

Библиографические ссылки

1. Организация Объединенных Наций. Народонаселение // [Электронный ресурс]: Режим доступа : (Дата обращения : 13.02.2020).
2. United Nations Department of Economic and Social Affairs. The world Population Prospects : 2015 Revision // [Электронный ресурс] : Режим доступа : <https://www.un.org/en/development/desa/publications/world-population-prospects-2015-revision.html> (Дата обращения : 13.02.2020).
3. Сидоров А. А. Эконометрическое моделирование факторов активного долголетия на основе данных о заболеваемости // Colloquium-Journal 2020. Colloquium-journal № 1 (53), 2020 Część 8 (Warszawa, Polska). URL : <http://www.colloquium-journal.org/wp-content/uploads/2020/01/colloquium-journal-153-chast-8.pdf> (Дата обращения : 13.02.2020).
4. Всемирный Банк // [Электронный ресурс] : Режим доступа : <https://www.worldbank.org> (Дата обращения : 13.02.2020).
5. Чаусов Н. Ю., Гагарина С. Н., Бурцева Т. А. Оценка демографического старения для определения стратегических ориентиров и содержания программ активного долголетия // Российский экономический интернет-журнал. – 2019. – № 2. – URL : <http://www.e-rej.ru/Articles/2019/Chausov.pdf> (Дата обращения : 13.02.2020).

УДК 336.767

**ГИБРИДНЫЙ ПОДХОД К ФОРМИРОВАНИЮ
ОПТИМАЛЬНОГО ИНВЕСТИЦИОННОГО ПОРТФЕЛЯ**

Е. И. Васенкова¹⁾, К. С. Балахничева²⁾

¹⁾ *Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры аналитической экономики и эконометрики
Белорусского государственного университета, г. Минск*

²⁾ *Студентка экономического факультета Белорусского государственного университета, г. Минск*

Рассмотрена возможность практического применения эконометрического моделирования доходностей акций и сочетания различных мер оценки риска активов при формировании оптимального инвестиционного портфеля. Показано, что гибридный подход к формированию оптимального портфеля является более эффективным в сравнении с классическими методами и позволяет сформировать портфель с более высокой доходностью.

Ключевые слова: актив; доходность; риск; оптимальный портфель; эконометрическое моделирование; VaR ; гибридный подход.

HYBRID APPROACH TO FORMING AN OPTIMAL INVESTMENT PORTFOLIO

E. I. Vasenkova¹⁾, K. S. Balakhnichava²⁾

¹⁾ *PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor at the Department of Analytical Economics
and Econometrics, Faculty of Economics, Belarusian State University, Minsk*

²⁾ *Student of the Faculty of Economics, Belarusian State University, Minsk*

The authors consider a possibility of practical application of econometric modeling of stock returns and a combination of various measures to assess the risk of assets in the formation of an optimal investment portfolio. It is shown that a hybrid approach to the formation of an optimal portfolio is more effective in comparison with classical methods and allows you to create a portfolio with a higher return.

Key words: asset; profitability; risk; optimal portfolio; econometric modeling; VaR; hybrid approach.

Инвестирование сопряжено с рисками, возникающими при принятии решений в условиях неопределенности, поэтому возникает необходимость прогнозирования будущей ситуации и разработки стратегии формирования оптимального инвестиционного портфеля. В связи с этим, актуальным становится вопрос адаптации и доработки теоретически описанных моделей формирования оптимального инвестиционного портфеля для конкретных рынков и активов.

В 1952 г. американский экономист Гарри Марковиц опубликовал статью «PortfolioSelection», которая легла в основу современной теории портфельного инвестирования [1]. На сегодняшний день существует множество моделей построения оптимального инвестиционного портфеля и их модификаций, но в общем случае все они включают в себя следующие этапы: 1) выбор финансовых инструментов; 2) выбор наиболее подходящего для данного случая способа расчета доходности портфеля; 3) поиск наиболее подходящей методики расчета риска портфеля; 4) составление и решение оптимизационной задачи.

В традиционных моделях портфельного инвестирования в качестве меры ожидаемой (прогнозной) доходности актива используется математическое ожидание случайной величины. Но существуют и более нетривиальные подходы (например, эконометрическое моделирование). На практике выделяют несколько классов эконометрических моделей доходностей финансовых активов. Например, класс моделей пространственных данных, который включает модели CAPM (CapitalAssetPricingModel) и APT (ArbitragePricingTheoryModel), которые определяют связи между доходностью актива и доходностью рыночного портфеля, между доходностью актива и некими экзогенными факторами. Еще одним классом являются модели финансовых временных рядов, которые могут применяться как для прогнозирования самих количественных финансовых характеристик, так и для описания остатков при построении регрессионных моделей. Данные модели позволяют строить нетривиальные прогнозы цен и доходностей активов при нарушении гипотез случайного блуждания цен активов и мартингальной эффективности рынка.

Волатильность финансовых инструментов зачастую характеризуется кластеризацией, то есть присутствием временных интервалов с малой и большой волатильностью, что оказывает значительное влияние на прогноз. Известно, что безусловное распределение временных рядов финансовых данных, например доходов по акциям, характеризуется более «тяжелыми хвостами», чем нормальное распределение. Семейство моделей ARCH/GARCH дает возможность моделирования условной гетероскедастичности.

ARCH-модель (AutoregressiveConditionalHeteroscedasticmodel) впервые была разработана Робертом Энглом в 1982 году [2]. В основе модели лежит предположение о том, что на текущую волатильность ряда влияют предыдущие изменения цен. Позднее в 1986 году Тимом Боллерслевом было предложено обобщение данной модели в виде GARCH-модели, которая предполагает, что помимо прошлых изменений цен на текущую волатильность влияют еще и предыдущие оценки волатильности [3]. Спецификации ARCH/GARCH моделей строятся на анализе автокорреляционной функции, распределения остатков модели и стационарности исследуемого ряда.

Предполагаемая модель должна быть протестирована на наличие ARCH-эффектов. Для этого применяются два теста: ARCHLMTtest и тест Льюнга – Бокса или Q-тест. Важным моментом является то, что при построении моделей с процессами ARCH или GARCH в остатках предполагается, что остатки имеют нормальное распределение. При исследовании финансовых временных рядов остатки не всегда являются нормально распределенными, что в значительной степени влияет на спецификацию модели. Классическим методом оценки коэффициентов моделей семейства GARCH, является метод максимального правдоподобия.

Для проверки возможности практического применения гибридного подхода к формированию оптимального инвестиционного портфеля на основе эконометрических моделей доходности и меры риска VaR были выбраны акции пяти крупных американских компаний (Microsoft Corporation, Diffusion Pharmaceuticals Inc., Marvell Technology Group Ltd., Intel Corporation, Netflix Inc.). Доходности выбранных компаний слабо коррелированы между собой. В качестве исходных данных использованы рыночные цены закрытия акций за период с 16.10.2017 по 28.10.2019, которые были преобразованы во временные ряды логарифмических доходностей акций [4].

Графический анализ рядов доходностей, анализ коррелограмм и применение расширенных тестов Дикки – Фулера подтвердили стационарность всех рассматриваемых рядов в уровнях. Для прогнозирования было построено множество эконометрических моделей (1) – (5) типа ARMA либо ARCH/GARCH по одной на каждый актив.

$$MSFT = 0,012036 - 0,339721 * MSFT_{t-1} - 0,335874 * MSFT_{t-4} - 0,282469 * MSFT_{t-12} - 0,237717 * MSFT_{t-26} - 0,889362 * e_{t-18} + d2172018 \quad (1)$$

$$\begin{cases} DFFN = -0,022947 - 0,302528 * DFFN_{t-7} + \\ 0,309459 * DFFN_{t-12} - 0,858285 * e_{t-12} + e_t \\ e_t = \sqrt{0,009761 + 0,170012 * e_{t-1}^2} \varepsilon_t \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} MRVL = 0,001503 - 0,1973 * MRVL_{t-2} - 0,168846 * MRVL_{t-1} \\ - 0,885451 * e_{t-18} + e_t \\ e_t = \sqrt{0,000225 - 0,176062 * e_{t-1}^2 + 1,016474 * \sigma_{t-1}^2} \varepsilon_t \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} INTC = 0,001323 - 0,213128 * INTC_{t-7} - 0,368749 * INTC_{t-26} \\ - 0,301743 * e_{t-3} - 0,628209 * e_{t-8} + e_t \\ e_t = \sqrt{0,000865 + 0,171397 * e_{t-1}^2} \varepsilon_t \end{cases} \quad (4)$$

$$NFLX = 0,000113 - 0,361214 * NFLX_{t-28} - 0,5220058 * e_{t-8} - 0,452376 * e_{t-3} + 0,185150 * e_{t-10} \quad (5)$$

Коэффициенты в моделях статистически значимы. При анализе моделей (2) – (4) класса ARCH/GARCH были проведены тесты ARCHLM на наличие эффектов условной гетероскедастичности, в результате которых было подтверждено их присутствие в представленных моделях. Модели были выбраны на основе информационных критериев и наилучшего качества ретроспективного прогноза. В таблице 1 представлены прогнозные значения доходностей активов на основании моделей (1) – (5).

Таблица 1 – Прогнозные значения доходностей активов

Актив	MSFT	DFFN	MRVL	INTC	NFLX
Доходность	0,003052	-0,15635	0,06394	0,019279	0,019329

Оценка активов на основе меры риска Value-at-Risk была произведена использованием параметрического метода и формулы Корниша-Фишера (6):

$$\Omega_{\alpha} = z_{\alpha} + \frac{1}{6} (z_{\alpha}^2 - 1)S + \frac{1}{24} (z_{\alpha}^3 - 3z_{\alpha})E - \frac{1}{36} (2z_{\alpha}^3 - 5z_{\alpha})S^2, \quad (6)$$

где E – коэффициент эксцесса; S – коэффициент асимметрии.

Результаты оценки меры риска представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Меры риска VaR активов

Актив	MSFT	DFFN	MRVL	INTC	NFLX
VAR	0,041638	0,260636	0,065141	0,068059	0,080584

Для определения структуры и формирования оптимального инвестиционного портфеля необходимо решить задачу (7):

$$\begin{cases} Var_p = \sqrt{IVAR * K * IVAR^T} \rightarrow \min, \\ \sum_{i=1}^n \omega_i x_i \geq C^*, \\ \sum_{i=1}^n \omega_i = 1, \\ \omega_i \geq 0, \\ i = \overline{1, n}, \end{cases} \quad (7)$$

где $IVAR$ – вектор-столбец взвешенный на долю в портфеле значений VAR активов портфеля; K – ковариационная матрица доходностей; ω_i – доли активов в портфеле; r_i – будущие доходности активов, спрогнозированные на основе эконометрических моделей (1) – (5); R^* – минимальная приемлемая доходность для инвестора; n – количество активов в портфеле.

На основании (7) сформирован инвестиционный портфель с минимальной приемлемой доходностью 3 %. Распределение активов в портфеле представлено в таблице 3. Фактическая доходность портфеля на 04 ноября 2019 составила бы 5,3 %.

Таблица 3 – Распределение активов в сформированном портфеле

Актив	MSFT	DFFN	MRVL	INTC	NFLX
Доля	0	0	0,759177	0,130606	0,110217

При построении оптимизации портфеля по модели Марковица (таблица 4) фактическое значение доходности на 04 ноября 2019 составило бы 1,2 %.

Таблица 4 – Распределение активов в портфеле при помощи модели Марковица

Актив	MSFT	DFFN	MRVL	INTC	NFLX
Доля	0,777262	0,002811	0,130371	0,089557	0

В результате исследования было выявлено, что формирование портфеля с помощью гибридного подхода с использованием эконометрических моделей (1) – (5), соотношений (6) – (7) позволяет получить более высокую доходность по сравнению с классической моделью Марковица. В то же время, эконометрические модели достаточно трудоемки и многовариантны, что затрудняет постоянный пересмотр портфеля, необходимый в связи с высокой волатильностью финансовых активов.

Библиографические ссылки

1. Markowitz, H. Portfolio Selection // Journal of Finance. – 1952. – P. 77–91.
2. Engle Robert F. Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with the Estimates of the Variance of U. K. Inflation // Econometrica – № 50. – P. 987–1008.
3. Bollerslev Tim. Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity // Journal of Econometrics. – № 31. – P. 307–327.
4. Источник данных: <https://finance.yahoo.com/>.