

**Белорусский государственный университет**

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебной работе  
и образовательным инновациям

О.Н. Здрок

2020 г.

Регистрационный № УД- 837 уч.



**АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И  
ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА**

**Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности:**

**1-31 04 01 Физика (по направлениям)**

Направление специальности:

1-31 04 01-02 Физика (производственная деятельность)

Минск 2020 г.



Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 04 01-2013; учебных планов №G31-162уч. и №G31и-177/уч., от 30.05.2013, G31сибд-257/уч. от 01.04.2020, типовой учебной программы «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» ТД-G.527/тип. от 13.08.2015г.

#### **СОСТАВИТЕЛИ:**

**Н.Г. Абрашина-Жадаева** – заведующая кафедрой высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, доцент;

**Л.Л. Березкина** – доцент кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

**Н.К. Филиппова** – доцент кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

#### **РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

**А.Н. Фурс** – заведующий кафедрой теоретической физики и астрофизики Белорусского государственного университета, доктор физ-мат. наук, профессор.

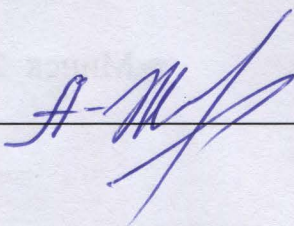
**С.И. Василец** – проректор по учебной работе БГПУ, кандидат физико-математических наук, доцент.

#### **РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой высшей математики и математической физики  
(протокол № 10 от 26 мая 2020);

Научно-методическим Советом БГУ  
(протокол № 5 от 17.06.2020)

Заведующая кафедрой \_\_\_\_\_



Абрашина-Жадаева Н.Г.

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### Цели и задачи учебной дисциплины

**Цель** учебной дисциплины – формирование знаний и базовых понятий аналитической геометрии и линейной алгебры; развитие логического мышления и способности оперирования с абстрактными объектами, овладение техникой математических рассуждений и доказательств.

#### **Задачи учебной дисциплины:**

- развитие логического мышления;
- освоение приемов исследования и решения математически формализованных физических задач;
- овладение аппаратом векторной и линейной алгебры, используемом в параллельных и последующих физических и математических курсах.

**Место учебной дисциплины** в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к циклу общенаучных и общепрофессиональных дисциплин государственного компонента.

Современная физика прочно базируется на современном математическом аппарате. Заложенные в основу программы вопросы отвечают современному состоянию теории алгебры и геометрии в той же мере, как это требуется будущим специалистам по физике, радиофизике и электронике.

**Связи** с другими учебными дисциплинами. Учебная программа «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» согласуется с программами по дисциплинам: «Математический анализ», «Дифференциальные и интегральные уравнения», «Механика».

### **Требования к компетенциям**

Освоение учебной дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» должно обеспечить формирование следующих компетенций:

#### **Академические компетенции:**

- АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.
- АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.
- АК-3. Владеть исследовательскими навыками.
- АК-4. Уметь работать самостоятельно.
- АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.
- АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникации.
- АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

#### **Социально-личностные компетенции:**

- СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.
- СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.
- СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.

- СЛК-6. Уметь работать в команде.

**Профессиональные компетенции:**

– ПК-1. Применять знания теоретических и экспериментальных основ физики, современных технологий и материалов, методы исследования физических объектов, методы измерения физических величин, методы автоматизации эксперимента.

– ПК-2. Использовать новейшие открытия в естествознании, методы научного анализа, информационные образовательные технологии, физические основы современных технологических процессов, научное оборудование и аппаратуру.

– ПК-4. Пользоваться глобальными информационными ресурсами, компьютерными методами сбора, хранения и обработки информации, системами автоматизированного программирования, научно-технической и патентной литературой.

В результате изучения дисциплины студент должен:

**знать:**

- основные геометрические понятия, различные системы координат;
- линии и поверхности второго порядка;
- свойства матриц и определителей;
- билинейные и квадратичные формы;
- евклидовы и унитарные пространства;
- линейные операторы и их матрицы;

**уметь:**

- выполнять действия над векторами и матрицами;
- записывать основные уравнения прямых, кривых и поверхностей второго порядка;
- решать системы линейных уравнений различными способами;
- приводить матрицу линейного преобразования к диагональному виду;
- приводить уравнения кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду;

**владеть:**

- методами решения систем линейных уравнений;
- методами приведения уравнения кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду

### **Структура учебной дисциплины**

Дисциплина изучается в 1-2 семестрах. Всего на изучение учебной дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» отведено:

- для очной формы получения высшего образования – 256 часов, в том числе 108 аудиторных часов, из них: лекции – 48 часа, практические занятия – 52 часов, управляемая самостоятельная работа (аудиторная) – 4 часа, управляемая самостоятельная работа (ДО) – 4 часа.

1 семестр: лекции – 24 часа, практические занятия – 28 часов, управляемая самостоятельная работа (аудиторная) – 2 часа, управляемая самостоятельная работа (ДО) – 2 часа.;

2 семестр: лекции – 24 часа, практические занятия – 24 часа, управляемая самостоятельная работа (аудиторная) – 2 часа, управляемая самостоятельная работа (ДО) – 2 часа.).

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 7 зачетных единиц.

Форма текущей аттестации – экзамен в каждом семестре.



## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### Раздел 1. Векторная алгебра.

Тема 1.1. Линейное пространство геометрических векторов. Аффинная система координат. Декартова прямоугольная система координат. Проекция вектора на ось.

Тема 1.2. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. Двойное векторное произведение векторов. Свойства.

### Раздел 2. Прямые и плоскости.

Тема 2.1. Прямая на плоскости.

Тема 2.2. Плоскости и прямые. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.

### Раздел 3. Кривые и поверхности второго порядка.

Тема 3.1. Плоские фигуры второго порядка. (канонические уравнения, общее уравнение, полярное уравнение). Оптические свойства кривых второго порядка.

Тема 3.2. Канонические уравнения поверхностей второго порядка. Метод параллельных сечений. Прямолинейные образующие.

### Раздел 4. Матрицы и определители квадратных матриц.

Тема 4.1. Матрицы. Линейное пространство матриц. Умножение и транспонирование матриц.

Тема 4.2. Определитель квадратной матрицы. Обратная матрица. Матричные уравнения.

### Раздел 5. Системы линейных уравнений.

Тема 5.1. Ранг матрицы. Критерий совместности. Общее решение неоднородной системы. Метод Гаусса

Тема 5.2. Квадратичные формы. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

### Раздел 6. Линейные пространства.

Тема 6.1. Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость. Базис. Координаты вектора.

Тема 6.2. Преобразования базиса и координат, матрица перехода.

Тема 6.3. Подпространства. Базис и размерность пространства решений однородной системы. Фундаментальная система решений.

### Раздел 7. Линейные операторы.

Тема 7.1. Линейный оператор. Матрица линейного оператора. Образ и ядро линейного оператора. Изоморфизм линейных пространств.

Тема 7.2. Собственные векторы линейного оператора. Присоединенные векторы.

Тема 7.3. Жорданова нормальная форма матрицы.

### **Раздел 8. Билинейные и квадратичные формы.**

Тема 8.1. Билинейные и квадратичные формы.

### **Раздел 9. Евклидовы пространства.**

Тема 9.1. Скалярное произведение. Вещественные и унитарные пространства, псевдоевклидовы пространства.

### **Раздел 10. Линейные операторы в евклидовых пространствах.**

Тема 10.1. Самосопряженные линейные операторы. Изометрии

Тема 10.2. Приведение вещественной квадратичной формы к диагональному виду ортогональным преобразованием переменных

Тема 10.3. Приведение к каноническому виду уравнений фигур второго порядка методом главных направлений

### **Раздел 11. Элементы теории групп.**

Тема 11.1. Определение и основные свойства групп. Группа преобразований Лоренца

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением дистанционных образовательных технологий

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов			Формы контроля знаний
		лекции	практические (семинарские) занятия	Количество часов УСР	
1	2	3	4	5	6
	<b>Семестр 1</b>				
<b>1</b>	<b>Векторная алгебра</b>	<b>6</b>	<b>7</b>		
1.1.	Линейное пространство геометрических векторов. Аффинная система координат. Декартова прямоугольная система координат. Проекция вектора на ось.	3	3		Компьютерное тестирование
1.2	Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. Двойное векторное произведение векторов. Свойства.	3	4		Компьютерное тестирование
<b>2</b>	<b>Прямые и плоскости</b>	<b>4</b>	<b>6</b>		
2.1	Прямая на плоскости.	2	2		Компьютерное тестирование
2.2.	Плоскости и прямые. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.	2	4		Компьютерное тестирование
<b>3</b>	<b>Кривые и поверхности второго порядка</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>2</b>	
3.1	Плоские фигуры второго порядка. (канонические уравнения, общее уравнение, полярное уравнение). Оптические свойства кривых второго порядка.	4	4		Компьютерное тестирование
3.2	Канонические уравнения поверхностей второго порядка. Метод параллельных сечений. Прямолинейные образующие.	2	3	2(ДО)	Коллоквиум открытого типа по темам 1.1 -3.2
<b>4</b>	<b>Матрицы и определители квадратных матриц</b>	<b>4</b>	<b>4</b>		



4.1.	Матрицы. Линейное пространство матриц. Умножение и транспонирование матриц.	2	2		Компьютерное тестирование
4.2.	Определитель квадратной матрицы. Обратная матрица. Матричные уравнения.	2	2		Компьютерное тестирование
<b>5</b>	<b>Системы линейных уравнений</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	
5.1	Ранг матрицы. Критерий совместности. Общее решение неоднородной системы. Метод Гаусса	2	2	2	Контрольная работа по темам 1.1-5.1
5.2	Квадратичная форма. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра	2	2		Компьютерное тестирование
	<b>Всего часов</b>	<b>24</b>	<b>28</b>	<b>4</b>	
	<b>Семестр 2</b>				
<b>6.</b>	<b>Линейные пространства</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		
6.1	Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость. Базис. Координаты вектора.	2	2		Компьютерное тестирование
6.2	Преобразование базиса и координат, матрица перехода.	2	2		Компьютерное тестирование
6.3.	Подпространства. Базис и размерность пространства решений однородной системы. Фундаментальная система решений	2	2		Компьютерное тестирование
<b>7</b>	<b>Линейные операторы</b>	<b>8</b>	<b>10</b>	<b>1</b>	
7.1.	Линейный оператор. Матрица линейного оператора. Образ и ядро линейного оператора. Изоморфизм линейных пространств.	4	4		Компьютерное тестирование
7.2.	Собственные векторы линейного оператора. Присоединенные векторы.	2	4	1	Контрольная работа по темам 6.1-7.2
7.3	Жорданова нормальная форма матрицы	2	2		Компьютерное тестирование
<b>8</b>	<b>Билинейные и квадратичные формы</b>	<b>2</b>			
8.1.	Билинейные формы. Квадратичные формы.	2			Компьютерное тестирование
<b>9</b>	<b>Евклидовы пространства</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	

9.1.	Скалярное произведение. Вещественные и унитарные пространства, псевдоевклидовы пространства.	2	2	2(ДО)	Коллоквиум открытого типа по темам 6.1-9.1
<b>10</b>	<b>Линейные операторы в евклидовых пространствах</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>1</b>	
10.1.	Самосопряженные линейные операторы. Изометрии	3			Компьютерное тестирование
10.2.	Приведение вещественной квадратичной формы к диагональному виду ортогональным преобразованием переменных	2	2		Компьютерное тестирование
10.3.	Приведение к каноническому виду уравнений фигур второго порядка методом главных направлений		4	1	Контрольная работа по разделам 9.1-10.3
<b>11.</b>	<b>Элементы теории групп</b>	<b>1</b>			
11.1.	Определение и основные свойства групп. Группа преобразований Лоренца	1			Компьютерное тестирование
	<b>Всего часов</b>	<b>24</b>	<b>24</b>	<b>4</b>	

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Перечень основной литературы

1. *Ильин, В.А.* Аналитическая геометрия / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк— М.:, 2019. —224 с.
2. *Ильин, В.А.* Линейная алгебра / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. —280 с.
3. *Беклемишев, Д.В.* Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / Д.В. Беклемишев — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. —312 с.
4. *Умнов, А.Е.* Аналитическая геометрия и линейная алгебра/ А.Е. Умнов — М.: МФТИ, 2011. —570 с.
5. *Березкина, Л.Л.* Аналитическая геометрия и линейная алгебра / Л.Л. Березкина — Мн.: РИВШ, 2019. —354 с.
6. *Абрашина-Жадаева, Н.Г.* Аналитическая геометрия в примерах и задачах / Н.Г. Абрашина-Жадаева, Л.Л. Березкина, А.Н. Ковальчук, Н.К. Филиппова — Мн.: РИВШ, 2008. —156 с.
7. *Ахраменко, В.К.* Высшая математика. Сборник задач: учеб. пособие. В 3 ч. Ч. 1. Аналитическая геометрия. Анализ функции одной переменной / В.К. Ахраменко [и др.]: под ред.: Н.Г. Абрашиной-Жадаевой, В.Н. Русака. – Минск: БГУ. 2013. – 359 с.
8. *Ахраменко, В.К.* Высшая математика. Сборник задач: учеб. пособие. В 3 ч. Ч. 2. Линейная алгебра. Анализ функций многих переменных / В.К. Ахраменко [и др.]: под ред.: Н.Г. Абрашиной-Жадаевой, В.Н. Русака. – Минск: БГУ. 2014. – 384 с.
9. *Бурдун, А.А.* Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии / А.А. Бурдун, Е.А. Мурашко, М.М. Толкачев, А.С. Феденко — Мн.: Універсітэцкае, 1999. —302с.
10. *Абрашина-Жадаева, Н.Г.* Analytic geometry / Н.Г. Абрашина-Жадаева, Л.Л. Березкина, М.А. Глецевич, Н.К. Филиппова — Мн.: БГУ, 2018. — 242 с.

### Перечень дополнительной литературы

1. *Милованов, М.В.* Алгебра и аналитическая геометрия. Ч.1 / М.В. Милованов, М.М.Толкачев Р.И. Тышкевич, А.С. Феденко — Мн.: Вышэйшая школа, 1984. — 302 с.
2. *Милованов, М.В.* Алгебра и аналитическая геометрия. Ч.2 / М.В. Милованов, М.М.Толкачев Р.И. Тышкевич, А.С. Феденко — Мн.: Вышэйшая школа, 1987. — 300 с.
3. *Шикин, Е.В.* Линейные пространства и отображения / Е.В. Шикин — М.: МГУ, 1987. — 302 с.
4. *Русак, В.Н.* Курс вышэйшай матэматыкі. Алгебра і геаметрыя, аналіз функцый адной зменнай / В.Н. Русак, Л. Шлома, В.К. Ахраменка, А.Крачкоускі — Мн.: Вышэйшая школа, 1994. — 431 с.

5. *Апатенок, Р.Ф.* Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии / Р.Ф. Апатенок, А.М. Маркина, Н.В. Попова, В.Б. Хейнман — Мн.: Вышэйшая школа, 1986. — 285.
6. *Апатенок, Р.Ф.* Сборник задач по линейной алгебре и аналитической геометрии / Р.Ф. Апатенок, А.М. Маркина, В.Б. Хейнман — Мн.: Вышэйшая школа, 1990. — 186с.

### **Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки**

Для диагностики компетенций и текущего контроля качества усвоения знаний по дисциплине рекомендуется использовать компьютерное тестирование по разделам дисциплины, коллоквиумы открытого типа (ДО), контрольные работы. Контрольные мероприятия проводятся в соответствии с учебно-методической картой дисциплины. В случае неявки на контрольное мероприятие по уважительной причине студент вправе по согласованию с преподавателем выполнить его в дополнительное время. Для студентов, получивших неудовлетворительные оценки за контрольные мероприятия, либо не явившихся по неуважительной причине, по согласованию с преподавателем и с разрешения заведующего кафедрой мероприятие может быть проведено повторно. Предлагается аналогичное домашнее задание, обязательное выполнение которого является необходимым условием для получения зачета и допуска к экзамену.

Контрольные работы проводятся в письменной форме.

Коллоквиумы по результатам дистанционного изучения заданных тем загружаются студентом в соответствующий курс на образовательном портале физического факультета ([eduphys.bsu.by](http://eduphys.bsu.by)).

Оценка всех форм текущего контроля проводится по десятибалльной шкале.

Формой текущей аттестации по дисциплине учебным планом предусмотрен экзамен.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в рейтинговую оценку:

Формирование оценки за текущую успеваемость:

- средняя оценка по контрольным работам – 50%;
- средняя оценка по компьютерным тестам – 20 %;
- отчет (ДО) – 30%.

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых



коэффициентов. Вес оценки текущей успеваемости составляет 40 %, экзаменационной оценки – 60 %.

### **Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов**

В качестве управляемой самостоятельной работы студентов планируется решение задач, выполнение упражнений. Форма контроля: контрольная работа, компьютерное тестирование, отчет по теме ДО.

#### *Примерный перечень тем контрольных работ*

1. Аналитическая геометрия. Системы линейных уравнений. Матрицы и определители.
2. Линейные пространства. Линейные операторы
3. Приведение к каноническому виду уравнений фигур второго порядка.

#### *Примерный перечень тем компьютерного тестирования*

1. Векторная алгебра.
2. Прямые и плоскости.
3. Кривые и поверхности второго порядка.
4. Матрицы и определители.
5. Системы линейных алгебраических уравнений.
6. Линейные пространства.
7. Линейные операторы.
8. Билинейные и квадратичные формы.
9. Евклидовы пространства.
10. Линейные операторы в евклидовых пространствах.

#### *Примерный перечень тем коллоквиумов (ДО)*

1. Векторная алгебра. Прямые и плоскости. Кривые и поверхности второго порядка.
2. Линейные пространства. Линейные операторы. Билинейные и квадратичные формы. Евклидовы пространства.

Отчет с выполненными заданиями загружается студентом в соответствующий курс на образовательном портале БГУ ([eduphys.bsu.by](http://eduphys.bsu.by)).

### **Примерная тематика практических занятий**

1. Векторная алгебра.
2. Прямые и плоскости.
3. Кривые и поверхности второго порядка.
4. Матрицы и определители.
5. Системы линейных алгебраических уравнений. Квадратичная форма

6. Линейные пространства.
7. Линейные операторы.
8. Евклидовы пространства.
9. Приведение к каноническому виду квадратичной формы. Приведение к каноническому виду уравнения фигур второго порядка

### **Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины**

При организации образовательного процесса рекомендуется использовать следующие инновационные подходы и методы:

1. **Практико-ориентированный подход**, который предполагает освоение содержания образования через решения практических задач, которые способствуют формированию основ дальнейшей профессиональной деятельности.
2. **Развитие критического мышления:** формирование навыков работы с информацией в процессе чтения и письма; понимания информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления.

### **Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся**

Самостоятельная работа студентов по данной дисциплине предполагает проработку основной и дополнительной литературы, самостоятельный поиск сведений, расширение конспекта лекций по результатам данной проработки. Самостоятельную работу студентов следует организовывать на основе принципов системности и регулярности. В помощь студентам рекомендуется разрабатывать и совершенствовать дистанционный курс на образовательном портале физического факультета. Эффективность самостоятельной работы студентов целесообразно проверять в ходе текущего и итогового контроля знаний в форме устного опроса, коллоквиумов, тестового контроля по темам. Для общей оценки качества усвоения студентами учебного материала рекомендуется использование рейтинговой системы.

### **Примерный перечень вопросов к экзамену семестр 1**

1. Определение свободного вектора. Правило сложения векторов, свойства.
2. Определение свободного вектора. Умножение вектора на число, свойства.
3. Определение коллинеарных векторов, критерии коллинеарности
4. Определение компланарных векторов, критерии компланарности

5. Теорема о разложимости вектора плоскости по двум неколлинеарным векторам. Теорема о разложимости вектора пространства по трем некомпланарным векторам.
6. Базис пространства свободных векторов. Координаты вектора. Свойства координат.
7. Базис пространства свободных векторов. Аффинная и декартова прямоугольная системы координат. Координаты точки. Выражение координат вектора через координаты его конца и начала.
8. Алгебраическая и геометрическая проекции вектора на ось, свойства
9. Определение и свойства скалярного произведения векторов. Выражение скалярного произведения через координаты перемножаемых векторов в ортонормированном базисе. Выражение длины вектора через его координаты в ортонормированном базисе.
10. Определение и свойства векторного произведения векторов.
11. Выражение векторного произведения через координаты перемножаемых векторов в ортонормированном базисе.
12. Определение и свойства смешанного произведения векторов.
13. Выражение смешанного произведения через координаты перемножаемых векторов в ортонормированном базисе.
14. Двойное векторное произведение, свойства.
15. Общее и векторное уравнения прямой на плоскости. Вывод уравнений. Совместное исследование уравнений двух прямых на плоскости. Пучок прямых.
16. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Каноническое уравнение, параметрические уравнения и векторно-параметрическое уравнение прямой на плоскости, вывод уравнений.
17. Расстояние от точки до прямой на плоскости ( вывод формулы). Угол между двумя прямыми.
18. Уравнение плоскости по двум неколлинеарным векторам и точке. Уравнение плоскости по трем точкам. Вывод уравнений.
19. Параметрические уравнения и векторно-параметрическое уравнение плоскости. Вывод уравнений.
20. Общее уравнение плоскости, векторное уравнение плоскости (вывод). Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями. Совместное исследование уравнений двух плоскостей. Пучок плоскостей.
21. Расстояние от точки до плоскости. (вывод) Угол между двумя плоскостями.
22. Каноническое уравнение, параметрические уравнения и векторно-параметрическое уравнение прямой в пространстве, вывод уравнений. Прямая в пространстве как пересечение двух плоскостей.
23. Совместное исследование уравнений двух прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости.
24. Нахождение расстояния от точки до прямой в пространстве.
25. Нахождение кратчайшего расстояния между скрещивающимися прямыми.

26. Определение и вывод канонического уравнения гиперболы.
27. Исследование формы гиперболы по ее каноническому уравнению. Основные характеристики гиперболы.
28. Определение и вывод канонического уравнения эллипса.
29. Исследование формы эллипса по ее каноническому уравнению. Основные характеристики эллипса.
30. Определение и вывод канонического уравнения параболы. Основные характеристики параболы.
31. Эксцентриситет и директрисы эллипса и гиперболы. Теорема о директрисах.
32. Полярные уравнения эллипса, гиперболы, параболы. (вывод)
33. Плоские фигуры второго порядка заданные общим уравнением. Приведение общего уравнения к каноническому уравнению.
34. Оптические свойства эллипса, гиперболы, параболы.
35. Уравнение касательных к эллипсу, гиперболе, параболе.
36. Плоские фигуры второго порядка заданные общим уравнением. Приведение общего уравнения к каноническому уравнению
37. Канонические уравнения поверхностей второго порядка (рисунки).
38. Исследование канонических уравнений поверхностей второго порядка методом параллельных сечений.
39. Цилиндрические поверхности.
40. Прямолинейные образующие. Теоремы о прямолинейных образующих.
41. Матрицы. Матрицы специального вида. Линейные операции над матрицами, свойства.
42. Умножение матриц, свойства. Степени квадратной матрицы.
43. Транспонирование матриц, свойства.
44. Определение определителя при помощи разложения по первой строке. Леммы о разложении определителя по первому столбцу, о равноправии строк и столбцов, о перестановке строк и столбцов местами, о разложении по произвольной строке (столбцу). Понятие алгебраического дополнения.
45. Теоремы аннулирования и замещения, теорема определителя от произведения матриц. Основные свойства определителей. Определение невырожденной матрицы.
46. Определение обратной матрицы. Теорема о существовании и единственности обратной матрицы.
47. Определение обратной матрицы. Свойства.
48. Матричные уравнения и их решение. Матричная форма записи системы линейных алгебраических уравнений. Правило Крамера решения систем линейных алгебраических уравнений.
49. Системы линейных алгебраических уравнений. Ранг матрицы, теорема о базисном миноре. Критерий совместности линейных систем
50. Отыскание решений линейной системы алгебраических уравнений. Метод Гаусса.



51. Определение квадратичные формы. Различные формы записи. Изменение матрицы квадратичной формы при линейном невырожденном преобразовании переменных.
52. Определение квадратичные формы. Канонический и нормальный виды квадратичной формы, метод Лагранжа приведения квадратичной формы к нормальному (каноническому) виду. Закон инерции.
53. Знакоопределенные квадратичные формы. Критерий положительности определенности по нормальному виду. Критерий Сильвестра и следствия из него.

### **Примерный перечень вопросов к экзамену семестр 2**

1. Определение линейного пространства. Простейшие следствия из аксиом.
2. Линейная зависимость и линейная независимость векторов линейных пространств. Критерий линейной зависимости векторов. Следствия из критерия.
3. Ранг системы векторов. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы.
4. Ранг системы векторов. Ранг матрицы. Теорема об элементарных преобразованиях.
5. Базис линейного пространства. Размерность линейного пространства. Теорема о дополнении линейно независимой системы векторов до базиса.
6. Базис линейного пространства. Координаты вектора. Свойства координат векторов.
7. Базис линейного пространства. Координаты вектора. Матричный критерий линейной зависимости и линейной независимости векторов.
8. Определение матрицы перехода. Изменение координат вектора в измененном базисе
9. Подпространство линейного пространства. Теорема о подпространстве.
10. Подпространство линейного пространства. Линейная оболочка системы векторов.
11. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма. Теорема о размерности суммы подпространств.
12. Однородные системы линейных уравнений. Теорема о размерности подпространства решений.
13. Понятие отображения. Взаимно-однозначное отображение. Обратное отображение.
14. Определение и свойства линейных операторов.
15. Определение линейных операторов. Теорема о существовании линейного оператора.
16. Матрица линейного оператора. Связь координат вектора с координатами его образа.
17. Матрица линейного оператора. Изменение матрицы линейного оператора при изменении базиса. Подобные матрицы

18. Операции над линейными операторами. Теорема о подпространствах и матрице
19. Невырожденный линейный оператор. Теорема о матрице невырожденного линейного оператора
20. Обратный линейный оператор. Критерий существования и единственности обратного линейного оператора
21. Образ и ядро линейного оператора. Теорема о подпространствах
22. Образ и ядро линейного оператора. Теорема о ранге и дефекте линейного оператора.
23. Изоморфизм линейных пространств. Эквивалентность. Теорема о линейной независимости векторов.
24. Изоморфизм линейных пространств. Изоморфизм пространств одинаковой размерности.
25. Собственные векторы линейного оператора. Правило отыскания собственных векторов. Лемма об характеристических многочленах подобных матриц
26. Собственные векторы линейного оператора. Свойства
27. Лемма о диагональном виде матрицы линейного оператора. Теорема о размерности подпространства собственных векторов соответствующих одному собственному значению.
28. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду. Критерий приводимости.
29. Присоединенные векторы и правило их нахождения
30. Билинейные формы. Определение и различные формы записи.
31. Изменение матрицы билинейной формы в измененном базисе.
32. Невырожденные билинейные формы. Симметричные билинейные формы. Теорема о матрице
33. Определение квадратичной формы. Свойства.
34. Аксиоматическое определение скалярного произведения на действительном линейном пространстве. Следствия из аксиом. Определение евклидова пространства.
35. Аксиоматическое определение скалярного произведения на комплексном линейном пространстве. Следствия из аксиом. Определение унитарного пространства.
36. Понятие длины вектора и угла между векторами в евклидовых (унитарных) пространствах. Неравенство Коши-Буняковского.
37. Понятие длины вектора и угла между векторами в евклидовых (унитарных) пространствах. Неравенство треугольника.
38. Ортогональные системы векторов. Теорема о существовании ортонормированного базиса. Процесс ортогонализации Шмидта.
39. Разложение евклидова пространства в прямую сумму подпространств.
40. Выражение скалярного произведения через координаты перемножаемых векторов. Матрица Грама. Изменение матрицы Грама при изменении базиса.
41. Ортогональные и унитарные матрицы. Свойства

42. Определение самосопряженного оператора. Теорема о его матрице.
43. Определение самосопряженного оператора. Теорема о собственных значениях и собственных векторах.
44. Определение самосопряженного оператора. Теорема о базисе.
45. Приведение квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогональных преобразований.
46. Теорема об одновременном приведении пары квадратичных форм к каноническому виду
47. Определение изометрии и теорема о сохранении длин.
48. Определение изометрии и теорема о ее матрице.
49. Определение изометрии и теорема о собственном значении.
50. Псевдоевклидово пространство. Преобразование Лоренца. Теорема о группе Лоренца
51. Центр фигуры второго порядка
52. Поверхности вращения
53. Приведение к каноническому виду общего уравнения плоской фигуры второго порядка. Метод главных направлений.(схема)
54. Приведение к каноническому виду общего уравнения пространственной фигуры второго порядка. Метод главных направлений.(схема)

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Математический анализ	Кафедра высшей математики и математической физики	нет	Рекомендовать к утверждению учебную программу в представленном варианте (протокол № 10 от 26.05.2020)
Дифференциальные и интегральные уравнения	Кафедра высшей математики и математической физики	нет	Рекомендовать к утверждению учебную программу в представленном варианте (протокол № 10 от 26.05.2020)
Механика	Кафедра общей физики	нет	Рекомендовать к утверждению учебную программу в представленном варианте (протокол № 10 от 26.05.2020)
Теоретическая механика	Кафедра теоретической физики и астрофизики	нет	Рекомендовать к утверждению учебную программу в представленном варианте (протокол № 10 от 26.05.2020)



# ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УВО

на 2021/2022 учебный год

№№ ПП	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры

высшей математики и математической физики

(протокол № от 2020 г.)

Заведующая кафедрой высшей математики

и математической физики \_\_\_\_\_ Н.Г. Абрашина-Жадаева

УТВЕРЖДАЮ

Декан физического факультета

к.ф.-м.н., доцент \_\_\_\_\_ М.С. Тиванов