

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе
и образовательным инновациям

С.Н.Здрок

«30» *август* 2020 г.

Регистрационный №УД- *84-18/уч.*



**ОСНОВЫ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА
И ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ**

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальностей:**

1-31 04 01 Физика (по направлениям)

Направление специальности:

1-31 04 01-01 Физика (научно-исследовательская деятельность)

1-31 04 06 Ядерная физика и технологии

1-31 04 07 Физика наноматериалов и нанотехнологий

2020 г.

Учебная программа составлена на основе образовательных стандартов высшего образования ОСВО 1-31 04 01-2013, ОСВО 1-31 04 06-2013, ОСВО 1-31 04 07-2013 и учебных планов G31-229/уч., G31и-230/уч. от 20.03.2019, G31-218/уч., G31и-219/уч. от 20.02.2018, G31-214/уч., G31и-215/уч. от 20.02.2018.

СОСТАВИТЕЛИ:

Н.Г.Абрашина-Жадаева, доктор физико-математических наук РФ, зав. кафедрой высшей математики и математической физики физического факультета Белорусского государственного университета.

В. И. Зеленков — доцент кафедры высшей математики и математической физики физического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

И.Д.Феранчук – профессор кафедры теоретической физики и астрофизики, доктор физ-мат. наук, профессор;

А.П.Старовойтов - профессор кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений Гомельского государственного университета им.Ф.Скорины, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой высшей математики и математической физики (протокол № 10 от 26 мая 2020);

Научно-методическим Советом БГУ
(протокол № 5 от 17.06.2020)

Заведующая кафедрой _____

Абрашина-Жадаева Н.Г.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа по учебной дисциплине «Основы функционального анализа и теории функций» разработана в соответствии с требованиями образовательных стандартов высшего образования по специальностям 1-31 04 01 Физика (по направлениям), направление специальности: 1-31 04 01-01 Физика (научно-исследовательская деятельность), 1-31 04 06 Ядерная физика и технологии, 1-31 04 07 Физика наноматериалов и нанотехнологий.

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины – изучение основных понятий и теорем теории комплексной переменной, овладение методами функционального анализа, теории функций комплексного анализа, операционного исчисления, овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования при решении теоретических и прикладных задач.

Задачи учебной дисциплины:

1. Формирование у студентов знания о методах теории функций комплексной переменной, об основных понятиях, определениях, аксиомах и теоремах дисциплины «Основы функционального анализа и теории функций», их сущности и взаимосвязи, о задачах, решаемых с помощью методов теории функций;
2. изучение методов и приемов использования операционного исчисления при исследовании и построении математических моделей;
3. выработка умений практически использовать знания при решении аналитических и прикладных задач, как в самой дисциплине, так и при изучении других смежных дисциплин.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к циклу специальных дисциплин компонента учреждения высшего образования.

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Учебная дисциплина «Основы функционального анализа и теории функций» основана на знаниях и представлениях, заложенных в следующих дисциплинах: «Математический анализ», «Дифференциальные и интегральные уравнения» и некоторых разделов линейной алгебры.

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Основы функционального анализа и теории функций» должно обеспечить формирование следующих академических, социально-личностных и профессиональных компетенций:

Академические компетенции:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

Социально-личностные компетенции:

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике (критическое мышление).

СЛК-6. Уметь работать в команде.

Для специальности 1-31 04 01-01 Физика (научно-исследовательская деятельность)

Профессиональные компетенции:

ПК-1. Применять знания теоретических и экспериментальных основ физики, современных технологий и материалов, методы исследования физических объектов, методы измерения физических величин, методы автоматизации эксперимента.

ПК-2. Использовать новейшие открытия в естествознании, методы научного анализа, информационные образовательные технологии, физические основы современных технологических процессов, научное оборудование и аппаратуру.

ПК-4. Пользоваться глобальными информационными ресурсами, компьютерными методами сбора, хранения и обработки информации, системами автоматизированного программирования, научно-технической и патентной литературой.

ПК-5. Осуществлять поиск, систематизацию и анализ информации по перспективным направлениям развития отрасли, инновационным технологиям, проектам и решениям.

ПК-6. Применять полученные знания фундаментальных положений физики, экспериментальных, теоретических и компьютерных методов исследования, планирования, организации и ведения научно-исследовательской, научно-производственной и научно-педагогической работы.

ПК-8. Осуществлять на основе методов математического моделирования оценку эксплуатационных параметров оборудования и технологических процессов, эффективности разрабатываемых технологий.

ПК-11. Владеть знаниями о структурной организации материи, о современных физических методах познания природы.

ПК-17. Взаимодействовать со специалистами смежных профилей.

Для специальности 1-31 04 06 Ядерная физика и технологии

Профессиональные компетенции:

ПК-1. Применять знания теоретических и экспериментальных основ ядерной физики и ядерных технологий, ядерно-физических методов исследова-

ния, методов измерения физических величин, методов автоматизации эксперимента, методов планирования, организации и ведения научно-производственной, научно-педагогической, производственно-технической, опытно-конструкторской работы в области ядерно-физических технологий и атомной энергетики.

ПК-2. Осуществлять на основе методов математического моделирования оценку производственных процессов.

ПК-3. Пользоваться компьютерными методами сбора, хранения и обработки информации, системами автоматизированного программирования, научно-технической и патентной литературой.

ПК-5. Применять полученные знания фундаментальных положений физики, экспериментальных, теоретических и компьютерных методов исследования, планирования, организации и ведения научно-технической работы.

ПК-6. Использовать новейшие открытия в естествознании, методы научного анализа, информационные образовательные технологии, физические основы современных технологий, оборудование и аппаратуру в исследовательской, научно-педагогической и производственной деятельности.

ПК-9. Пользоваться глобальными информационными ресурсами.

ПК-12. Осуществлять поиск, систематизацию и анализ информации по перспективным направлениям развития отрасли, инновационным технологиям, проектам и решениям.

Для специальности 1-31 04 07 Физика наноматериалов и нанотехнологий

Профессиональные компетенции:

ПК-1. Применять знания теоретических и экспериментальных основ физики наноматериалов и нанотехнологий, методов исследования физических объектов, методов измерения физических величин, методов автоматизации эксперимента, методов планирования, организации и ведения научно-производственной, научно-педагогической, производственно-технической, опытно-конструкторской работы.

ПК-2. Осуществлять на основе методов математического моделирования оценку эксплуатационных параметров функциональных наноматериалов и технологических процессов их получения.

ПК-3. Пользоваться компьютерными методами сбора, хранения и обработки информации, системами автоматизированного программирования, научно-технической и патентной литературой.

ПК-5. Применять полученные знания фундаментальных положений физики, экспериментальных, теоретических и компьютерных методов исследования, планирования, организации и ведения научно-технической и научно-педагогической работы.

ПК-6. Использовать новейшие открытия в естествознании, методы научного анализа, информационные образовательные технологии, физические основы современных технологических процессов, включая нанотехнологии.

ПК-9. Пользоваться глобальными информационными ресурсами.

ПК-11. Осуществлять поиск, систематизацию и анализ информации по перспективным направлениям развития отрасли, инновационным технологиям, проектам и решениям.

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать:

основные понятия функционального анализа, определения и свойства математических объектов, используемых в этих областях, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.

уметь:

доказывать утверждения; реализовывать основные способы и алгоритмы решения задач; применять понятия, результаты и методы функционального анализа в других разделах математики.

владеть:

математическим аппаратом функционального анализа, методами решения и доказательства утверждений в этой области.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 3 и 4 семестрах. Всего на изучение учебной дисциплины «Основы функционального анализа и теории функций» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 270 часов, в том числе 140 аудиторных часов, из них: лекции – 68 часов, практические занятия – 60 часов, управляемая самостоятельная работа – 12 часов (в том числе – 4 ч/ДО).

- в 3 семестре – 64 аудиторных часов, из них: лекции - 32 часа, практические занятия – 26 часов, управляемая самостоятельная работа – 6 часов (в том числе 2ч/ДО);

- в 4 семестре – 76 аудиторных часов, из них: лекции – 36 часов, практические занятия – 34 часа, управляемая самостоятельная работа – 6 часов (в том числе 2ч/ДО).

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 7,5 зачетных единиц.

Формы текущей аттестации – зачет в 3 семестре, экзамен в 4 семестре.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Теория функций комплексной переменной.

Тема 1.1. Основные понятия ТФКП

Действия над комплексными числами. Топология комплексной плоскости. Непрерывность и дифференцируемость функций комплексной переменной. Аналитические функции, условия Коши-Римана, связь между аналитическими и гармоническими функциями. Геометрический смысл производной.

Тема 1.2. Конформные отображения.

Основные определения. Теорема Римана. Дробно-линейное преобразование. Линейная функция, дробно-линейная функция, степенная функция, радикал, показательная и другие трансцендентные функции, функция Жуковского.

Тема 1.3. Интеграл по комплексной переменной

Интеграл по комплексной переменной. Теорема Коши. Интегральная формула Коши. Интеграл типа Коши. Существование производных любого порядка у аналитической функции. Принцип максимума модуля, теорема Лиувилля и основная теорема алгебры.

Тема 1.4. Ряды аналитических функций.

Степенные ряды Тейлора. Степенные ряды Лорана.

Тема 1.5. Изолированные особые точки и вычеты.

Изолированные особые точки и их классификация. Вычеты; их нахождение и приложение к вычислению интегралов. Теорема единственности и аналитическое продолжение, точки ветвления и выделение однозначных ветвей.

Тема 1.6. Понятие об асимптотических оценках и методе перевала.

Раздел 2. Ряды и преобразования Фурье.

Тема 2.1. Ряды Фурье.

Тригонометрическая ортогональная система, коэффициенты Фурье. Точечная и равномерная сходимости рядов Фурье, равномерное приближение тригонометрическими полиномами.

Тема 2.2. Ряды Фурье по общим ортогональным системам.

Ряды Фурье по общим ортогональным системам, замкнутость и полнота ортогональных систем. Замкнутость тригонометрической ортогональной системы.

Тема 2.3. Преобразования Фурье.

Интегральная формула Фурье в действительной и комплексной форме. Интегральные и дискретные преобразования Фурье, достаточные условия их существования.

Раздел 3. Цилиндрические функции и ортогональные системы полиномов.

Тема 3.1. Цилиндрические функции.

Уравнения Бесселя. Различные типы цилиндрических функций. Линейная зависимость и независимость, рекуррентные соотношения, производящая функция и интегральные представления для бесселевых цилиндрических функций. Нули цилиндрических функций и ортогональная система на их основе.

Тема 3.2. Ортогональные полиномы и присоединенные функции Лежандра.

Ортогональные полиномы и присоединенные функции Лежандра, их построение, свойства и приложения к решению краевых и смешанных задач. Ортогональные полиномы Чебышева-Лягерра и Чебышева-Эрмита, их представления и свойства. Ортогональные полиномы дискретной переменной.

Раздел 4. Операционное исчисление.

Тема 4.1. Преобразование Лапласа.

Существование и аналитичность преобразования Лапласа, связь с преобразованием Фурье и формула обращения. Свойства оригиналов и изображений. Теорема о свертке. Нахождение оригиналов с помощью вычетов.

Тема 4.2. Приложения операционного исчисления.

Применение преобразования Лапласа к решению дифференциальных и интегральных уравнений и к расчету электрических цепей.

Раздел 5. Метрические пространства.

Тема 5.1. Основные определения.

Определение, примеры, сходимость и полнота.

Тема 5.2. Принцип сжимающих отображений.

Принцип сжимающих отображений и его приложения к доказательству теорем о существовании решений дифференциальных и интегральных уравнений и алгебраических систем.

Раздел 6. Мера и интеграл Лебега.

Тема 6.1. Счетные и континуальные множества.

Счетные и континуальные множества. Открытые и замкнутые множества. Измеримые множества и измеримые функции.

Тема 6.2. Интеграл Лебега.

Определение интеграла Лебега и его свойства, связь с интегралом Римана.

Раздел 7. Линейные нормированные полные пространства.

Тема 7.1. Банаховы пространства.

Банаховы пространства.

Тема 7.2. Операторы в банаховых пространствах.

Операторы в банаховых пространствах, их свойства, понятие нормы оператора и функционала.

Раздел 8. Интегральные уравнения с симметричными ядрами.**Тема 8.1. Интегральные уравнения с симметричными ядрами**

Собственные значения и собственные функции однородных уравнений. Теоремы об ортогональности собственных функций и расположении собственных значений. Спектр итерированных ядер и разложение в ряды по собственным функциям. Теорема Гильберта-Шмидта и решение неоднородного уравнения с симметричным ядром.

Тема 8.2. Операторные уравнения

Понятие о решении операторных уравнений с вполне непрерывными операторами.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением дистанционных образовательных технологий

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов			Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	Количество часов УСП	
1	2	3	4	5	6
	Семестр 3				
1	Теория функций комплексной переменной	24	22	4	
1.1	Основные понятия ТФКП				
1.1.1	Действия над комплексными числами.	1	1		Компьютерное тестирование
1.1.2	Топология комплексной плоскости.	1	1		Компьютерное тестирование
1.1.3	Непрерывность и дифференцируемость.	2	2		Компьютерное тестирование
1.1.4	Аналитические функции, условия Коши-Римана. Связь между аналитическими и гармоническими функциями. Геометрический смысл производной.	2	2		Компьютерное тестирование
1.2	Конформные отображения				
1.2.1	Основные определения. Теорема Римана.	2	2		Компьютерное тестирование
1.2.2	Дробно-линейное преобразование. Линейная функция, дробно-линейная функция, степенная функция, радикал, показа-	2	4	2	Контрольная работа по темам 1.1–1.2

	тельная и другие трансцендентные функции, функция Жуковского.				
1.3	Интеграл по комплексной переменной				
1.3.1	Интеграл по комплексной переменной. Теорема Коши. Интегральная формула Коши. Интеграл типа Коши.	1	2		Компьютерное тестирование
1.3.2	Принцип максимума модуля, теорема Лиувилля и основная теорема алгебры. Существование производных любого порядка у аналитической функции.	1			Компьютерное тестирование
1.4	Ряды аналитических функций				
1.4.1	Степенные ряды Тейлора	1	2		Компьютерное тестирование
1.4.2	Степенные ряды Лорана	1	2		Компьютерное тестирование
1.5	Изолированные особые точки и вычеты				
1.5.1	Изолированные особые точки и их классификация.	2	2		Компьютерное тестирование
1.5.2	Вычеты; их нахождение и приложение к вычислению интегралов.	3	2		Компьютерное тестирование
1.5.3	Теорема единственности и аналитическое продолжение, точки ветвления и выделение однозначных ветвей.	3		2	Контрольная работа по темам 1.3–1.5
1.6	Понятие об асимптотических оценках и методе перевала	2			
2	Ряды и преобразования Фурье	8	4		
2.1	Ряды Фурье				
2.1.1	Тригонометрическая ортогональная система, коэффициенты Фурье.	1	2		Компьютерное тестирование
2.1.2	Точечная и равномерная сходимость рядов Фурье, равномерное приближение тригонометрическими полиномами.	1			Компьютерное тестирование
2.2	Ряды Фурье по общим ортогональным системам				

2.2.1	Ряды Фурье по общим ортогональным системам, замкнутость и полнота ортогональных систем.	1			Компьютерное тестирование
2.2.2	Замкнутость тригонометрической ортогональной системы.	1		2 (ДО)	Коллоквиум открытого типа по разделам 1–2
2.3	Преобразования Фурье				
2.3.1	Интегральная формула Фурье в действительной и комплексной форме.	2			Компьютерное тестирование
2.3.2	Интегральные и дискретные преобразования Фурье, достаточные условия их существования.	2	2		Компьютерное тестирование
	Всего часов	32	26	6	
	Семестр 4				
3	Цилиндрические функции и ортогональные системы полиномов.	12	8		
3.1	Цилиндрические функции				
3.1.1	Уравнения Бесселя.	2			Компьютерное тестирование
3.1.2	Различные типы цилиндрических функций.	2			Компьютерное тестирование
3.1.3	Линейная зависимость и независимость, рекуррентные соотношения, производящая функция и интегральные представления для бесселевых цилиндрических функций.	2	2		Компьютерное тестирование
3.1.4	Нули цилиндрических функций и ортогональная система на их основе.	2	2		Компьютерное тестирование
3.2	Ортогональные полиномы и присоединенные функции Лежандра				
3.2.1	Ортогональные полиномы и присоединенные функции Лежандра, их построение, свойства и приложения к решению	2	2		Компьютерное тестирование

	краевых и смешанных задач.				
3.2.1	Классические ортогональные полиномы. Ортогональные полиномы Чебышева-Лягерра и Чебышева-Эрмита, их представления и свойства. Ортогональные полиномы дискретной переменной.	2	2		Компьютерное тестирование
4	Операционное исчисление	6	8	4	
4.1	Преобразование Лапласа				
4.1.1	Существование и аналитичность преобразования Лапласа, связь с преобразованием Фурье и формула обращения.	1			Компьютерное тестирование
4.1.2	Свойства оригиналов и изображений. Теорема о свертке.	2	2		Компьютерное тестирование
4.1.3	Нахождение оригиналов с помощью вычетов.	1	2		Компьютерное тестирование
4.2	Приложения операционного исчисления				
4.2.1	Применение преобразования Лапласа к решению дифференциальных и интегральных уравнений	1	4		Компьютерное тестирование
4.2.2	Применение преобразования Лапласа к расчету электрических цепей.	1		2	Контрольная работа по разделам 3–4
				2 (ДО)	Коллоквиум открытого типа по разделам 3–4
5	Метрические пространства	5	6		
5.1	Метрические пространства . Определение, примеры, сходимость и полнота.	2	2		Компьютерное тестирование
5.2	Принцип сжимающих отображений и его приложения к доказательству теорем о существовании решений дифференциальных и интегральных уравнений и алгебраических систем.	3	4		Компьютерное тестирование
6	Мера и интеграл Лебега	5	7		

6.1	Счетные и континуальные множества				
6.1.1	Счетные и континуальные множества. Открытые и замкнутые множества.	1	1		Компьютерное тестирование
6.1.2	Измеримые множества и измеримые функции.	2	2		Компьютерное тестирование
6.2	Интеграл Лебега				
6.2.1	Определение интеграла Лебега и его свойства, связь с интегралом Римана.	2	4		Компьютерное тестирование
7	Линейные нормированные полные пространства	4	3	2	
7.1	Банаховы пространства.	2	1		Компьютерное тестирование
7.2	Операторы в банаховых пространствах, их свойства, понятие нормы оператора и функционала.	2	2	2	Контрольная работа по разделам 5–7
8	Интегральные уравнения с симметричными ядрами	4	2		
8.1	Интегральные уравнения с симметричными ядрами				
8.1.1	Собственные значения и собственные функции однородных уравнений. Теоремы об ортогональности собственных функций и расположении собственных значений.	2	2		Компьютерное тестирование
8.1.2	Спектр итерированных ядер и разложение в ряды по собственным функциям. Теорема Гильберта-Шмидта и решение неоднородного уравнения с симметричным ядром.	1			Компьютерное тестирование
8.2	Понятие о решении операторных уравнений с вполне непрерывными операторами.	1			Компьютерное тестирование
	Всего часов	36	34	6	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Свешников, А.Г. Теория функций комплексной переменной / А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 336 с.
2. Лунц, Г.Л. Функции комплексного переменного (с элементами операционного исчисления) / Г.Л. Лунц, Л.Э. Эльсгольц. – Москва: Лань, 2002. – 292 с.
3. Краснов, М.Л. Функции комплексного переменного. Задачи и примеры с подробными решениями: Учебное пособие / М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.Н. Макаренко. — Изд. 3-е, испр. — М.: Эдиториал УРСС, 2003. — 208 с.
4. Abrashina-Zhadaeva N.G. Vector and tensor analysis through examples and exercises / N.G. Abrashina-Zhadaeva, I.A. Timoshchenko. Minsk, BSU – 2019. – 254 p.
5. Высшая математика. Сборник задач : учеб. пособие. В 3 ч. Ч. 3. Дифференциальные уравнения. Аналитические функции. Элементы функционального анализа / М. А. Глецевич [и др.] ; под ред. Н. Г. Абрашиной-Жадаевой, В. Н. Русака. – Минск : БГУ, 2015. – 392 с.
6. Высшая математика. Сборник задач : учеб. пособие. В 3 ч. Ч. 2. Линейная алгебра. Анализ функций многих переменных / В. К. Ахраменко и др; под. ред. : Н.Г. Абрашиной-Жадаевой, В.Н. Русака. – Минск, БГУ. – 2014. – 384 с.
7. Высшая математика. Сборник задач : учеб. пособие. В 3 ч. Ч. 1. Аналитическая геометрия. Анализ функции одной переменной / В. К. Ахраменко [и др.] ; под ред. : Н. Г. Абрашиной-Жадаевой, В. Н. Русака. – Минск, БГУ. – 2013. – 359 с.
8. Абрашина-Жадаева, Н.Г. Основы векторного и тензорного анализа. Теория. Задачи / Н.Г. Абрашина Жадаева, И.А. Тимощенко. – Минск: БГУ. 2011. – 255 с.
9. Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 570 с.
10. Васильева, А.Б. Интегральные уравнения / А.Б. Васильева, Н.А. Тихонов. – 2-е изд. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 160 с.

Перечень дополнительной литературы

1. Лаврентьев, М.А. Методы теории функций комплексного переменного / М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. – Москва: Главная ре-

- дакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1973. – 736 с.
2. Сборник задач по теории аналитических функций / М.А. Евграфов [и др.]; под ред. М.А. Евграфова. – Москва: «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 1972. – 416 с.
 3. Волковыский, Л.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного: Учеб. пособие / Л.И. Волковыский, Г.Л. Лунц, И.Г. Араманович. – Москва.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 312 с.
 4. Хелемский, А.Я. Лекции по функциональному анализу / А.Я. Хелемский. – Москва: МЦНМО, 2004. – 552 с.
 5. Треногин, В.А. Задачи и упражнения по функциональному анализу: Учебное пособие / В.А. Треногин, Б.М. Писаревский, Т.С. Соболева. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 240 с.
 6. Антоневиц, А.Б. Функциональный анализ и интегральные уравнения : учеб. пособие / А.Б. Антоневиц, М.Х. Мазель, Я.В. Радыно. – Минск: БГУ, 2011. 319 с.
 7. Леонтьева, Т.А. Задачи по теории функций и функциональному анализу с решениями: учебное пособие / Т.А. Леонтьева А.В. Домрина. – Москва: ИНФРА-М, 2013. 164 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Формой текущей аттестации по дисциплине «Основы функционального анализа и теории функций» учебным планом предусмотрены зачет и экзамен.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения.

Для текущего контроля качества усвоения знаний по дисциплине рекомендуются устные опросы, коллоквиумы, контрольные работы и компьютерное тестирование.

При оценке текущего контроля учитывается также посещение занятий.

Контрольные мероприятия проводятся в соответствии с учебно-методической картой дисциплины. В случае неявки на контрольное мероприятие по уважительной причине студент вправе по согласованию с преподавателем выполнить его в дополнительное время. Для студентов, получивших неудовлетворительные оценки за контрольные мероприятия, либо не явившихся по неуважительной причине, по согласованию с преподавателем и с разрешения заведующего кафедрой мероприятие может быть проведено повторно.

Контрольная работа проводится в письменной форме. На выполнение контрольной работы отводится 90 мин. Оценка проводится по десятибалльной шкале.

Коллоквиумы по результатам дистанционного изучения заданных тем загружаются студентом в соответствующий курс на образовательном портале физического факультета (eduphys.bsu.by).

Текущая аттестация по учебной дисциплине проводится в форме зачета и/или экзамена, к экзамену допускаются студенты, чья оценка текущей успеваемости не менее 4 баллов.

Оценка всех форм текущего контроля проводится по десятибалльной шкале.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в рейтинговую оценку:

Формирование оценки за текущую успеваемость:

- средняя оценка по контрольным работам – 50%;
- средняя оценка по отчетам КОТ – 30%;
- средняя оценка по компьютерным тестам – 20 %.

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценки текущей успеваемости составляет 40 %, экзаменационной оценки – 60 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

В качестве управляемой самостоятельной работы студентов планируется решение задач, выполнение упражнений. Форма контроля: контрольная работа, отчет по теме коллоквиума открытого типа (КОТ), компьютерное тестирование.

Примерный перечень тем контрольных работ

1. Дифференцирование и условия Коши-Римана, конформные отображения.
2. Интегрирование функций по комплексной переменной. Вычеты и вычисление интегралов.
3. Решение интегральных и дифференциальных уравнений операционным методом.
4. Линейные нормированные пространства. Интеграл Лебега.

Примерный перечень тем компьютерного тестирования:

1. Основные понятия ТФКП.
2. Конформные отображения.
3. Интеграл по комплексной переменной.
4. Ряды аналитических функций.
5. Изолированные особые точки и вычеты.
6. Ряды и преобразования Фурье.
7. Цилиндрические функции.
8. Ортогональные полиномы.
9. Преобразование Лапласа.
10. Приложения операционного исчисления.
11. Метрические пространства.
12. Принцип сжимающих отображений и его приложения.
13. Счетные и континуальные множества.
14. Интеграл Лебега.
15. Банаховы пространства.
16. Интегральные уравнения с симметричными ядрами.

Примерный перечень заданий для отчета (КОТ):

1. Построить конформное отображение заданной функции и исследовать его зависимость от параметров функции.
2. Оценить погрешность представления функции рядом Фурье (графически и численно).
3. Решить методом операционного исчисления дифференциальное уравнение, в правой части которого стоит периодическая или кусочно-непрерывная функция, и исследовать зависимость поведения решения от вида этой функции.
4. Построить математическую модель электрической цепи, содержащей активное сопротивление, катушку индуктивности и емкость и проанализировать зависимость характера процесса от величин R , L и C .

Отчет с выполненными заданиями загружается студентом в соответствующий курс на образовательном портале БГУ (eduphys.bsu.by).

Примерный перечень тем практических занятий

1. Действия с комплексными числами.
2. Элементарные функции комплексной переменной.
3. Дифференцирование и условия Коши-Римана.
4. Конформные отображения. Дробно-линейная функция.
5. Конформные отображения. Функция Жуковского, степенная, показательная функции. Отображение области на область.
6. Интегрирование функций по комплексной переменной. Интегральная формула Коши.

7. Ряды в комплексной области.
8. Изолированные особые точки аналитических функций.
9. Вычеты и вычисление контурных интегралов.
10. Вычисление определенных интегралов через вычеты.
11. Свойства тригонометрических функций. Разложение функций в тригонометрические ряды Фурье.
12. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Интегрирование тригонометрических рядов Фурье. Ряды Фурье как действительные или мнимые части степенных рядов.
13. Прямое и обратное интегральные преобразования Фурье.
14. Уравнения Бесселя.
15. Цилиндрические функции Бесселя с целыми индексами.
16. Нули цилиндрических функций и ортогональная система на их основе.
17. Полиномы и присоединенные функции Лежандра с малыми индексами.
18. Полиномы Чебышева-Эрмита и Чебышева-Лягерра, их свойства.
19. Свойства оригиналов и изображений.
20. Нахождение изображений по заданным оригиналам. Применение вычетов при переходе от изображений к оригиналам.
21. Решение интегро-дифференциальных уравнений операционным методом.
22. Примеры метрических пространств.
23. Принцип сжимающих отображений.
24. Счетные и континуальные множества.
25. Мера и интеграл Лебега.

Формы контроля знаний

1. Компьютерное тестирование
2. Коллоквиумы открытого типа
3. Контрольные работы

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса рекомендуется использовать следующие инновационные подходы и методы:

1. *Практико-ориентированный подход*, который предполагает освоение содержания образования через решения практических задач, которые способствуют формированию основ дальнейшей профессиональной деятельности.

2. *Развитие критического мышления*: формирование навыков работы с информацией в процессе чтения и письма; понимания информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Выполняя самостоятельную работу, обучающиеся должны:

1. освоить содержание учебной дисциплины;

2. планировать самостоятельную работу на основании тематического плана учебной программы по учебной дисциплине;
3. выполнять самостоятельную работу и отчитываться по ее результатам в соответствии с видами и сроками отчетности по самостоятельной работе обучающихся.
4. Процесс организации самостоятельной работы включает в себя следующие этапы:
 - подготовительный (определение целей, составление алгоритма выполнения задания, подготовка методического обеспечения, подготовка оборудования);
 - основной (реализация алгоритма выполнения задания, использование приемов поиска информации, методов усвоения, переработки и применения знаний, фиксирование результатов, самоорганизация процесса работы);
 - заключительный (оценка и анализ полученных результатов, их систематизация, оценка эффективности алгоритма действий и приемов самостоятельной работы).

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Комплексные числа. Формы записи, арифметические операции.
2. Топология комплексной плоскости (ε -окрестность, область, внешние и внутренние точки, связность).
3. Функции комплексной переменной. Непрерывность и дифференцируемость.
4. Аналитические функции, условия Коши-Римана. Связь между аналитическими и гармоническими функциями. Геометрический смысл производной.
5. Восстановление аналитической функции по ее действительной (мнимой) части.
6. Геометрический смысл производной ФКП.
7. Конформные отображения. Основные определения. Теорема Римана.
8. Конформные отображения: линейная функция.
9. Конформные отображения: дробно-линейная функция.
10. Конформные отображения: степенная функция.
11. Конформные отображения: показательная и другие трансцендентные функции.
12. Конформные отображения: функция Жуковского.
13. Конформные отображения: радикал.
14. Интегрирование функции комплексной переменной.
15. Интегральная теорема Коши.
16. Первообразная функции комплексной переменной.
17. Теорема о среднем.
18. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции.

19. Теорема Морера.
20. Степенные ряды. Формула Коши-Адамара.
21. Теорема Лиувилля.
22. Нули аналитической функции.
23. Вычет в изолированной особой точке.
24. Вычет в бесконечно удаленной точке.
25. Применение вычетов к вычислению определенных интегралов вида $\int_0^{2\pi} R(\sin x, \cos x) dx$
26. Применение вычетов к вычислению определенных интегралов вида $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$.
27. Лемма Жордана. Применение вычетов к вычислению определенных интегралов вида $\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\alpha x} f(x) dx$.
28. Точечная и равномерная сходимость рядов Фурье, равномерное приближение тригонометрическими полиномами.
29. Интеграл по комплексной переменной. Определение и основные свойства.
30. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши.
31. Принцип максимума модуля. Теорема Лиувилля об ограниченных целых аналитических функциях.
32. Существование производных любого порядка у аналитической функции.
33. Существование производных любого порядка у аналитической функции. Теорема Морера.
34. Ряд Тейлора.
35. Ряд Лорана.
36. Изолированные особые точки и их классификация. Нули функции комплексной переменной.
37. Вычеты, их нахождение. Вычет в бесконечно удаленной точке.
38. Основная теорема теории вычетов.
39. Использование вычетов для вычисления определенных интегралов. Лемма Жордана.
40. Использование вычетов для суммирования некоторых рядов.
41. Теорема единственности и аналитическое продолжение, точки ветвления и выделение однозначных ветвей.
42. Асимптотические оценки. Понятие о методе перевала.
43. Тригонометрическая ортогональная система, коэффициенты Фурье.
44. Точечная и равномерная сходимость рядов Фурье.
45. Равномерное приближение тригонометрическими полиномами.
46. Ряды Фурье по общим ортогональным системам.
47. Замкнутость и полнота ортогональных систем.
48. Замкнутость тригонометрической ортогональной системы.
49. Интеграл Фурье.

50. Преобразование Фурье.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Топология комплексной плоскости (ε -окрестность, область, внешние и внутренние точки, связность).
2. Аналитические функции, условия Коши-Римана. Связь между аналитическими и гармоническими функциями.
3. Изолированные особые точки и их классификация. Нули функции комплексной переменной.
4. Вычеты, их нахождение. Вычет в бесконечно удаленной точке.
5. Основная теорема теории вычетов.
6. Использование вычетов для вычисления определенных интегралов. Лемма Жордана.
7. Уравнения Бесселя и пути их решения.
8. Различные типы цилиндрических функций.
9. Основные свойства бесселевых цилиндрических функций (линейная зависимость и независимость, рекуррентные соотношения, производящая функция и интегральные представления).
10. Нули цилиндрических функций и ортогональная система на их основе. Ряд Фурье-Бесселя.
11. Уравнение гипергеометрического типа и ортогональные полиномы.
12. Основные свойства ортогональных полиномов (соотношение ортогональности, рекуррентное соотношение).
13. Представление любого полинома через линейную комбинацию ортогональных полиномов.
14. Классические ортогональные полиномы. Ортогональные полиномы Лежандра, их представления и свойства.
15. Присоединенные функции Лежандра.
16. Преобразование Лапласа. Существование и аналитичность, связь с преобразованием Фурье и формула обращения.
17. Свойства преобразования Лапласа (линейность, теоремы подобия, смещения и запаздывания, дифференцирование и интегрирование оригинала и изображения, свёртка).
18. Нахождение оригиналов с помощью вычетов.
19. Изображение периодических и импульсных функций.
20. Применение преобразования Лапласа к решению дифференциальных и интегральных уравнений.
21. Метрическое пространство. Определение, основные примеры.
22. Непрерывные отображения. Предельная точка. Замыкание.
23. Сходимость и полнота метрических пространств.
24. Принцип сжимающих отображений, его приложения.
25. Счетные и континуальные множества.
26. Открытые и замкнутые множества.

27. Мера. Измеримые множества и измеримые функции. Мера Лебега.
28. Интеграл Лебега и его свойства.
29. Связь интеграла Лебега с интегралом Римана.
30. Линейные пространства.
31. Выпуклые множества и выпуклые функционалы. Теорема Хана-Банаха.
32. Нормированные пространства. Банаховы пространства.
33. Евклидовы пространства.
34. Операторы в банаховых пространствах, их свойства. Понятие нормы оператора и функционала.
35. Собственные значения и собственные функции однородных интегральных уравнений с симметричными ядрами.
36. Теоремы об ортогональности собственных функций и расположении собственных значений интегральных уравнений с симметричными ядрами.
37. Спектр итерированных ядер и разложение в ряды по собственным функциям.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1. Дифференциальные и интегральные уравнения	Кафедра высшей математики и математической физики	нет	Оставить содержание программы без изменений (протокол № 10 от 26 мая 2020 г.)
2. Методы математической физики	Кафедра высшей математики и математической физики	нет	Оставить содержание программы без изменений (протокол № 10 от 26 мая 2020 г.)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
высшей математики и математической физики
(протокол № от г.)

Заведующий кафедрой
высшей математики и математической физики
к.ф.-м.н., доцент _____ Н.Г.Абрашина-Жадаева

УТВЕРЖДАЮ
Декан физического факультета БГУ
к.ф.-м.н., доцент _____ М.С. Тиванов
