

Роль математической картины мира в университетском математическом образовании

Н. В. Михайлова,

доцент кафедры высшей математики,
кандидат философских наук,
Белорусский национальный технический университет

Значимость университетского образования характеризуется целостной системой представлений о закономерностях объективного мира, в которых особой формой систематизации знаний является научная картина мира. В статье с образовательных позиций анализируется роль математической картины мира, которая рассматривается как важнейшая составляющая общенаучной картины мира, представляющая собой мировоззренческий синтез различных научных теорий.

Философская категория «научная картина мира» мировоззренчески отражает процесс познания либо определенной части «мира», либо цикла научных областей, как, например, в области естествознания. В связи с возникновением научной картины мира и тенденцией сближения математического, естественно-научного и гуманитарного знания жесткие разграничения науки и образования стали постепенно ослабевать. Понятия «научная картина мира» и «математическая картина мира» различаются уровнем систематизации знания, поскольку первая характеризуется синтезом достижений, полученных не только в математике, но и в естественно-научных и социально-гуманитарных науках.

На генезис понятия «математическая картина мира» математики обратили внимание во второй половине XIX века, когда дифференциация научного знания уступила место интеграционным процессам, происходящим в нем, т. е. когда началась тенденция создания единой научной картины мира на пересечении таких принадлежащих системному подходу фундаментальных характеристик феноменов культурологических и педагогических составляющих образования, как мировоззрение, наука и философия.

Специфика математической картины мира проявляется в форме системы объектов математики, которая отличается от математической теории, поскольку специальная картина мира не акцентируется на процессе получения математического знания. В образовательной практике термин «мировоззрение» более полисемантивен, чем термин «картина мира», поскольку последний обозначает предметную сторону мировоззрения, хотя даже понятие мировоззрения не включает в себя все знания об окружающем мире.

Мировоззрение, строго ориентированное только на научную картину мира, традиционно еще называют научным. Однако, поскольку любое мировоззрение включает в себя еще ненаучные знания и убеждения, то «научная картина мира не покрывает своим содержанием все научное мировоззрение, но является его определяющим компонентом, что и фиксировано при помощи прилагательного “научное”, стоящего перед словом “мировоззрение”» [1, с. 167].

Сейчас в систематизации научных знаний научная картина мира – это не только когнитивное обобщение научного знания, но еще и мировоззренческий синтез различных современных научных теорий. В дальнейшем мы будем исходить из того, что математическая картина мира является актуальной и важнейшей смысловой составляющей университетского математического образования, поскольку расширение научной картины мира оказывает влияние и на содержание педагогической парадигмы. Проблемный характер развития современного общества также порождает необходимость в междисциплинарных исследованиях, реализация которых связана с использованием системного подхода не только в исследовании науки, но и в проблемной области университетского математи-

ческого образования для разных уровней обоснования математического знания.

Истоки становления математической картины мира в контексте взаимосвязи «картины мира» и «математических знаний» можно обнаружить в Древней Греции, когда математика впервые начала разрабатываться как самостоятельная область теоретического знания, а математическая картина мира стала практически формироваться на основе мировоззренческого синтеза математики и философии Пифагора и Платона. Не преувеличивая значимость философских исследований математики, можно утверждать, что уже в то время древними греками было осознано, что обоснование математики требует мировоззренческого осмысления математических понятий, которые являются существенными составляющими математической картины мира.

История развития математики явно показывает, что смена математической картины мира происходила в результате нескольких «революционных» преобразований в науке. Первую «революцию» связывают с открытием самой процедуры математического доказательства в Древней Греции и появлением «Начал» Евклида, а вторую – с обоснованием математического анализа, наконец, компьютерные методы поиска формальных доказательств расцениваются некоторыми авторитетными философами математики как третья «революция» с начала рождения математики.

Говоря о «революциях в математике» в контексте закономерностей развития математической картины мира, следует сказать, что они происходят не в смысле философской теории Томаса Куна, так как эти «концептуальные революции» не отменяют прежнего математического знания, а меняют лишь имеющиеся представления о математике.

Нельзя не отметить, что в математической картине мира в последнее время произошли значительные изменения благодаря социокультурным изменениям общественного развития, связанным с компьютеризацией всех его сторон. В математике появился термин «компьютерное доказательство», которое, во-первых, способствует формулировке математических гипотез, а, во-вторых, на основе многочисленных компьютерных экспериментов, рассматриваемых в качестве доказательств, подтверждает правильность утверждений.

Говоря о структуре математической картины мира, сошлемся на мнение профессионального математика Н. М. Охлопкова: «В основе математической картины мира лежит некоторая совокупность исходных фундаментальных математических понятий, отсюда и господствующее положение той или иной отрасли математики» [2, с. 113].

Для педагогической парадигмы математического образования как совокупности системно-методологических установок определяющими остаются системообразующие компоненты модели математической картины мира. В связи с этим следует отметить, что базовыми математическими структурами, по мнению

группы Н. Бурбаки, служили алгебраические, топологические и порядковые структуры. Теперь структурообразующими элементами математической картины мира становятся математические модели, соединяющие различные разделы математики с точки зрения потребностей науки, которые могут изменяться исторически, и новые вычислительные и компьютерные направления математических научных исследований.

Можно заключить, что противопоставление разделов математики достаточно условно. Например, единство теоретической и прикладной математики восстанавливается в процессе систематизации алгоритмических построений, не акцентируя доказательные аспекты. Заметим также, что с точки зрения адекватности восприятия модели математической картины мира непосредственное использование в качестве критерия истины теории арифметики натуральных чисел реализует допустимую точность в прикладной математике, а также гипотетическую непротиворечивость в теоретической математике. Сейчас можно вполне уверенно утверждать, что два основных принципа математической картины мира, а именно внутренние принципы математики, по сути относящиеся к теоретической, или «чистой», математике, и внешние принципы математики, которые методологически интерпретируются в прикладной математике, в духе философского единства как математики, так и математической картины мира практически взаимодействуют между собой. Но догматически усвоенные сведения из разных разделов математики не способствуют представлению о математике как единой науке.

С точки зрения единства современной математики, которое должно отражаться в математическом образовании, необходимо еще понять, в чем состоит методологическая разница инновационных технологий в «чистой» математике и практическом применении прикладной математики. Для этого также надо выяснить мотивационные причины деления математического знания на «чистую» и прикладную математику, поскольку эти названия в образовательной практике преподавания высшей математики не слишком точно отражают их методологическую и практическую суть.

Анализируя развитие философско-методологических представлений по проблеме обоснования и понимания современной математики, можно заключить, что они непосредственно связаны с актуальной темой «истина в математике». Со структурами математики с точки зрения образования связаны не только философские, но и психологические вопросы. Кроме того, если структура математической картины мира не акцентирует внимание на процессе получения знания, то методология преподавания математики содержит в себе логические средства его обоснования с точки зрения истинности математических утверждений. По мнению В. А. Тестова, в контексте математического образования структуру математической картины мира составляют: во-первых, «общие представления» о математических объектах, языке математических теорий,

совокупность математических понятий; во-вторых, «система базовых математических теорий», например, числовые системы, множество функций, геометрических фигур, векторных пространств и многое другое; в-третьих, «представления о взаимосвязи математического и реального мира» [3, с. 51]. Хотя с точки зрения профессиональных математиков структура их математической картины мира, которая зависит от их профессиональных интересов, гораздо шире и глубже образовательных целей. Особенности математического познания, реализуемые в университетском математическом образовании, находят свое отражение в понимании возможности убедительного доказательства математических теорем с помощью обоснованных шагов доказательства, что позволяет назвать их «эталонами истины». Математическая картина мира рассматривается в качестве составляющей общенаучной картины мира как некоторой системы мировоззренческих представлений и их системных представлений об общих закономерностях объективного мира, представляющих собой мировоззренческий синтез научных теорий.

Следует также отметить, что специфику математической картины мира можно увидеть в ее «картинности», в том смысле, что знание об окружающем мире выражено на строгом математическом языке в виде интуитивных представлений онтологизированных абстрактных образов, существующих в математике в качестве реальных предметов и явлений. При этом термин «картина мира» тоже применяется в специфическом математическом смысле, обозначая не весь мир как целостную совокупность, а как предметную область математической науки. В таком контексте понятие «математическая картина мира» принимает в философии математического образования статус эпистемологической категории. Но как новая форма систематизации математического знания модель математической картины мира в связи с внедрением компьютеров в разные сферы математической деятельности все же отличается от теоретически строгой математической теории. Тем не менее описание модели математической картины мира нельзя обнаружить в законченном виде даже в более ранних источниках, рассматривающих математику как самостоятельный объект изучения, поскольку сам термин «картина мира» указывает отчасти на то, что речь идет не о мировоззренческом фрагменте или математической части картины мира, а о целостной образовательной концепции развития математического познания, понимания природы математики и противоречивых социокультурных процессов.

Сказанное способствует пониманию связи содержания математического образования со структурой математической картины мира и ее места в общеобразовательной картине мира в качестве одной из системообразующих компонент актуальной учебно-практической проблемы «понимаемого» обучения студентов в курсе высшей математики. Следует заметить, что математическая картина мира дает определенную версию того, каков окружающий мир с точки зрения матема-

тики, но ее нельзя увидеть в окончательном виде, поскольку она отличается от научной теории. По мнению Н. М. Охлопкова, «картина мира отражает объект, отвлекаясь от процесса получения знания, а научная теория создает в себе логические средства систематизации знания об объекте и проверке их истинности» [4, с. 60]. Более того, неадекватное по сути методологическое отражение идей и методов применимости современной математики с точки зрения философии прикладной математики препятствует формированию у студентов университетов, изучающих курс высшей математики, правильных представлений об общей «картине мира математики». Заметим также, что в методологии и практике изучения курса высшей математики, учитывая новые инновационные технологии образовательного процесса, должно отражаться не только изменение научной картины мира, но и социокультурный переход общества и математического образования в новую информационно-компьютерную эпоху.

В условиях постоянного интенсивного расширения сетевого образовательного пространства происходит заметная трансформация личности, у которой при фрагментарности сознания меняется стиль мышления и нарушается понимание целостности математического знания, что также отражается в невостребованности воссоздания целостной картины мира. Более того, в традиционной методической системе обучения высшей математике не рассматривается развитие математической картины мира, хотя через математические модели и абстрактно-аксиоматические способы описания математических закономерностей картина мира опосредованно отражает объективную реальность.

Разного рода инновационные изменения в математической картине мира должны учитываться в математическом образовании с методологической точки зрения обоснованной и понимаемой математики. Ведь по существу проблемно-ориентированные связи между абстрактной теоретической математикой и ее реальными эффективными приложениями раскрываются в области конечного.

В последнее время в современной математике появились новые разделы, которые способствуют становлению новой научной картины мира, такие как фрактальная геометрия, нестандартный анализ, теория катастроф, теория обобщенных функций, теория категорий и др. Однако основой структуры математической картины мира является математическая модель, которая способствует пониманию распространения математического знания в разные сферы человеческой деятельности.

Применительно к педагогическим моделям математической картины мира в мировоззренческих целях математического образования можно на практике реализовывать более гибкие модели понимаемой математики, поскольку исторически сложилось так, что дидактика стала преимущественно эмпирической наукой. В качестве дисциплинарного образца понятие картины мира формировалось, как правило, в системе физических тео-

рий. «Методологические отражения явлений, процессов реального мира математическими теориями, математикой обосновывают введение понятия “математическая картина мира” в форме аналога дисциплинарных картин мира естественнонаучного, социального знания» [5, с. 97]. С одной стороны, несмотря на взаимопроникновение математического и физического знания, в фундаментальной теоретической физике обоснование новых проблемных задач не поддается упрощенным интуитивным подходам. С другой стороны, теоретическая математика в своих абстрактных построениях тоже столкнулась со значительными трудностями формального обоснования. Поэтому к началу XXI века произошли существенные изменения в общенаучной картине мира, которые затронули частные науки, в том числе и математику, основной методологический вывод из которых состоит в том, что, несмотря на единство математики, можно говорить о разных разделах современной математики, что фактически закреплено в университетских программах по высшей математике различного уровня.

В заключение следует подчеркнуть, что формирование математической картины мира в процессе обучения является не единственной, но, тем не менее, важнейшей составляющей профессионального становления будущего специалиста. Поэтому на методологии обучения высшей математике в университете даже с применением информационных технологий должно сказаться и такое изменение научной картины мира, как стремительный переход общества в компьютерную эпоху. Роль математической картины мира в университетском математическом образовании проявляется в том, что она является важнейшим «связующим звеном» между формирующимся мировоззрением студентов и математическими теориями. Например, с мировоззренческих позиций теоретической информатики даже такая строгая наука, как математика, является информационно-знаковой системой, решаемой на основе разных информационных технологий исследования знаковых структур и процессов. По сути, это также информационный язык при построении математических понятий и новых теорий предметных областей. С философской точки зрения единых требований к развивающимся разделам математической науки системный подход к математическому образованию предполагает также явное использование информационных технологий в практике целевой ориентации

прикладных проблемно-ориентированных задач при изучении соответствующего раздела математики.

Следует также подчеркнуть, что при углублении понимания модели математической картины мира, учитывающей реальный рост переусложненности отдельных математических проблем и естественно-научных теорий, решаемых с помощью компьютерной математики, порождается естественная методологическая потребность системного подхода в инновационных технологиях математического образования. Дальнейшие исследования закономерностей развития математической картины мира должны опираться на углубленное изучение особенностей развития лидирующих разделов современных математических теорий, способствующих расширению предмета математики на основе системной целостности направлений обоснования фундаментальных математических теорий. Поэтому изменения в математической картине мира должны в какой-то мере найти отражение и в университетском математическом образовании с целью необходимого формирования успешной математической деятельности, поскольку математическая картина мира в образовательном контексте, представляющая собой высокий уровень обобщения и систематизации математических знаний, является существенной частью общенаучной картины мира.

Список использованных источников

1. *Рахматуллин, Р. Ю.* Научная картина мира как особая форма организации знания / Р. Ю. Рахматуллин // Исторические, философские, политические и юридические науки, культурология и искусствоведение. Вопросы теории и практики. – 2013. – № 12, ч. 2. – С. 166–168.
2. *Охлопков, Н. М.* Математическая картина мира философии науки / Н. М. Охлопков // Вестник Якутского государственного университета. – 2009. – Т. 6, № 4. – С. 113–118.
3. *Тестов, В. А.* Современная математическая картина мира и ее формирование / В. А. Тестов // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. – 2011. – № 13. – С. 50–60.
4. *Охлопков, Н. М.* Эволюция развития математической картины мира / Н. М. Охлопков // Вестник Северо-Восточного федерального университета имени М. К. Аммосова. Серия: Педагогика. Психология. Философия. – 2016. – № 3. – С. 59–66.
5. *Горбачев, В. И.* Содержательно-теоретический подход к обучению математике в категории «математической картины мира» / В. И. Горбачев // Вестник Брянского государственного университета. – 2013. – № 1. – С. 94–100.

Аннотация

В статье рассматривается образовательная роль математической картины мира в преподавании высшей математики, характеризующаяся логической обоснованностью математических понятий и утверждений. Методическая система обучения высшей математике, отражающаяся в математической картине мира, базируется на выделении структурных математических представлений и фундаментальных теоретических схем математических теорий.

Abstract

The article examines the educational role of the mathematical picture of the world in the teaching of higher mathematics that characterized by the logical validity of mathematical concepts and statements. The methodological system of teaching higher mathematics in the mathematical picture of the world is based on the allocation of structural mathematical representations and fundamental theoretical schemes of mathematical theories.