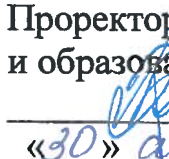


БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе
и образовательным инновациям

 **О. И. Здрок**
«30» августа 2020 г.

Регистрационный № УД-16/19 /уч.

ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:**

1-31 03 02 Механика и математическое моделирование

2020 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта ОСВО 1-31 03 02-2013, утвержденного 30.08.2013 № 88, учебных планов G31-136/уч., утвержденного 30.05.2013, и G31/СИБД-233/уч., утвержденного 30.06.2019.

СОСТАВИТЕЛИ:

А.Я. Радыно, доцент кафедры теории функций Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

В.Г. Кротов, заведующий кафедрой теории функций Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

О.Б. Долгополова, доцент кафедры теории функций Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Э.И.Зверович, профессор кафедры теории функций Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

В.В. Гороховик, заведующий Отделом нелинейного и стохастического анализа Института математики Национальной Академии Наук Республики Беларусь, доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент Национальной Академии наук Беларуси;

И.Н. Гуло, заведующая кафедрой математики и методики преподавания математики Белорусского государственного педагогического университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой теории функций Белорусского государственного университета (протокол № 9 от 23.03.2020);

Научно-методическим Советом Белорусского государственного университета (протокол № 4 от 25.03.2020).

Зав.кафедрой теории функций

В.Г. Кротов

В.Г. Кротов

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины «Теория функций комплексного переменного» – создание базы для освоения основных понятий и методов современной математики.

Образовательная цель: изложение основ комплексного анализа и возможностей его использования в моделях классического и современного естествознания.

Развивающая цель: формирование у студентов умений использования технических возможностей комплексного анализа, самостоятельного построения и исследования математических моделей.

Задачи учебной дисциплины «Теория функций комплексного переменного»:

- освоение важнейших понятий теории функций комплексного переменного (предел, непрерывность, дифференцируемость);
- знакомство с понятием многозначных функций комплексного переменного и понятием аналитического продолжения;
- изучение основ теории интегрирования и освоение специальных приемов интегрирования функций комплексного переменного, в том числе различных аспектов теории вычетов;
- изучение основ геометрической теории функций комплексного переменного и отработка навыков построения специальных отображений элементарными функциями;
- разработка элементов теории рядов в комплексной области и характеристики особых точек однозначного характера.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина «Теория функций комплексного переменного» относится к циклу специальных дисциплин компонента учреждения высшего образования.

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Учебная дисциплина «Теория функций комплексного переменного» тесно связана с такими дисциплинами как «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ», «Уравнения математической физики». В рамках дисциплины «Теория функций комплексного переменного» на случай комплексных переменных переносятся теория функциональных рядов и теория интегрирования, рассматриваемые при изучении дисциплины «Математический анализ». С другой стороны, аналитические методы, разрабатываемые на основе базовых понятий дисциплины «Теория функций комплексного переменного», используются при изучении учебной дисциплины «Уравнения математической физики». На базе теории функций комплексного переменного строятся примеры, иллюстрирующие основные элементы теории метрических, нормированных и гильбертовых пространств (дисциплина «Функциональный анализ»). Свойства

функций комплексного переменного используются при построении спектральной теории операторов и теории разрешимости некоторых классов интегральных уравнений (дисциплины «Функциональный анализ» и «Интегральные уравнения»).

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Теория функций комплексного переменного» должно обеспечить формирование следующих компетенций:

академические компетенции:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-5. Быть способным вырабатывать новые идеи (обладать креативностью).

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникаций.

АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

социально-личностные компетенции:

СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.

СЛК-6. Уметь работать в команде.

профессиональные компетенции:

ПК-5. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области механики и прикладной математики.

ПК-7. Проводить исследования в области эффективности решения производственных задач.

ПК-8. Работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой, разрабатывать и использовать современное учебно-методическое обеспечение.

ПК-9. Вести преподавательскую работу в учреждениях высшего и среднего специального образования в соответствии с полученной квалификацией.

ПК-13. Составлять документацию (графики работ, инструкции, планы, заявки, деловые письма и т.п.), а также отчетную документацию по установленным формам.

ПК-14. Взаимодействовать со специалистами смежных профилей.

ПК-18. Готовить доклады, материалы к презентациям.

ПК-24. Работать с научной, технической и патентной литературой.

ПК-29. Реализовывать инновационные проекты в профессиональной деятельности.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:
знать:

- основные понятия теории функций одной комплексной переменной;
- доказательства фактов и алгоритмы решения задач комплексного анализа;
- новейшие достижения в области теории функций комплексного переменного применительно к задачам естествознания;

уметь:

- использовать основные результаты комплексного анализа в математике;
- использовать теоретические основы теории функций комплексного переменного в практической деятельности;

владеть:

- методами теории аналитических функций;
- методами решения основных вычислительных задач теории функций комплексного переменного.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 4 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Теория функций комплексного переменного» отведено:

- для очной формы получения высшего образования – 158 часов, в том числе 102 аудиторных часа, из них: лекции – 34 часа, практические занятия – 62 часов, управляемая самостоятельная работа (аудиторный контроль) – 6 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 4 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Введение в комплексный анализ

Предмет теории функций комплексного переменного. Основные определения и факты, связанные с комплексными числами. Расширенная комплексная плоскость. Сфера Римана, стереографическая проекция, сферическое расстояние.

Топология (расширенной) комплексной плоскости. Предел, непрерывность.

Тема 2. Дифференцируемые функции комплексного переменного

Дифференцируемые функции комплексного переменного. Правила дифференцирования (производная и арифметические операции, производная сложной функции, производная обратной функции). Условия Коши-Римана. Аналитические функции. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.

Понятие о конформных отображениях. Однолиственность. Принцип сохранения области. Критерий локальной однолиственности.

Тема 3. Элементарные аналитические функции

Степенная функция с натуральным показателем, полиномы.

Линейная и дробно-линейная функции. Конформность и групповое свойство. Круговое свойство. Неподвижные точки. Сохранение симметрии. Автоморфизмы единичного круга. Понятие о теореме Римана о конформной эквивалентности односвязных областей и о соответствии границ при конформном отображении. Понятие о многозначных аналитических функциях, их точках ветвления.

Функция Жуковского. Профили Жуковского.

Показательная функция и ее свойства (групповое свойство, формула Эйлера, экспоненциальная форма записи комплексных чисел, множество значений, периодичность).

Тригонометрические функции их свойства (четность, периодичность, формулы сложения, множества значений).

Гиперболические функции и их свойства (связь с тригонометрическими функциями, формулы сложения, множества значений).

Логарифмическая функция и ее главное значение, свойства (связь с экспоненциальной функцией, групповое свойство, выделение однозначной ветви).

Степенная функция и степень ее многозначности в зависимости от показателя (случаи целого, рационального и иррационального действительного показателя).

Обратные тригонометрические и гиперболические функции (свойства, выделение однозначной ветви).

Тема 4. Интегрирование функций комплексного переменного

Пути и кривые на плоскости. Комплексные криволинейные интегралы. Первообразная, формула Ньютона-Лейбница.

Интегральная теорема Коши для простого и составного контуров. Интегральная формула Коши. Интеграл типа Коши. Бесконечная

дифференцируемость аналитических функций, формулы Коши для производных аналитических функций. Теорема Морера.

Гармонические функции, их связь с аналитическими. Принцип максимума, теорема единственности, теорема о среднем. Интегралы Пуассона и Шварца.

Тема 5. Последовательности и ряды аналитических функций

Функциональные последовательности и ряды. Виды сходимости. Сходимость, равномерная внутри области. Теорема Вейерштрасса о последовательностях и рядах аналитических функций. Теорема Рунге.

Степенной ряд, теорема Абеля. Радиус сходимости. Формула Коши – Адамара. Аналитичность суммы степенного ряда. Разложение аналитической функции в степенной ряд, единственность разложения, ряд Тейлора. Действия со степенными рядами.

Нули аналитической функции, порядок нуля. Теорема единственности для аналитических функций.

Тема 6. Ряд Лорана и особые точки однозначного характера

Ряд Лорана, область его сходимости. Разложение аналитической функции в ряд Лорана, единственность разложения. Формулы для коэффициентов разложения, неравенства Коши.

Теорема об устранимой особой точке, теорема Лиувилля. Классификация изолированных особых точек однозначного характера. Полос и существенно особая точка. Случай бесконечно удаленной точки. Теорема Сохоцкого, понятие о теореме Пикара.

Тема 7. Теория вычетов и ее приложения. Аналитическое продолжение.

Определение вычета, теорема о вычетах. Формулы для вычисления вычетов. Применение к вычислению интегралов. Логарифмический вычет, принцип аргумента. Теорема Руше, теорема Гурвица. Принцип сохранения области. Понятие аналитического продолжения. Целые и мероморфные функции.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР (аудиторный контроль)	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	4 семестр							
1	Введение в комплексный анализ	2	4					
2	Дифференцируемые функции комплексного переменного	4	6					
3	Элементарные аналитические функции	4	8				2	коллоквиум
4	Интегрирование функций комплексного переменного	6	10					самостоятельная работа
5	Последовательности и ряды аналитических функций	6	10				2	контрольная работа
6	Ряд Лорана и особые точки однозначного характера	6	12				2	коллоквиум
7	Теория вычетов и ее приложения	6	12					
	Всего по дисциплине	34	62				6	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

- 1 Ю.В. Сидоров, М.Ф. Федорюк, М.И. Шабунин. Лекции по ТФКП. М.: Наука, 1989.
- 2 Б.В. Шабат. Введение в комплексный анализ. Ч. I. М.: Наука, 1976.
- 3 М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973
- 4 Л.И. Волковысский, Г.Л. Лунц, И.Г. Араманович. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. М. Наука, 1970.
- 5 Э.И. Зверович. Вещественный и комплексный анализ. Т. 6. Минск, Вышэйшая школа, 2008
- 6 Кротов В.Г., Ровба Е.А., Старовойтов А.П., Сетько Е.А., Смотрицкий К.А. Теория функций комплексного переменного (учебное пособие) // Минск: Высшая школа, 2019. – 431 с.

Перечень дополнительной литературы

- 7 А.И. Маркушевич. Теория аналитических функций. Т. 1, 2. М.: Наука, 1968.
- 8 М.А. Евграфов. Аналитические функции. М.: Наука, 1968 и др. издания.
- 9 А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов. Теория функций комплексной переменной. М.: Наука, 1974 и др. издания.
- 10 Сборник задач по теории аналитических функций / Под ред. М.А. Евграфова. М., 1972.
- 11 А. Гурвиц, Р. Курант. Теория функций. М.: Наука, 1968.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Для текущего контроля качества усвоения знаний студентами по учебной дисциплине «Теория функций комплексного переменного» используется следующий диагностический инструментарий:

- самостоятельная работа;
- коллоквиумы;
- контрольная работа.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Формой текущей аттестации учебным планом предусмотрен зачет.

Весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в рейтинговую оценку:

Формирование оценки за текущую успеваемость:

- самостоятельная работа – 30 %;
- коллоквиумы – 30 %;
- контрольная работа – 40 %.

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценки по текущей успеваемости составляет 50 %, экзаменационная оценка – 50 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 3. Элементарные аналитические функции (2 ч)

Степенная функция с натуральным показателем, полиномы.

Линейная и дробно-линейная функции. Конформность и групповое свойство. Круговое свойство. Неподвижные точки. Сохранение симметрии. Автоморфизмы единичного круга. Понятие о теореме Римана о конформной эквивалентности односвязных областей и о соответствии границ при конформном отображении. Понятие о многозначных аналитических функциях, их точках ветвления.

Функция Жуковского. Профили Жуковского.

Показательная функция и ее свойства (групповое свойство, формула Эйлера, экспоненциальная форма записи комплексных чисел, множество значений, периодичность).

Тригонометрические функции их свойства (четность, периодичность, формулы сложения, множества значений).

Гиперболические функции и их свойства (связь с тригонометрическими функциями, формулы сложения, множества значений).

Логарифмическая функция и ее главное значение, свойства (связь с экспоненциальной функцией, групповое свойство, выделение однозначной ветви).

Степенная функция и степень ее многозначности в зависимости от показателя (случаи целого, рационального и иррационального действительного показателя).

Обратные тригонометрические и гиперболические функции (свойства, выделение однозначной ветви).

(Форма контроля – коллоквиум).

Тема 5. Последовательности и ряды аналитических функций (2 ч)

Задание 1. Исследовать интеграл на абсолютную и условную сходимость.

Задание 2. Исследовать интеграл на равномерную сходимость на указанном множестве.

Задание 3. Разложить предварительно производную путем почленного интегрирования, получить разложение в степенной ряд функции.

Задание 4. Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням x .

Задание 5. Найти сумму ряда.

(Форма контроля – контрольная работа).

Тема 6. Ряд Лорана и особые точки однозначного характера (2 ч)

Ряд Лорана, область его сходимости.

Разложение аналитической функции в ряд Лорана, единственность разложения.

Формулы для коэффициентов разложения, неравенства Коши.

Теорема об устранимой особой точке, теорема Лиувилля.

Классификация изолированных особых точек однозначного характера.

Полус и существенно особая точка.

Случай бесконечно удаленной точки.

Теорема Сохоцкого, понятие о теореме Пикара.

(Форма контроля – коллоквиум).

Примерная тематика практических занятий

Занятие 1. Основные определения и факты, связанные с комплексными числами. Расширенная комплексная плоскость.

Занятие 2. Топология (расширенной) комплексной плоскости. Предел, непрерывность.

Занятие 3. Дифференцируемые функции комплексного переменного.

Занятие 4. Условия Коши-Римана. Аналитические функции. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.

Занятие 5. Понятие о конформных отображениях.

Занятие 6. Степенная функция с натуральным показателем, полиномы.

Занятие 7. Линейная и дробно-линейная функции.

Занятие 8. Функция Жуковского. Профили Жуковского.

Занятие 9. Элементарные функции.

Занятие 10. Интегральная теорема Коши.

Занятие 11. Сходимость, равномерная внутри области. Теорема Вейерштрасса о последовательностях и рядах аналитических функций.

Занятие 12. Разложение аналитической функции в степенной ряд, единственность разложения, ряд Тейлора. Действия со степенными рядами.

Занятие 13. Ряд Лорана, область его сходимости. Разложение аналитической функции в ряд Лорана, единственность разложения. Формулы для коэффициентов разложения, неравенства Коши.

Занятие 14. Классификация изолированных особых точек однозначного характера.

Занятие 15. Определение вычета, теорема о вычетах. Формулы для вычисления вычетов. Применение к вычислению интегралов в области.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется *практико-ориентированный подход*, который предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Теория функций комплексного переменного» используются современные информационные ресурсы: размещается на образовательном портале комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, учебное издание для теоретического изучения дисциплины, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к зачету, экзамену, задания, вопросы для самоконтроля и др., список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

При составлении индивидуальных заданий по учебной дисциплине задания располагаются в порядке возрастания их сложности: задания, формирующие достаточные знания по изученному учебному материалу на уровне узнавания; задания, формирующие компетенции на уровне воспроизведения; задания, формирующие компетенции на уровне применения полученных знаний.

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Основные определения и факты, связанные с комплексными числами. Расширенная комплексная плоскость.
2. Сфера Римана, стереографическая проекция, сферическое расстояние.
Топология (расширенной) комплексной плоскости. Предел, непрерывность.
3. Дифференцируемые функции комплексного переменного. Правила дифференцирования (производная и арифметические операции, производная сложной функции, производная обратной функции).
4. Условия Коши-Римана. Аналитические функции. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.
5. Понятие о конформных отображениях. Однолистность. Принцип сохранения области. Критерий локальной однолистности.
6. Степенная функция с натуральным показателем, полиномы.
7. Линейная и дробно-линейная функции.
8. Конформность и групповое свойство. Круговое свойство. Неподвижные точки. Сохранение симметрии. Автоморфизмы единичного круга.
9. Понятие о теореме Римана о конформной эквивалентности односвязных областей и о соответствии границ при конформном отображении.
10. Понятие о многозначных аналитических функциях, их точках ветвления.
11. Функция Жуковского. Профили Жуковского.
12. Показательная функция и ее свойства (групповое свойство, формула Эйлера, экспоненциальная форма записи комплексных чисел, множество значений, периодичность).
13. Тригонометрические функции и их свойства (четность, периодичность, формулы сложения, множества значений).
14. Гиперболические функции и их свойства (связь с тригонометрическими функциями, формулы сложения, множества значений).
15. Логарифмическая функция и ее главное значение, свойства (связь с экспоненциальной функцией, групповое свойство, выделение однозначной ветви).
16. Степенная функция и степень ее многозначности в зависимости от показателя (случай целого, рационального и иррационального действительного показателя).
17. Обратные тригонометрические и гиперболические функции. (свойства, выделение однозначной ветви).
18. Пути и кривые на плоскости. Комплексные криволинейные интегралы. Первообразная, формула Ньютона-Лейбница.
19. Интегральная теорема Коши для простого и составного контуров. Интегральная формула Коши. Интеграл типа Коши.

20. Бесконечная дифференцируемость аналитических функций, формулы Коши для производных аналитических функций. Теорема Морера.
21. Гармонические функции, их связь с аналитическими. Принцип максимума, теорема единственности, теорема о среднем.
22. Интегралы Пуассона и Шварца.
23. Функциональные последовательности и ряды. Виды сходимости. Сходимость, равномерная внутри области. Теорема Вейерштрасса о последовательностях и рядах аналитических функций. Теорема Рунге.
24. Степенной ряд, теорема Абеля. Радиус сходимости. Формула Коши – Адамара. Аналитичность суммы степенного ряда. Разложение аналитической функции в степенной ряд, единственность разложения, ряд Тейлора. Действия со степенными рядами.
25. Нули аналитической функции, порядок нуля. Теорема единственности для аналитических функций.
26. Ряд Лорана, область его сходимости. Разложение аналитической функции в ряд Лорана, единственность разложения. Формулы для коэффициентов разложения, неравенства Коши.
27. Теорема об устранимой особой точке, теорема Лиувилля. Классификация изолированных особых точек однозначного характера.
28. Полус и существенно особая точка. Случай бесконечно удаленной точки.
29. Теорема Сохоцкого, понятие о теореме Пикара.
30. Определение вычета, теорема о вычетах. Формулы для вычисления вычетов. Применение к вычислению интегралов.
31. Логарифмический вычет, принцип аргумента.
32. Теорема Руше, теорема Гурвица. Принцип сохранения области.
33. Понятие аналитического продолжения.
34. Целые и мероморфные функции.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1. Математический анализ	кафедра теории функций	нет	вносить изменения не требуется (протокол № 9 от 23.03.2020)
2. Функциональный анализ	кафедра функционального анализа и аналитической геометрии	нет	вносить изменения не требуется (протокол № 9 от 23.03.2020)
3. Дифференциальные уравнения	кафедра дифференциальных уравнений и системного анализа	нет	вносить изменения не требуется (протокол № 9 от 23.03.2020)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 201_ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
