

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе
и образовательным инновациям

О. Н. Здрок

«30» 12 2020 г.

Регистрационный № УД- 8445 /уч.

**ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ
МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА**

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:**

1-31 03 01 Математика (по направлениям)

Направление специальности

1-31 03 01-01 Математика (научно-производственная деятельность)

2020 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта ОСВО 1-31 03 01-2013, утвержденного 30.08.2013 № 88 и учебного плана № G31-140/уч., утвержденного 30.05.2013.

СОСТАВИТЕЛИ:

А.А. Пекарский – профессор кафедры теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

В.Г. Кротов – заведующий кафедрой теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

В.В. Гороховик, заведующий Отделом нелинейного и стохастического анализа Института математики Национальной Академии Наук Республики Беларусь, доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент Национальной Академии наук Беларуси;

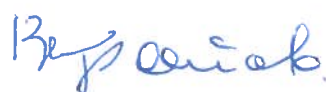
И.Н. Гуло, заведующий кафедрой математики и методики преподавания математики Белорусского государственного педагогического университета им.М.Танка, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета
(протокол № 9 от 23.03.2020);

Научно-методическим Советом Белорусского государственного университета
(протокол № 4 от 25.03.2020).

Зав. кафедрой теории функций

 В.Г. Кротов

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная дисциплина «Дополнительные главы математического анализа» является базовой для преподавания большинства математических курсов. Студенты знакомятся с основами дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких действительных переменных. Данная дисциплина является продолжением учебной дисциплины «Математический анализ».

Элементы теории предела и дифференциального исчисления используются при изучении дисциплин «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ», «Уравнения математической физики». Базовые конструкции интегрального исчисления используются при решении интегральных уравнений в рамках изучения дисциплины «Функциональный анализ», при создании вариационных принципов в задачах математической физики (дисциплина «Уравнения математической физики»), при изучении геометрии гладких поверхностей в рамках дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология», при построении необходимых и достаточных условий оптимальности в задачах оптимизации (дисциплина «Экстремальные задачи и вариационное исчисление»). Основные понятия дифференциального и интегрального исчисления являются базовыми для освоения указанных выше математических дисциплин.

Цели и задачи учебной дисциплины «Дополнительные главы математического анализа»

Цель дисциплины: создание базы для освоения основных понятий и методов современной математики.

Образовательная цель: изложение основ дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких вещественных переменных.

Развивающая цель: формирование у студентов основ математического мышления, знакомство с методами математических доказательств, изучение алгоритмов решения конкретных математических задач.

Задачи учебной дисциплины:

- формирование у студентов понятия числа;
- изучение понятия предела и освоение этого понятия с целью практического использования при решении различных задач математики;
- изучение основ дифференциального исчисления, использование элементов дифференциального исчисления при решении экстремальных задач и других задач современной математики;
- использование основ интегрального исчисления при решении задач математики, механики, математической физики.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина «Дополнительные главы математического анализа» относится к циклу специальных дисциплин компонента учреждения высшего образования.

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Наиболее тесной является связь данной дисциплины с такими дисциплинами как «Дифференциальные уравнения», «Теория функций комплексного переменного», «Функциональный анализ», «Уравнения математической физики», «Экстремальные задачи и вариационное исчисление».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Дополнительные главы математического анализа» должно обеспечить формирование следующих академических, социально-личностных и профессиональных компетенций:

академические компетенции:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-5. Быть способным вырабатывать новые идеи (обладать креативностью).

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникаций..

АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

социально-личностные компетенции:

СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.

СЛК-6. Уметь работать в команде.

профессиональные компетенции:

ПК-1. Разрабатывать практические рекомендации по использованию научных исследований, планировать и проводить экспериментальные исследования, исследовать патентоспособность и показатели технического уровня разработок программного обеспечения информационных систем.

ПК-2. Владеть основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации. Применять современные методы проектирования информационных систем, использовать веб-сервисы, оформлять техническую документацию.

ПК-3. Применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности и в областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности.

ПК-4. Разрабатывать и тестировать информационные системы, осуществлять

защиту приложений и данных.

ПК-5. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области математики и информационных технологий.

ПК-6. Использовать и развивать современные информационные технологии и средства автоматизации управленческой деятельности.

ПК-7. Проводить исследования в области эффективности решения производственных задач.

ПК-8. Работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой.

ПК-9. Осуществлять выбор оптимального варианта проведения научно-исследовательских работ.

ПК-13. Взаимодействовать со специалистами смежных профилей.

ПК-16. Готовить доклады, материалы к презентациям.

ПК-22. Работать с научной, технической и патентной литературой.

ПК-27. Реализовывать инновационные проекты в профессиональной деятельности.

В результате изучения учебной дисциплины «Дополнительные главы математического анализа» студент должен:

знать:

- основные понятия и результаты дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких вещественных переменных;
- методы доказательств и алгоритмы решения задач математического анализа;
- новейшие достижения в области математического анализа и их приложения в задачах естествознания;

уметь:

- использовать основные результаты математического анализа в практической деятельности;
- использовать теоретические и практические навыки применения дифференциального и интегрального исчисления в математике;

владеть:

- основными методами интегрирования и дифференцирования функций, рядов и интегралов;
- методами доказательств и аналитического исследования функций, рядов и интегралов на непрерывность, сходимую, равномерную сходимую;
- навыками самообразования и способами использования аппарата математического анализа для проведения математических и междисциплинарных исследований.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 4 семестре дневной формы получения высшего образования. Всего на изучение учебной дисциплины «Дополнительные главы математического анализа» отведено:

– 236 часов, в том числе 136 аудиторных часов, из них: лекции – 68 часов, лабораторные занятия – 64 часа, управляемая самостоятельная работа (аудиторный контроль) – 4 часа;

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

Формы текущей аттестации – зачет, экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Функции ограниченной вариации

Функции ограниченной вариации. Полная вариация, примеры.
Аддитивность и непрерывность вариации. Теорема Жордана.
Спрямолинейный путь и его длина. Критерий Жордана прямолинейности.

Тема 2. Интеграл Римана-Стилтьеса

Интеграл Римана-Стилтьеса и его свойства (линейность, аддитивность, формула интегрирования по частям)
Условия существования интеграла Стилтьеса, оценка интеграла.
Формулы для вычисления с помощью интеграла Римана.

Тема 3. Ряды Фурье

Ряды Фурье. Примеры
Теорема Дирихле-Жордана.
Средние Фейера и их интегральное представление. Теорема Фейера.

Тема 4. Операции с числовыми рядами

Понятие о суммируемости числовых рядов.
Ряды со скобками. Перестановки ряда
Сумма перестановки абсолютно сходящегося ряда.
Теорема Римана о перестановках условно сходящихся рядов.
Умножение рядов, теорема Коши о произведении абсолютно сходящихся рядов.

Тема 5. Пространство непрерывных функций

Пространство $C[0,1]$, норма, сходимость, полнота.
Теорема Вейерштрасса о плотности алгебраических полиномов в пространстве непрерывных функций.
Пример Ван дер Вардена непрерывной нигде не дифференцируемой функции.

Тема 6. Наилучшие приближения тригонометрическими многочленами

Модули непрерывности
Ядра Джексона и их свойства. Теорема Джексона.
Теорема Лебега.

Тема 7. Система функций Хаара

Двоичные отрезки и их свойства. Пространства ступенчатых функций.
Определение системы Хаара, ортогональность, ряды Фурье.
Ядра Дирихле системы Хаара. Сходимость рядов Фурье непрерывных функций. Теорема Джексона для системы Хаара.
Система функций Фабера-Шаудера. Ряды Фурье и их сходимость.

Тема 8. Выпуклые функции

Определение выпуклости, условия выпуклости в терминах производных.
Свойства выпуклых функций (существование односторонних производных, дифференцируемость всюду, кроме счетного множества, непрерывность).
Неравенство Йенсена и его приложения.
Неравенства Юнга, Гельдера и Минковского.

Тема 9. Критерий интегрируемости Лебега

Колебание функции в точке и его свойства. Множества меры нуль, примеры.
Теорема Лебега.

Тема 10. Преобразование Фурье

Интегрирование комплекснозначных функций. Ступенчатые функции и их свойства.

Определение преобразования Фурье, примеры.

Связь преобразования Фурье с операциями над функциями.

Тема 11. Формула Стирлинга

Формулы Валлиса.

Доказательство формулы Стирлинга.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов по УСР (аудиторный контроль)	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Функции ограниченной вариации.	6			10			Проверка индивидуальных заданий с их устной защитой
2	Интеграл Римана-Стилтьеса.	6			8			Проверка индивидуальных заданий с их устной защитой
3	Ряды Фурье.	4			10			Проверка индивидуальных заданий с их устной защитой
4	Операции с числовыми рядами.	8			6			Проверка индивидуальных заданий с их устной защитой
5	Пространство непрерывных функций.	6						Проверка индивидуальных заданий с их устной защитой
6	Наилучшие приближения тригонометрическими многочленами.	6						Проверка индивидуальных заданий с их устной защитой
7	Система функций Хаара.	8			10		2	Коллоквиум
8	Выпуклые функции.	8			10			Проверка индивидуальных заданий с их устной защитой
9	Критерий интегрируемости Лебега.	4						Проверка индивидуальных заданий с их устной защитой
10	Преобразование Фурье.	10			10		2	Коллоквиум
11	Формула Стирлинга.	4						Проверка индивидуальных заданий с их устной защитой
	Всего	68			64		4	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

- 1 Г.И. Архипов, В.А. Садовничий, В.Н. Чубариков. Лекции по математическому анализу. М.: Высшая школа, 2000.
- 2 В.А. Зорич. Математический анализ (2 тома). М.: Наука, 1981 и другие издания.
- 3 Л.Д. Кудрявцев. Курс математического анализа. М.: Высшая школа, Т. 1, 2. 1981 и другие издания.
- 4 С.М. Никольский. Курс математического анализа. Т. 1, 2. М.: Наука. 1990.
- 5 Б.П. Демидович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1990.
- 6 Э.И. Зверович. Вещественный и комплексный анализ. Т. 1–6. Минск: Вышэйшая школа, 2008.
- 7 Сборник задач по математическому анализу /Под ред. Л.Д. Кудрявцева, М.: Наука, Т. 1. – 1984, Т. 2. – 1986, Т. 3 – 1994 и другие издания.

Перечень дополнительной литературы

- 1 Г.М. Фихтенгольц. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х томах. М.: Наука. 1969 и другие издания.
- 2 В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Б.Х. Сендов. Математический анализ. М.: Наука, 1979.
- 3 А.М. Тер-Криков, И.И. Шабунин. Курс математического анализа. М.: Наука, 1988.
- 4 У. Рудин. Основы математического анализа. М.: Мир, 1976.
- 5 Г. Полия, Г. Сеге. Задачи и теоремы из анализа. Т. 1, 2. М.: Наука, 1978.
- 6 Б. Гелбаум, Дж. Олмстед. Контрпримеры в анализе. М.: Мир, 1967.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Для текущего контроля качества усвоения знаний студентами по учебной дисциплине «Дополнительные главы математического анализа» используется следующий диагностический инструментарий:

- проверка индивидуальных заданий с их устной защитой;
- коллоквиумы.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Формой текущей аттестации учебным планом предусмотрены зачет и экзамен в 4 семестре.

Итоговая оценка формируется на основе 3-х документов:

1. Правила проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования (Постановление Министерства образования Республики Беларусь № 53 от 29.05.2012 г.).
2. Положение о рейтинговой системе оценки знаний студентов по дисциплине в Белорусском государственном университете (Приказ ректора БГУ от 18.08.2015 № 382-ОД) (с изменениями, согласно приказу 491-ОД от 29.08.2018г.)
3. Критерии оценки знаний и компетенций студентов по 10-балльной шкале (Письмо Министерства образования Республики Беларусь от 22.12.2003 № 21-04-1/105).

Весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в рейтинговую оценку:

Формирование оценки за текущую успеваемость:

- проверка индивидуальных заданий с их устной защитой – 60 %;
- коллоквиумы – 40 %.

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценки по текущей успеваемости составляет 50 %, экзаменационная оценка – 50 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 7. Система функций Хаара (2 ч.)

1. Двоичные отрезки и их свойства.
2. Пространства ступенчатых функций.
3. Определение системы Хаара.
4. Ортогональность системы.

5. Ряды Фурье.
 6. Ядра Дирихле системы Хаара.
 7. Сходимость рядов Фурье непрерывных функций.
 8. Теорема Джексона для системы Хаара.
 9. Система функций Фабера-Шаудера.
 10. Ряды Фурье и их сходимость.
 11. Разложение конкретных функций по системе Хаара.
 12. Разложение конкретных функций по системе Фабера-Шаудера.
- (Форма контроля – коллоквиум).

Тема 10. Преобразование Фурье (2 ч.)

1. Интегрирование комплекснозначных функций.
 2. Ступенчатые функции и их свойства.
 3. Определение преобразования Фурье.
 4. Примеры вычисления преобразования Фурье.
 5. Функция Гаусса-Вейрштрасса.
 6. Связь с операциями в области определения функций (сдвиги и растяжения).
 7. Свертки.
 8. Преобразование Фурье свертки.
 9. Преобразование Фурье дифференцируемой функции.
 10. Дифференцирование преобразования Фурье.
- (Форма контроля – коллоквиум).

Примерная тематика лабораторных занятий

- Занятие 1. Функции ограниченной вариации.
- Занятие 2. Полная вариация.
- Занятие 3. Аддитивность и непрерывность вариации.
- Занятие 4. Интеграл Римана-Стилтьеса. Условия существования интеграла Стилтьеса.
- Занятие 5. Формулы для вычисления с помощью интеграла Римана.
- Занятие 6. Теорема Дирихле-Жордана.
- Занятие 7. Теорема Фейера.
- Занятие 8. Понятие о суммируемости числовых рядов.
- Занятие 9. Сумма перестановки абсолютно сходящегося ряда.
- Занятие 10. Теорема Римана о перестановках условно сходящихся рядов.
- Занятие 11. Умножение рядов.
- Занятие 12. Пространство $C[0,1]$.
- Занятие 13. Теорема Вейерштрасса.
- Занятие 14. Пример Ван дер Вардена.
- Занятие 15. Модули непрерывности.
- Занятие 16. Теорема Джексона.
- Занятие 17. Теорема Лебега.
- Занятие 18. Двоичные отрезки и их свойства.

- Занятие 19. Определение системы Хаара.
Занятие 20. Сходимость рядов Фурье.
Занятие 21. Система функций Фабера-Шаудера.
Занятие 22. Условия выпуклости в терминах производных.
Занятие 23. Свойства выпуклых функций.
Занятие 24. Неравенство Йенсена.
Занятие 25. Неравенства Юнга, Гельдера и Минковского.
Занятие 26. Теорема Лебега.
Занятие 27. Интегрирование комплекснозначных функций.
Занятие 28. Определение преобразования Фурье.
Занятия 29, 30. Связь преобразования Фурье с операциями над функциями.
Занятие 31. Формулы Валлиса.
Занятие 32. Доказательства формулы Стирлинга.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Дополнительные главы математического анализа» используются современные информационные ресурсы: размещается на образовательном портале комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, учебное издание для теоретического изучения дисциплины, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к зачету, экзамену, задания, вопросы для самоконтроля и др., список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

При составлении индивидуальных заданий по учебной дисциплине задания располагаются в порядке возрастания их сложности: задания, формирующие достаточные знания по изученному учебному материалу на уровне узнавания; задания, формирующие компетенции на уровне воспроизведения; задания, формирующие компетенции на уровне применения полученных знаний.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Определения и формулировки из программы 1-3 семестров

1. Операции над множествами.
2. Функция и связанные с ней понятия (образ, прообраз, график, сюръекция, инъекция, биекция).
3. Точные верхняя и нижняя границы множества.
4. Определение предела последовательности.
5. Теорема о сходимости монотонных последовательностей. Число Эйлера.
6. Верхний и нижний пределы ограниченной последовательности.
7. Определение предела функции. Критерий Коши для предела функции. Непрерывность функции в точке.
8. Теоремы Больцано-Коши о промежуточных значениях.
9. Критерий глобальной непрерывности монотонной функции.
10. Критерий взаимной однозначности непрерывной функции.
11. Определение производной. Таблица производных.
12. Правила Лопиталя.
13. Полином Тейлора. Формы остатка формулы Тейлора (Пеано, Лагранжа).
14. Монотонность и знак производной.
15. Первое и второе достаточные условия экстремума.
16. Выпуклые функции. Условия выпуклости в терминах первой и второй производной.
17. Первообразная функции. Неопределенный интеграл.
18. Существование первообразной у непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница.
19. Основные методы вычисления определенных интегралов интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.
20. Несобственные интегралы. Абсолютная и условная сходимость. Признак сравнения для интегралов от положительных функций.
21. d -мерное евклидово пространство R^d . Скалярное произведение R^d , неравенство Коши, норма в R^d .
22. Критерий компактности в R^d (теорема Гейне-Бореля).
23. Предел и непрерывность функции на метрическом пространстве. Глобальный критерий непрерывности.
24. Компактные и связные множества. Теорема о непрерывном образе компакта, теорема о непрерывном образе связного множества.
25. Равномерно непрерывные функции на метрическом пространстве. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.
26. Дифференцируемые функции, частные производные функции и их связь с производной. Производная по направлению, градиент, его геометрический смысл.
27. Частные производные высших порядков. Теорема Шварца о независимости непрерывной смешанной производной от последовательности дифференцирований.

28. Матрица Якоби и ее представление через частные производные. Производная композиции.
29. Теорема об обратной функции.
30. Теорема о неявной функции. Формулы для определения производных неявной функции.
31. Необходимые условия экстремума, стационарные точки функции. Достаточное условие экстремума.
32. Ряд, последовательность частичных сумм, сходимость ряда, сумма ряда. Абсолютная и условная сходимость. Остатки, связь сходимости ряда и его остатков.
33. Критерий сходимости положительного ряда. Признаки сравнения в форме неравенств и в предельной форме.
34. Признак Коши с корнем, признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак Коши.
35. Признаки Дирихле и Абеля.
36. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Признаки равномерной сходимости рядов (Вейерштрасса, Абеля и Дирихле).
37. Теоремы о непрерывности, интегрируемости и дифференцируемости функциональных последовательностей и рядов. Теорема Дини.
38. Степенной ряд. Радиус и интервал сходимости, формула Коши–Адамара.
39. Тригонометрическая система. Ряд Фурье, коэффициенты Фурье. Интегральное представление для частных сумм.
40. Признак Дини сходимости в точке. Признак Дини–Липшица равномерной сходимости.
41. Теоремы о непрерывности, дифференцируемости (правило Лейбница) и интегрируемости интеграла от параметра.
42. Равномерная сходимость несобственных интегралов. Признаки Вейерштрасса, Дирихле и Абеля.
43. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость несобственных интегралов от параметра.
44. Мера сегмента и ее свойства. Фигура, мера фигуры и ее свойства. Внутренняя и внешняя меры. Мера Жордана, критерий измеримости.
45. Свойства меры Жордана (измеримость и операции над множествами, монотонность, аддитивность и субаддитивность).
46. Определение интеграла Римана. Суммы Дарбу и их свойства. Интегралы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости. Свойства интеграла Римана.
47. Мера декартового произведения множеств. Основная теорема об интеграле по произведению множеств. Следствия из основной теоремы.
48. Формула замены переменной.
49. Определение интеграла Стильеса и его свойства. Вычисление интеграла Римана–Стилтьеса.

50. Путь, след, начало и конец пути. Длина пути, спрямляемый путь, формулы для вычисления длины. Интегралы вдоль путей и их вычисление.
51. Жордановы кривые и их параметризации. Замена параметра и описание класса параметризаций. Длина и натуральная параметризация.
52. Ориентация. Интегралы вдоль жордановой кривой. Контур: ориентация и интеграл по контуру.
53. Область, линейная связность области. Определение первообразной и ее свойства. Независимость криволинейного интеграла от пути. Условие существования первообразной функции многих переменных.
54. Положительная ориентация контура. Теорема (формула Грина). Вычисление площадей с помощью криволинейных интегралов.
55. Односвязные области. Теорема о первообразных.

2. Поверхностные интегралы, формула Стокса

1. Параметрические поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Площадь поверхности.
2. Поверхностные интегралы первого рода.
3. Ориентация поверхности.
4. Поверхностные интегралы второго рода.
5. Поверхности с краем.
6. Формула Гаусса-Остроградского.
7. Формула Стокса.

3. Возвращение к анализу Фурье

1. Формулы Бонне.
2. Признак Жордана.
3. Модули непрерывности и их свойства.
4. Наилучшие тригонометрические приближения.
5. Ядра Джексона и их свойства.
6. Приближение функций полиномами Джексона. Теорема Джексона. Оценки интегралов от модели ядер Дирихле. Признак Лебега.

4. Системы Хаара и Фабера-Шаудера

1. Двоичные промежутки и их свойства.
2. Система Хаара и ее ортонормированность. Линейная оболочка системы Хаара.
3. Ряды Фурье-Хаара и представление для сумм Фурье-Хаара. Теорема Хаара.
4. Система Фабера-Шаудера. Линейная интерполяция в двоично-рациональных точках.
5. Сходимость рядов Фабера-Шаудера.

5. Формула Стирлинга и бесконечные произведения

1. Формулы Валлиса.
2. Формула Стирлинга.

3. Бесконечные произведения: сходимость, расходимость, частичные произведения и остатки.
4. Сходимость произведений (теорема 1). Примеры.
5. Сходимость произведений (теорема 2). Примеры.
6. Условия расходимости бесконечных произведений к нулю. Примеры.
7. Дзета-функция Римана и ее представление бесконечным произведением.

Другая значимая информация

Примерный перечень индивидуальных заданий для самостоятельной работы студентов

Тема 1. Функции ограниченной вариации

1. Проверить ограниченность вариации функции.
2. Вычислить полную вариацию функции.
3. Представить функцию в виде разности монотонных.
4. Проверить спрямляемость пути.

Тема 2. Интеграл Римана-Стилтьеса

1. Проверить условия существования интеграла Римана-Стилтьеса.
2. Вычислить интегралы от конкретных функций.
3. Применить интегрирование по частям для вычисления интегралов.
4. Дать оценку для интеграла.

Тема 4. Операции над числовыми рядами

1. Проверить абсолютную сходимость ряда.
2. Выполнить умножение рядов.

Тема 8. Выпуклые функции

1. Проверить выпуклость функции с помощью первой производной.
2. Проверить выпуклость функции с помощью второй производной.
3. Оценить суммы с помощью неравенства Юнга.
4. Оценить суммы с помощью неравенства Гельдера.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1. Теория функций комплексного переменного	кафедра теории функций	нет	вносить изменения не требуется (протокол № 9 от 23.03.2020)
2. Дифференциальная геометрия и топология	кафедра геометрии, топологии и методики преподавания математики	нет	вносить изменения не требуется (протокол № 9 от 23.03.2020)
3. Дифференциальные уравнения	кафедра дифференциальных уравнений и системного анализа	нет	вносить изменения не требуется (протокол № 9 от 23.03.2020)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**
на ____ / ____ учебный год

№п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
(протокол № ____ от _____ 202_ г.)

Заведующий кафедрой

(степень, звание)

(подпись)

(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

(степень, звание)

(подпись)

(И.О.Фамилия)