический метод решения ЗЛП.
2. Симплексный метод решения ЗЛП,
3. Построение и решение пары двойственных ЗЛП,
4. Решение транспортной задачи.
5. Решение ЦЗЛП методом ветвей и границ.
6. Решение задачи о назначении.
7. Задача о распределении средств между предприятиями.
8. Решение задачи многокритериальной оптимизации для дискретного случая.
9. Построение максимального потока на сети.
10. Построение сетевого графика и расчет временных параметров.
11. Решение матричной игры  $2 \times 2, 2 \times n, m \times 2$ .
12. Решение биматричной игры  $2 \times 2$ .

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Статистика	Кафедра аналитической экономики и эконометрики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 11 от 22.05.2020)
Эконометрика и экономико-математические методы и модели	Кафедра аналитической экономики и эконометрики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 11 от 22.05.2020)

## ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ

на \_\_\_\_ / \_\_\_\_ учебный год

№№ пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
\_\_\_\_\_ (протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20 г.)  
(название кафедры)

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_  
(ученая степень, ученое звание)

\_\_\_\_\_  
(подпись)

\_\_\_\_\_  
(И. О. Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета

\_\_\_\_\_  
(ученая степень, ученое звание)

\_\_\_\_\_  
(подпись)

\_\_\_\_\_  
(И. О. Фамилия)