БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
и образовательным инновациям
________________ О.Н.Здрок
«30» ________________ 2020 г.
Регистрационный № УД-1477/уч.

Математический анализ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:

1-31 03 09 Компьютерная математика и системный анализ

2020 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта ОСВО 1-31 03 09-2013, утвержденного 30.08.2013 № 88, типовой учебной программы ТД-G.490/тип. от 20.10.2014 и учебного плана G31-137/уч., утвержденного 30.05.2013.

СОСТАВИТЕЛИ:

В.Г. Кротов, заведующий кафедрой теории функций Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

Е.В. Громак, доцент кафедры теории функций Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Н.В. Бровка, профессор кафедры теории функций Белорусского государственного университета, доктор педагогических наук, профессор.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

В.В. Гороховик, заведующий Отделом нелинейного и стохастического анализа Института математики Национальной Академии Наук Республики Беларусь, доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент Национальной Академии наук Беларуси;

И.Н. Гуло, заведующая кафедрой математики и методики преподавания математики Белорусского государственного педагогического университета им.М.Танка, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой теории функций Белорусского государственного университета
(протокол № 9 от 23.03.20);

Научно-методическим Советом Белорусского государственного университета
(протокол № 4 от 25.03.20)

Зав.кафедрой теории функций В.Кротов В.Г. Кротов

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины «Математический анализ» – создание базы для освоения основных понятий и методов современной математики.

Образовательная цель: изложение основ дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких вещественных переменных.

Развивающая цель: формирование у студентов основ математического мышления, знакомство с методами математических доказательств, изучение алгоритмов решения конкретных математических задач.

Задачи учебной дисциплины «Математический анализ»:

1. Формирование у студентов понятия числа.
2. Изучение понятия предела и освоение этого понятия с целью практического использования при решении различных задач математики;
3. Изучение основ дифференциального исчисления, использование элементов дифференциального исчисления при решении экстремальных задач и других задач современной математики;
4. Использование основ интегрального исчисления при решении задач математики, механики, математической физики.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к циклу специальных дисциплин государственного компонента.

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Дисциплина «Математический анализ» является базовой для преподавания большинства математических курсов. Наиболее тесной является связь с такими дисциплинами как «Дифференциальные уравнения», «Теория функций комплексного переменного», «Функциональный анализ», «Уравнения математической физики», «Экстремальные задачи и вариационное исчисление».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Математический анализ» должно обеспечить формирование следующих компетенций:

академические компетенции:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-5. Быть способным вырабатывать новые идеи (обладать креативностью).

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникации.

АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

социально-личностные компетенции:

СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.

СЛК-6. Уметь работать в команде.

профессиональные компетенции:

ПК-1. Использовать фундаментальные математические знания в качестве основы при проведении прикладных исследований;

ПК-2. Понять поставленную задачу, оценить ее корректность;

ПК-3. Доказывать основные утверждения, выделять главные смысловые аспекты в доказательствах;

ПК-4. Самостоятельно разрабатывать алгоритмы решения и их анализировать;

ПК-5. Получать результат на основе анализа, его корректно формулировать, видеть следствия сформулированного результата;

ПК-6. Передавать результат проведенных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области изучавшегося явления;

ПК-7. Публично представлять собственные и известные научные результаты.

ПК-8. Преподавать математические дисциплины и информатику в учреждениях образования;

ПК-9. Применять на практике изученные основы педагогического мастерства;

ПК-10. Распространять знания из области математики, информатики, их приложений среди различных слоев населения.

ПК-14. Использовать математические и компьютерные методы исследований при анализе современных естественнонаучных, экономических, социально-политических процессов.

ПК-21. Оптимизировать управленческие решения.

ПК-23. Применять методы анализа и организации внедрения инноваций.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

– основные понятия и результаты дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких вещественных переменных;

– методы доказательств и алгоритмы решения задач математического анализа;

– новейшие достижения в области математического анализа и их приложения в задачах естествознания;

уметь:

– использовать основные результаты математического анализа в практической деятельности;

– использовать теоретические и практические навыки применения дифференциального и интегрального исчисления в математике;

владеть:

– основными методами интегрирования и дифференцирования функций, рядов и интегралов;

– методами доказательств и аналитического исследования функций, рядов и интегралов на непрерывность, сходимость, равномерную сходимость;

– навыками самообразования и способами использования аппарата математического анализа для проведения математических и междисциплинарных исследований.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 1, 2, 3 семестрах. Всего на изучение учебной дисциплины «Математический анализ» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 774 часа, в том числе 424 аудиторных часа, из них: лекции – 212 часов, практические занятия – 190 часов, управляемая самостоятельная работа (аудиторный контроль) – 22 часа, из них:

– 1 семестр – всего: 258 часов, в том числе 144 аудиторных часа, из них: лекции – 72 часа, практические занятия – 64 часа, управляемая самостоятельная работа (аудиторный контроль) – 8 часов;

– 2 семестр – всего: 258 часов, в том числе 136 аудиторных часов, из них: лекции – 68 часов, практические занятия – 62 часа, управляемая самостоятельная работа (аудиторный контроль) – 6 часов;

– 3 семестр – всего: 258 часов, в том числе 144 аудиторных часа, из них: лекции – 72 часа, практические занятия – 64 часа, управляемая самостоятельная работа (аудиторный контроль) – 8 часов;

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 18 зачетных единиц (по 6 з.е. в каждом семестре).

Форма текущей аттестации – зачет, экзамен в каждом семестре.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Правила логического вывода. Множества, отношения, функции

Высказывания. Кванторы общности и существования. Множества и операции над ними. Декартово произведение множеств. Бинарные отношения. Понятие отображения (функции). Сюръекция, инъекция, биекция. Обратное отображение. Отношение эквивалентности, рефлексивности, симметричности, транзитивности.

Тема 2. Множество действительных чисел

Аксиоматика и модели множества действительных чисел. Важнейшие подмножества. Границы числовых множеств. Ограниченные множества. Точные границы множества. Теорема Дедекинда.

Принцип Архимеда. Позиционные системы счисления.

Понятие о мощности множества, основные мощности. Теорема Кантора о несчетности континуума.

Тема 3. Предел последовательности

Ограниченные последовательности. Предел последовательности и его свойства. Предел и операции над последовательностями, предельный переход в неравенствах. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.

Теорема о сходимости монотонных последовательностей. Число Эйлера.

Различные формы полноты множества действительных чисел (лемма Бореля-Лебега о покрытиях, лемма Больцано-Вейерштрасса, критерий Коши сходимости последовательности. Верхний и нижний пределы ограниченной последовательности и их свойства.

Тема 4. Предел функции

Определение предела функции по Коши и по Гейне. Общие свойства предела функции. Предел и операции над функциями. Предел функции и неравенства. Замечательные пределы.

Пределы на бесконечности и бесконечные пределы. Символы Харди и Ландау. Критерий Коши существования предела функции. Монотонные функции. Существование односторонних пределов у монотонной функции.

Тема 5. Непрерывные функции

Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций (ограниченность, сохранение знака) и арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность композиции.

Теоремы Вейерштрасса и теоремы Больцано-Коши. Теорема о непрерывном образе отрезка. Равномерная непрерывность, теорема Кантора. Колебание функции.

Критерий глобальной непрерывности монотонной функции и критерий взаимной однозначности непрерывной функции. Классификация разрывов функции. Теорема о множестве точек разрыва монотонной функции.

Непрерывность элементарных функций и замечательные пределы.

Тема 6. Дифференцируемые функции

Задачи, приводящие к понятию производной. Производная и дифференцируемость. Дифференциал.

Производные элементарных функций. Правила дифференцирования. Связь непрерывности и дифференцируемости. Связь дифференцирования с операциями над функциями. Производная обратной функции. Производные высших порядков.

Экстремумы функции. Лемма Ферма, основные теоремы о дифференцируемых функциях (теоремы Ролля, Лагранжа и Коши). Правила Лопиталя.

Формула Тейлора с остатками Пеано, Лагранжа и Коши. Разложение элементарных функций.

Монотонность и знак производной. Достаточные условия экстремума. Алгоритм отыскания глобального экстремума.

Выпуклые функции и их свойства, условия выпуклости. Выпуклость элементарных функций. Неравенство Йенсена и его приложения.

Тема 7. Неопределенный интеграл

Первообразная функции, неопределенный интеграл и его свойства. Таблица неопределенных интегралов элементарных функций. Интегрирование по частям и замена переменной.

Интегрирование рациональных функций, интегрирование некоторых иррациональностей.

Тема 8. Определенный интеграл Римана

Примеры задач, приводящих к понятию интеграла. Определение интеграла Римана. Необходимое условие интегрируемости.

Критерии интегрируемости в терминах сумм Дарбу. Классы интегрируемых функций.

Свойства определенного интеграла. Теоремы о среднем значении.

Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле. Формула Тейлора с остатком в виде интеграла.

Тема 9. Приложения определенного интеграла

Длина пространственной кривой, площадь криволинейной трапеции, площадь поверхности вращения, объем тела вращения.

Тема 10. Несобственные интегралы

Несобственные интегралы и их свойства. Интегрирование по частям и замена переменной в несобственном интеграле. Главное значение по Коши. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Абсолютная и условная сходимость. Признак сравнения для интегралов от положительных функций. Признак Абеля-Дирихле для условной сходимости.

Тема 11. Метрические пространства

Метрика, шары, открытые множества. Внутренние точки множества, внутренность. Предельные и изолированные точки множества. Замкнутые множества, замыкание, граница. Теорема двойственности открытых и замкнутых множеств. Компактные и связные множества.

Предел последовательности и функции в метрическом пространстве. Непрерывность функции на метрическом пространстве. Глобальный критерий непрерывности. Ограниченные множества. Последовательность Коши, полнота метрического пространства. Замкнутые шары, теорема Кантора о вложенных замкнутых шарах.

Евклидово пространство: скалярное произведение и его свойства, неравенство Коши-Буняковского-Шварца, норма, координатная сходимость, полнота, важнейшие подмножества. Теорема Гейне-Бореля.

Непрерывные функции на метрических пространствах. Теоремы о непрерывном образе компакта и связного множества. Равномерно непрерывные функции на метрическом пространстве. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.

Тема 12. Дифференцируемые функции многих переменных

Линейные формы на R^d, гиперплоскость, общий вид линейной формы. Дифференцируемость, производная и ее свойства. Формула Лагранжа.

Частные производные. Достаточное условие дифференцируемости. Производная по направлению, градиент, его геометрический смысл. Частные производные высших порядков. Теорема Шварца.

Полином Тейлора, формула Тейлора.

Квадратичные формы и их матрицы. Знакопостоянные квадратичные формы, критерий Сильвестра. Локальные экстремумы функции. Необходимые условия экстремума, стационарные точки функции. Достаточное условие экстремума.

Тема 13. Дифференцируемые векторные функции

Векторные функции, компоненты. Линейные отображений из R^n в R^m. Дифференцируемые векторные функции. Свойства производной и связь с производными компонент. Матрица Якоби. Производная композиции.

Гомеоморфизм. Теорема Брауера. Теорема об обратной функции. Теорема о неявной функции. Формулы для определения производных неявной функции.

Тема 14. Числовые ряды

Ряд, слагаемые ряда, частные суммы. Сходящиеся и расходящиеся ряды, сумма ряда. Остатки ряда, связь сходимости остатков со сходимостью ряда. Операции над сходящимися рядами. Необходимое условие сходимости ряда. Критерий Коши.

Положительные ряды, критерий сходимости. Признак сравнения и его различные формы. Признак Коши. Теорема Куммера. Признаки Даламбера, Раабе, Бертрана, Гаусса. Интегральный признак Коши.

Абсолютная и условная сходимость, связь между ними. Преобразование Абеля. Признаки Абеля и Дирихле. Ряды Лейбница.

Ассоциативность и коммутативность в теории рядов. Умножение рядов, теорема Коши о произведении абсолютно сходящихся рядов.

Тема 15. Функциональные последовательности и ряды

Равномерная сходимость, критерий Коши. Теорема о перестановке предельных переходов. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле равномерной сходимости рядов. Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость суммы ряда. Теорема Дини.

Теорема Вейерштрасса о приближении алгебраическими полиномами.

Тема 16. Ряды Фурье

Тригонометрическая система, ряды Фурье. Интегральные представления для сумм Фурье.

Лемма Римана-Лебега. Принцип локализации. Условия сходимости ряда Фурье в точке. Признак Дини-Липшица равномерной сходимости рядов Фурье. Теорема Дирихле-Жордана.

Тема 17. Интегралы, зависящие от параметра

Элементарная теория. Несобственные интегралы от параметра: непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость.

Интеграл вероятностей и интеграл Дирихле. Гамма- и бета-функции Эйлера.

Тема 18. Мера Жордана в R^d

Построение меры Жордана на евклидовых пространствах. Критерии измеримости. Примеры: площадь криволинейной трапеции, площадь круга, число пи, неизмеримое по Жордану множество. Свойства меры Жордана (монотонность, аддитивность, субаддитивность).

Тема 19. Интеграл Римана в R^d

Определение интеграла Римана на множестве, измеримом по Жордану. Необходимое условие интегрируемости.

Критерии интегрируемости в терминах сумм Дарбу. Классы интегрируемых функций. Критерий Лебега.

Свойства интеграла Римана: интегрируемость на подмножестве, аддитивность, линейность, монотонность. Неравенства для интеграла. Мера декартова произведения измеримых множеств. Теорема об интеграле по декартовому произведению множеств (теорема Фубини) и ее следствия.

Тема 20. Криволинейные интегралы. Формула Грина

Положительная ориентация плоского контура. Формула Грина. Односвязные области. Вычисление площадей с помощью криволинейного интеграла. Условия независимости криволинейного интеграла от пути.

Тема 21. Поверхностные интегралы

Поверхность, площадь поверхности. Нормаль и касательная плоскость к поверхности, ориентация. Поверхностные интегралы первого и второго рода. Формулы Стокса и Гаусса-Остроградского. Теория поля.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР (аудиторный контроль)	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1 семестр							
1	Правила логического вывода. Множества, отношения, функции.	6	8					
2	Множество действительных чисел.	10	6					самостоятельная работа
3	Предел последовательности.	10	14				2	коллоквиум
4	Предел функции.	4	10				2	контрольная работа
5	Непрерывные функции.	12	6				2	контрольная работа
6	Дифференцируемые функции.	20	14				2	коллоквиум
7	Неопределенный интеграл (1 часть).	10	6					самостоятельная работа
	Всего за 1 семестр	**72**	**64**				**8**	
	2 семестр							
7	Неопределенный интеграл (2 часть).	6	6					
8	Определенный интеграл Римана.	16	12				2	контрольная работа
9	Приложения определенного ин-	4	6					самостоятельная работа

	теграла.							
10	Несобственные интегралы.	6	4				2	коллоквиум
11	Метрические пространства.	10	12					самостоятельная работа
12	Дифференцируемые функции многих переменных.	12	10				2	коллоквиум
13	Дифференцируемые векторные функции.	14	12					самостоятельная работа
	Всего за 2 семестр	**68**	**62**				**6**	
	3 семестр							
14	Числовые ряды.	8	12				2	контрольная работа
15	Функциональные последовательности и ряды.	12	8				2	коллоквиум
16	Ряды Фурье.	10	4				2	контрольная работа
17	Интегралы, зависящие от параметра.	12	12					
18	Мера Жордана в R^d.	6	8					
19	Интеграл Римана в R^d.	10	12				2	коллоквиум
20	Криволинейные интегралы. Формула Грина.	10	4					
21	Поверхностные интегралы.	4	4					
	Всего за 3семестр	**72**	**64**				**8**	
	Всего по дисциплине	**212**	**190**				**22**	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1 Г.И. Архипов, В.А. Садовничий, В.Н. Чубариков. Лекции по математическому анализу. М.: Высшая школа, 2000.
2 В.А. Зорич. Математический анализ (2 тома). М.: Наука, 1981 и другие издания.
3 Л.Д. Кудрявцев. Курс математического анализа. М.: Высшая школа, Т. 1, 2. 1981 и другие издания.
4 С.М. Никольский. Курс математического анализа. Т. 1, 2. М.: Наука. 1990 и другие издания.
5 Э.И. Зверович. Вещественный и комплексный анализ. Т. 1–6. Минск: Вышэйшая школа, 2008.
6 В.Г. Кротов. Математический анализ. Минск: БГУ, 2017
7 Б.П. Демидович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1990.
8 Сборник задач по математическому анализу /Под ред. Л.Д. Кудрявцева, М.: Наука, Т. 1. – 1984, Т. 2. – 1986, Т. 3 – 1994 и другие издания.

Перечень дополнительной литературы

9 Г.М. Фихтенгольц. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х томах. М.: Наука. 2001 и другие издания.
10 В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Б.Х. Сендов. Математический анализ. М.: Наука, 1985 и другие издания.
11 А.М. Тер-Крикоров, И.И. Шабунин. Курс математического анализа. М.: Наука, 1988.
12 У. Рудин. Основы математического анализа. М.: Мир, 1976 и другие издания.
13 Г. Полиа, Г. Сеге. Задачи и теоремы из анализа. Т. 1, 2. М.: Наука, 1978.
14 Б. Гелбаум, Дж. Олмстед. Контрпримеры в анализе. М.: Мир, 1967.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Для текущего контроля качества усвоения знаний студентами по учебной дисциплине «Математический анализ» используется следующий диагностический инструментарий:

– самостоятельные работы;
– коллоквиумы;
– контрольные работы.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Формой текущей аттестации учебным планом предусмотрены зачет и экзамен в 1, 2, 3 семестрах.

Итоговая оценка формируется на основе 3-х документов:

1. Правила проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования (Постановление Министерства образования Республики Беларусь № 53 от 29.05.2012 г.).
2. Положение о рейтинговой системе оценки знаний студентов по дисциплине в Белорусском государственном университете (Приказ ректора БГУ от 18.08.2015 № 382-ОД) (с изменениями, согласно приказу 491-ОД от 29.08.2018г.)
3. Критерии оценки знаний и компетенций студентов по 10-балльной шкале (Письмо Министерства образования Республики Беларусь от 22.12.2003 № 21-04-1/105).

Весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в рейтинговую оценку:

Формирозание оценки за текущую успеваемость:

– самостоятельные работы – 30 %;
– коллоквиумы – 30 %;
– контрольные работы – 40 %.

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценки по текущей успеваемости составляет 50 %, экзаменационная оценка – 50 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 3. Предел последовательности (2 ч)

Ограниченные последовательности.

Предел последовательности и его свойства.

Предел и операции над последовательностями, предельный переход в неравенствах.

Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.

Теорема о сходимости монотонных последовательностей. Число Эйлера.

Различные формы полноты множества действительных чисел (лемма Бореля-Лебега о покрытиях, лемма Больцано-Вейерштрасса, критерий Коши сходимости последовательности.

Верхний и нижний пределы ограниченной последовательности и их свойства. (*Форма контроля – коллоквиум*).

Тема 6. Дифференцируемые функции (2 ч)

Задачи, приводящие к понятию производной.

Производная и дифференцируемость. Дифференциал.

Производные элементарных функций.
Правила дифференцирования.
Связь непрерывности и дифференцируемости.
Связь дифференцирования с операциями над функциями.
Производная обратной функции.
Производные высших порядков.
Экстремумы функции.
Лемма Ферма, основные теоремы о дифференцируемых функциях (теоремы Ролля, Лагранжа и Коши).
Правила Лопиталя.
Формула Тейлора с остатками Пеано, Лагранжа и Коши.
Разложение элементарных функций.
Монотонность и знак производной.
Достаточные условия экстремума.
Алгоритм отыскания глобального экстремума.
Выпуклые функции и их свойства, условия выпуклости. Выпуклость элементарных функций. Неравенство Йенсена и его приложения.
(*Форма контроля – коллоквиум*).

Тема 10. Несобственные интегралы (2 ч)
Несобственные интегралы и их свойства.
Интегрирование по частям и замена переменной в несобственном интеграле.
Главное значение по Коши.
Критерий Коши сходимости несобственного интеграла.
Абсолютная и условная сходимость.
Признак сравнения для интегралов от положительных функций.
Признак Абеля-Дирихле для условной сходимости.
(*Форма контроля – коллоквиум*).

Тема 12. Дифференцируемые функции многих переменных (2 ч)
Линейные формы на R^d, гиперплоскость, общий вид линейной формы.
Дифференцируемость, производная и ее свойства.
Формула Лагранжа.
Частные производные.
Достаточное условие дифференцируемости.
Производная по направлению, градиент, его геометрический смысл.
Частные производные высших порядков.
Теорема Шварца.
Полином Тейлора, формула Тейлора.
Квадратичные формы и их матрицы.
Знакопостоянные квадратичные формы, критерий Сильвестра.
Локальные экстремумы функции.
Необходимые условия экстремума, стационарные точки функции.
Достаточное условие экстремума.
(*Форма контроля – коллоквиум*).

Тема 15. Функциональные последовательности и ряды (2 ч)

Равномерная сходимость, критерий Коши.

Теорема о перестановке предельных переходов.

Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле равномерной сходимости рядов.

Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость суммы ряда.

Теорема Дини.

Теорема Вейерштрасса о приближении алгебраическими полиномами.

(*Форма контроля – коллоквиум*).

Тема 19. Интеграл Римана в R^d (2 ч)

Определение интеграла Римана на множестве, измеримом по Жордану.

Необходимое условие интегрируемости.

Критерии интегрируемости в терминах сумм Дарбу.

Классы интегрируемых функций. Критерий Лебега.

Свойства интеграла Римана: интегрируемость на подмножестве, аддитивность, линейность, монотонность.

Неравенства для интеграла.

Мера декартова произведения измеримых множеств.

Теорема об интеграле по декартовому произведению множеств (теорема Фубини) и ее следствия.

(*Форма контроля – коллоквиум*).

Контрольные работы:

Тема 4. Предел функции (2 ч)

1) Запишите определение на языке «$\varepsilon - \delta$» следующего утверждения и приведите соответствующий пример $\lim_{x\to -1} f(x) = -\infty$.

2) Используя определение понятия предела, докажите, что $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{1}{\sqrt{x+7}} = \dfrac{1}{3}$.

3) Найдите пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1+x^2 3^x}{1+x^2 4^x}\right)^{\frac{1}{tg^2 x}}$ б) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{2^{\cos x}-1}{\ln \sin x}$

в) $\lim_{x\to +\infty}\dfrac{\ln(1+5e^{6x})}{\ln(1+3e^{2x})}$ г) $\lim_{x\to 0}\sqrt{\cos x + \operatorname{arctg} x \cos^2 \frac{1}{x^2}}$.

4) Найдите эквивалентную в виде $A(x-2)^{\alpha}, x\to 2$, для функции

$$f(x) = 2^x - 4 + \lg^2(x-1).$$

(*Форма контроля – контрольная работа*).

Тема 5. Непрерывные функции (2 ч)

1. Доказать по определению, что функция $f(x) = -2x^2 - 4$ непрерывна в точке $x_0 = 3$.
2. Исследовать функцию на непрерывность, выяснить характер точек разрыва и построить график

$$a)\ y=\begin{cases}|x|-\frac{\pi}{2}, & x\le-\frac{\pi}{2},\\ \operatorname{ctg}x, & -\frac{\pi}{2}<x<0,\\ \operatorname{arctg}x, & x\ge 0.\end{cases}\qquad b)\ y=\lim_{n\to\infty}\frac{x^n-x^{-n}}{x^n+x^{-n}}.$$

3. Доказать, что уравнение $x^5-6x^2+3x-7=0$ имеет решения на отрезке [0,2].

(*Форма контроля – контрольная работа*).

Тема 8. Определенный интеграл Римана (2 ч)

1. Вычислить по определению $\int_0^1 x\,dx$.
2. Вычислить

$$a)\ \int\limits_{e+1}^{e^2+1}\frac{1+\ln(x-1)}{x-1}dx;\quad b)\ \int\limits_0^{16}\sqrt{256-x^2}\,dx;\quad c)\ \int\limits_0^{\pi}(3-2x)\cos\frac{x}{2}dx.$$

3. Вычислить площадь фигур, ограниченных линиями:

a) $x=-2y^2,\ x=1-3y^2$;

b) $\rho=1\ (\rho\ge1),\ \rho=2\cos3\varphi$.

4. Вычислить длину дуги кривой

$$\begin{cases}x=5(t-\sin t)\\ y=5(1-\cos t)\end{cases}\quad 0\le t\le 2\pi.$$

(*Форма контроля – контрольная работа*).

Тема 14. Числовые ряды (2 ч)

1. Найти сумму ряда

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{6}{36k^2-24k-5}.$$

2. Исследовать ряды на сходимость

$$a)\ \sum_{k=1}^{\infty}\frac{\left(2+\cos\frac{\pi k}{2}\right)\sqrt{k}}{\sqrt[4]{k^7+5}};\ b)\ \sum_{k=1}^{\infty}\frac{k^k}{(k!)^2};\ c)\ \sum_{k=1}^{\infty}k\arcsin^{k}\frac{\pi}{4k};$$

$$d)\ \sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k\operatorname{tg}\frac{1}{k}.$$

3. Вычислить с точностью $\alpha=10^{-3}$ сумму ряда

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^k}{k!\,(2k+1)}.$$

(*Форма контроля – контрольная работа*).

Тема 16. Ряды Фурье (2 ч)

1. Разложить в ряд Фурье функцию $y = \operatorname{sgn}(\sin x)$. Пользуясь этим разложением, вычислить
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1}}{2k-1}.$$
2. Разложить функцию $y = x$ в промежутке $[3,5]$ в ряд Фурье.
3. Функцию $y = |x|$ разложить
   a) в ряд Фурье на отрезке $[-\pi, \pi]$;
   b) по косинусам или по синусам на $[0, \pi]$.

Нарисовать график суммы полученного ряда.

4. Как следует продолжить заданную в интервале $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ интегрируемую функции $f(x)$ в интервал $(-\pi, \pi)$, чтобы ее разложение в ряд Фурье имело вид
$$f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(2k-1)x, \qquad -\pi < x < \pi.$$

(*Форма контроля – контрольная работа*).

Примерная тематика практических занятий

1 семестр

Занятие № 1. Высказывания. Кванторы общности и существования. Множества и операции над ними.

Занятие № 2. Декартово произведение множеств. Бинарные отношения.

Занятие № 3. Понятие отображения (функции). Сюръекция, инъекция, биекция. Обратное отображение.

Занятие № 4. Отношение эквивалентности, рефлексивности, симметричности, транзитивности.

Занятие № 5. Аксиоматика и модели множества действительных чисел. Важнейшие подмножества. Границы числовых множеств. Ограниченные множества Точные границы множества. Теорема Дедекинда.

Занятие № 6. Принцип Архимеда. Позиционные системы счисления.

Занятие № 7. Понятие о мощности множества, основные мощности. Теорема Кантора о несчетности континуума.

Занятие № 8. Ограниченные последовательности. Предел последовательности и его свойства.

Занятие № 9. Предел и операции над последовательностями, предельный переход в неравенствах.

Занятие № 10. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.

Занятие № 11. Теорема о сходимости монотонных последовательностей. Число Эйлера.

Занятия № 12, 13. Различные формы полноты множества действительных чисел (лемма Бореля-Лебега о покрытиях, лемма Больцано-Вейерштрасса, критерий Коши сходимости последовательности.

Занятие № 14. Верхний и нижний пределы ограниченной последовательности и их свойства.

Занятие № 15. Определение предела функции по Коши и по Гейне. Общие свойства предела функции. Предел и операции над функциями.

Занятие № 16. Предел функции и неравенства. Замечательные пределы.

Занятие № 17. Пределы на бесконечности и бесконечные пределы. Символы Харди и Ландау.

Занятие № 18. Пределы на бесконечности и бесконечные пределы. Символы Харди и Ландау.

Занятие № 19. Критерий Коши существования предела функции. Монотонные функции. Существование односторонних пределов у монотонной функции

Занятие № 20. Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций (ограниченность, сохранение знака) и арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность композиции.

Занятие № 21. Теоремы Вейерштрасса и теоремы Больцано-Коши. Теорема о непрерывном образе отрезка. Равномерная непрерывность, теорема Кантора. Колебание функции.

Занятие № 22. Критерий глобальной непрерывности монотонной функции и критерий взаимной однозначности непрерывной функции. Классификация разрывов функции. Теорема о множестве точек разрыва монотонной функции.

Непрерывность элементарных функций и замечательные пределы.

Занятие № 23. Задачи, приводящие к понятию производной. Производная и дифференцируемость. Дифференциал.

Занятие № 24. Производные элементарных функций. Правила дифференцирования. Связь непрерывности и дифференцируемости.

Связь дифференцирования с операциями над функциями. Производная обратной функции. Производные высших порядков.

Занятие № 25. Экстремумы функции. Лемма Ферма, основные теоремы о дифференцируемых функциях (теоремы Ролля, Лагранжа и Коши). Правила Лопиталя.

Занятие № 26. Формула Тейлора с остатками Пеано, Лагранжа и Коши.

Занятие № 27. Разложение элементарных функций.

Занятие № 28. Монотонность и знак производной. Достаточные условия экстремума. Алгоритм отыскания глобального экстремума.

Занятие № 29. Выпуклые функции и их свойства, условия выпуклости. Выпуклость элементарных функций. Неравенство Йенсена и его приложения.

Занятие № 30. Первообразная функции, неопределенный интеграл и его свойства.

Занятие № 31. Таблица неопределенных интегралов элементарных функций.

Занятие № 32. Интегрирование по частям и замена переменной.

2 семестр

Занятия № 1, 2. Интегрирование рациональных функций.

Занятие 3. Интегрирование некоторых иррациональностей.

Занятие № 4. Примеры задач, приводящих к понятию интеграла. Определение интеграла Римана. Необходимое условие интегрируемости.

Занятие № 5. Критерии интегрируемости в терминах сумм Дарбу. Классы интегрируемых функций.

Занятие № 6. Свойства определенного интеграла. Теоремы о среднем значении.

Занятия № 7,8. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.

Занятие № 9. Формула Тейлора с остатком в виде интеграла.

Занятие № 10. Длина пространственной кривой, площадь криволинейной трапеции.

Занятие № 11. Площадь поверхности вращения.

Занятие № 12. Объем тела вращения

Занятие № 13. Несобственные интегралы и их свойства. Интегрирование по частям и замена переменной в несобственном интеграле. Главное значение по Коши. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла.

Занятие № 14. Абсолютная и условная сходимость. Признак сравнения для интегралов от положительных функций. Признак Абеля-Дирихле для условной сходимости.

Занятие № 15. Метрика, шары, открытые множества. Внутренние точки множества, внутренность. Предельные и изолированные точки множества. Замкнутые множества, замыкание, граница. Теорема двойственности открытых и замкнутых множеств. Компактные и связные множества.

Занятия № 16, 17. Предел последовательности и функции в метрическом пространстве. Непрерывность функции на метрическом пространстве. Глобальный критерий непрерывности. Ограниченные множества. Последовательность Коши, полнота метрического пространства. Замкнутые шары, теорема Кантора о вложенных замкнутых шарах.

Занятие № 18. Евклидово пространство: скалярное произведение и его свойства, неравенство Коши-Буняковского-Шварца, норма, координатная сходимость, полнота, важнейшие подмножества. Теорема Гейне-Бореля.

Занятия № 19,20. Непрерывные функции на метрических пространствах. Теоремы о непрерывном образе компакта и связного множества. Равномерно непрерывные функции на метрическом пространстве. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.

Занятие № 21. Линейные формы на R^d, гиперплоскость, общий вид линейной формы. Дифференцируемость, производная и ее свойства. Формула Лагранжа.

Занятие № 22. Частные производные. Достаточное условие дифференцируемости. Производная по направлению, градиент, его геометрический смысл. Частные производные высших порядков. Теорема Шварца.

Занятие № 23. Полином Тейлора, формула Тейлора.

Занятия № 24, 25. Квадратичные формы и их матрицы. Знакопостоянные квадратичные формы, критерий Сильвестра. Локальные экстремумы функции. Необходимые условия экстремума, стационарные точки функции. Достаточное условие экстремума.

Занятие № 26. Векторные функции, компоненты. Линейные отображений из R^n в R^m. Дифференцируемые векторные функции.

Занятия № 27, 28. Свойства производной и связь с производными компонент. Матрица Якоби. Производная композиции.

Занятие № 29. Гомеоморфизм. Теорема Брауера. Теорема об обратной функции.

Занятия № 30, 31. Теорема о неявной функции. Формулы для определения производных неявной функции.

3 семестр

Занятия № 1, 2. Ряд, слагаемые ряда, частные суммы. Сходящиеся и расходящиеся ряды, сумма ряда. Остатки ряда, связь сходимости остатков со сходимостью ряда. Операции над сходящимися рядами. Необходимое условие сходимости ряда. Критерий Коши.

Занятие № 3. Положительные ряды, критерий сходимости. Признак сравнения и его различные формы. Признак Коши. Теорема Куммера. Признаки Даламбера, Раабе, Бертрана, Гаусса. Интегральный признак Коши.

Занятия № 4, 5. Абсолютная и условная сходимость, связь между ними. Преобразование Абеля. Признаки Абеля и Дирихле. Ряды Лейбница.

Занятие № 6. Ассоциативность и коммутативность в теории рядов. Умножение рядов, теорема Коши о произведении абсолютно сходящихся рядов.

Занятие № 7. Равномерная сходимость, критерий Коши. Теорема о перестановке предельных переходов.

Занятие № 8. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле равномерной сходимости рядов.

Занятие № 9. Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость суммы ряда. Теорема Дини.

Занятие № 10. Теорема Вейерштрасса о приближении алгебраическими полиномами.

Занятие № 11. Тригонометрическая система, ряды Фурье. Интегральные представления для сумм Фурье.

Занятие № 12. Лемма Римана-Лебега. Принцип локализации. Условия сходимости ряда Фурье в точке. Признак Дини-Липшица равномерной сходимости рядов Фурье. Теорема Дирихле-Жордана.

Занятия № 13, 14, 15.

Элементарная теория. Несобственные интегралы от параметра: непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость.

Занятие № 16, 17, 18. Интеграл вероятностей и интеграл Дирихле. Гамма- и бета-функции Эйлера.

Занятие № 19. Построение меры Жордана на евклидовых пространствах.

Занятия № 20, 21. Критерии измеримости. Примеры: площадь криволинейной трапеции, площадь круга, число пи, неизмеримое по Жордану множество.

Занятие № 22. Свойства меры Жордана (монотонность, аддитивность, субаддитивность).

Занятие № 23. Определение интеграла Римана на множестве, измеримом по Жордану. Необходимое условие интегрируемости.

Занятия № 24, 25. Критерии интегрируемости в терминах сумм Дарбу. Классы интегрируемых функций. Критерий Лебега.

Занятия № 25, 26. Свойства интеграла Римана: интегрируемость на подмножестве, аддитивность, линейность, монотонность. Неравенства для интеграла.

Занятие № 27. Мера декартова произведения измеримых множеств.

Занятие № 28. Теорема об интеграле по декартовому произведению множеств (теорема Фубини) и ее следствия.

Занятие № 29. Положительная ориентация плоского контура. Формула Грина. Односвязные области.

Занятие № 30. Вычисление площадей с помощью криволинейного интеграла. Условия независимости криволинейного интеграла от пути.

Занятие № 31. Поверхность, площадь поверхности. Нормаль и касательная плоскость к поверхности, ориентация.

Занятие № 32. Поверхностные интегралы первого и второго рода. Формулы Стокса и Гаусса-Остроградского. Теория поля.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется ***практико-ориентированный подход,*** который предполагает:

– освоение содержание образования через решения практических задач;

– приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;

– ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;

– использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Математический анализ» используются современные информационные ресурсы: размещается на образовательном портале комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, учебное издание для теоретического изучения дисциплины, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к зачету, экзамену, задания, вопросы для самоконтроля и др., список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

При составлении индивидуальных заданий по учебной дисциплине задания располагаются в порядке возрастания их сложности: задания, формирующие достаточные знания по изученному учебному материалу на уровне узнавания; задания, формирующие компетенции на уровне воспроизведения; задания, формирующие компетенции на уровне применения полученных знаний.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1 семестр

1. Высказывания. Кванторы общности и существования.
2. Множества и операции над ними.
3. Декартово произведение множеств.
4. Бинарные отношения. Понятие отображения (функции).
5. Сюръекция, инъекция, биекция.
6. Обратное отображение.
7. Отношение эквивалентности, рефлексивности, симметричности, транзитивности.
8. Аксиоматика и модели множества действительных чисел.
9. Важнейшие подмножества.
10. Границы числовых множеств.
11. Ограниченные множества.
12. Точные границы множества.
13. Теорема Дедекинда.
14. Принцип Архимеда.
15. Позиционные системы счисления.
16. Понятие о мощности множества, основные мощности.
17. Теорема Кантора о несчетности континуума.
18. Ограниченные последовательности.
19. Предел последовательности и его свойства.
20. Предел и операции над последовательностями, предельный переход в неравенствах.
21. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
22. Теорема о сходимости монотонных последовательностей.
23. Число Эйлера.
24. Различные формы полноты множества действительных чисел (лемма Бореля-Лебега о покрытиях, лемма Больцано-Вейерштрасса, критерий Коши сходимости последовательности.
25. Верхний и нижний пределы ограниченной последовательности и их свойства.
26. Определение предела функции по Коши и по Гейне.
27. Общие свойства предела функции.
28. Предел и операции над функциями.
29. Предел функции и неравенства.
30. Замечательные пределы.
31. Пределы на бесконечности и бесконечные пределы.
32. Символы Харди и Ландау.
33. Критерий Коши существования предела функции.
34. Монотонные функции. Существование односторонних пределов у монотонной функции.

35. Непрерывность функции в точке.
36. Локальные свойства непрерывных функций (ограниченность, сохранение знака) и арифметические операции над непрерывными функциями.
37. Непрерывность композиции.
38. Теоремы Вейерштрасса и теоремы Больцано-Коши.
39. Теорема о непрерывном образе отрезка.
40. Равномерная непрерывность, теорема Кантора.
41. Колебание функции.
42. Критерий глобальной непрерывности монотонной функции и критерий взаимной однозначности непрерывной функции.
43. Классификация разрывов функции. Теорема о множестве точек разрыва монотонной функции.
44. Непрерывность элементарных функций и замечательные пределы.
45. Задачи, приводящие к понятию производной.
46. Производная и дифференцируемость. Дифференциал.
47. Производные элементарных функций.
48. Правила дифференцирования.
49. Связь непрерывности и дифференцируемости.
50. Связь дифференцирования с операциями над функциями.
51. Производная обратной функции.
52. Производные высших порядков.
53. Экстремумы функции.
54. Лемма Ферма, основные теоремы о дифференцируемых функциях (теоремы Ролля, Лагранжа и Коши).
55. Правила Лопиталя.
56. Формула Тейлора с остатками Пеано, Лагранжа и Коши.
57. Разложение элементарных функций.
58. Монотонность и знак производной.
59. Достаточные условия экстремума. Алгоритм отыскания глобального экстремума.
60. Выпуклые функции и их свойства, условия выпуклости.
61. Выпуклость элементарных функций. Неравенство Йенсена и его приложения.
62. Первообразная функции, неопределенный интеграл и его свойства.
63. Таблица неопределенных интегралов элементарных функций.
64. Интегрирование по частям и замена переменной.

2 семестр

1. Интегрирование рациональных функций.
2. Интегрирование некоторых иррациональностей.
3. Примеры задач, приводящих к понятию интеграла.
4. Определение интеграла Римана.
5. Необходимое условие интегрируемости.
6. Критерии интегрируемости в терминах сумм Дарбу.
7. Классы интегрируемых функций.
8. Свойства определенного интеграла.

9. Теоремы о среднем значении.
10. Формула Ньютона-Лейбница.
11. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.
12. Формула Тейлора с остатком в виде интеграла.
13. Длина пространственной кривой.
14. Площадь криволинейной трапеции.
15. Площадь поверхности вращения.
16. Объем тела вращения.
17. Несобственные интегралы и их свойства.
18. Интегрирование по частям и замена переменной в несобственном интеграле.
19. Главное значение по Коши.
20. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла.
21. Абсолютная и условная сходимость.
22. Признак сравнения для интегралов от положительных функций.
23. Признак Абеля-Дирихле для условной сходимости.
24. Метрика, шары, открытые множества.
25. Внутренние точки множества, внутренность.
26. Предельные и изолированные точки множества.
27. Замкнутые множества, замыкание, граница.
28. Теорема двойственности открытых и замкнутых множеств.
29. Компактные и связные множества.
30. Предел последовательности и функции в метрическом пространстве.
31. Непрерывность функции на метрическом пространстве.
32. Глобальный критерий непрерывности.
33. Ограниченные множества.
34. Последовательность Коши, полнота метрического пространства.
35. Замкнутые шары, теорема Кантора о вложенных замкнутых шарах.
36. Евклидово пространство: скалярное произведение и его свойства, неравенство Коши-Буняковского-Шварца, норма, координатная сходимость, полнота, важнейшие подмножества. Теорема Гейне-Бореля.
37. Непрерывные функции на метрических пространствах.
38. Теоремы о непрерывном образе компакта и связного множества.
39. Равномерно непрерывные функции на метрическом пространстве.
40. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.
41. Линейные формы на R^d, гиперплоскость, общий вид линейной формы.
42. Дифференцируемость, производная и ее свойства.
43. Формула Лагранжа.
44. Частные производные. Достаточное условие дифференцируемости.
45. Производная по направлению, градиент, его геометрический смысл.
46. Частные производные высших порядков.
47. Теорема Шварца.
48. Полином Тейлора, формула Тейлора.
49. Квадратичные формы и их матрицы.
50. Знакопостоянные квадратичные формы, критерий Сильвестра.

51. Локальные экстремумы функции.
52. Необходимые условия экстремума, стационарные точки функции.
53. Достаточное условие экстремума.
54. Векторные функции, компоненты.
55. Линейные отображений из R^n в R^m.
56. Дифференцируемые векторные функции.
57. Свойства производной и связь с производными компонент.
58. Матрица Якоби.
59. Производная композиции.
60. Гомеоморфизм.
61. Теорема Брауера.
62. Теорема об обратной функции.
63. Теорема о неявной функции.
64. Формулы для определения производных неявной функции.
65. Ряд, слагаемые ряда, частные суммы.
66. Сходящиеся и расходящиеся ряды, сумма ряда.
67. Остатки ряда, связь сходимости остатков со сходимостью ряда.
68. Операции над сходящимися рядами.
69. Необходимое условие сходимости ряда.
70. Критерий Коши.
71. Положительные ряды, критерий сходимости.
72. Признак сравнения и его различные формы.
73. Признак Коши.
74. Теорема Куммера.
75. Признаки Даламбера, Раабе, Бертрана, Гаусса.
76. Интегральный признак Коши.
77. Абсолютная и условная сходимость, связь между ними.
78. Преобразование Абеля.
79. Признаки Абеля и Дирихле.
80. Ряды Лейбница.
81. Ассоциативность и коммутативность в теории рядов.
82. Умножение рядов, теорема Коши о произведении абсолютно сходящихся рядов.

3 семестр

1. Равномерная сходимость, критерий Коши.
2. Теорема о перестановке предельных переходов.
3. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле равномерной сходимости рядов.
4. Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость суммы ряда. Теорема Дини.
5. Теорема Вейерштрасса о приближении алгебраическими полиномами.
6. Тригонометрическая система, ряды Фурье.
7. Интегральные представления для сумм Фурье.
8. Лемма Римана-Лебега.
9. Принцип локализации.

10. Условия сходимости ряда Фурье в точке.
11. Признак Дини-Липшица равномерной сходимости рядов Фурье.
12. Теорема Дирихле-Жордана.
13. Элементарная теория.
14. Несобственные интегралы от параметра: непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость.
15. Интеграл вероятностей и интеграл Дирихле.
16. Гамма- и бета-функции Эйлера.
17. Построение меры Жордана на евклидовых пространствах.
18. Критерии измеримости.
19. Примеры: площадь криволинейной трапеции, площадь круга, число пи, неизмеримое по Жордану множество.
20. Свойства меры Жордана (монотонность, аддитивность, субаддитивность).
21. Определение интеграла Римана на множестве, измеримом по Жордану.
22. Необходимое условие интегрируемости.
23. Критерии интегрируемости в терминах сумм Дарбу.
24. Классы интегрируемых функций. Критерий Лебега.
25. Свойства интеграла Римана: интегрируемость на подмножестве, аддитивность, линейность, монотонность.
26. Неравенства для интеграла.
27. Мера декартова произведения измеримых множеств.
28. Теорема об интеграле по декартовому произведению множеств (теорема Фубини) и ее следствия.
29. Положительная ориентация плоского контура.
30. Формула Грина.
31. Односвязные области.
32. Вычисление площадей с помощью криволинейного интеграла.
33. Условия независимости криволинейного интеграла от пути.
34. Поверхность, площадь поверхности.
35. Нормаль и касательная плоскость к поверхности, ориентация.
36. Поверхностные интегралы первого и второго рода.
37. Формулы Стокса и Гаусса-Остроградского.
38. Теория поля.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1. Алгебра и теория чисел	кафедра алгебры и защиты информации	нет	вносить изменения не требуется (протокол № 9 от 23.03.2020)
2.Геометрия	кафедра геометрии, топологии и методики преподавания математики	нет	вносить изменения не требуется (протокол № 9 от 23.03.2020)
3.Теория функций комплексного переменного	кафедра теории функций	нет	вносить изменения не требуется (протокол № 9 от 23.03.2020)

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

на _____/_____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
______________________________ (протокол № ____ от ________ 202_ г.)

Заведующий кафедрой
______________________ ________________ ___________________

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
______________________ ________________ ___________________