Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
и образовательным инновациям
_____ О.Н. Здрок
«__» _____ 2020 г.

Регистрационный № УД-8368/уч.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальностей:

1-31 04 02 Радиофизика;
1-31 04 03 Физическая электроника;
1-31 04 04 Аэрокосмические радиоэлектронные и информационные системы и технологии;
1-31 03 07 Прикладная информатика (по направлениям)
направлению специальности
1-31 03 07-02 Прикладная информатика (информационные технологии телекоммуникационных систем);
1-98 01 01 Компьютерная безопасность (по направлениям)
направлению специальности
1-98 01 01-02 Компьютерная безопасность (радиофизические методы и программно-технические средства)

Минск 2020

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 04 04-2018, ОСВО 1-31 03 07-2013, ОСВО 1-98 01 01-2013, ОСВО 1-31 04 03-2013, ОСВО 1-31 04 02-2013 от 30.08.2013; учебных планов №G31-170/уч. и №G31и-186/уч., №P98-139/уч. и №P98и-140/уч., №G31-165/уч. и №G31и-188/уч., №G31-164/уч. и №G31и-189/уч., от 30.05.2013, № G31-223/уч. от 13.07.2018 и типовой учебной программы «Дифференциальные уравнения» №ТД-G.505/тип. от 27.04.2015г

СОСТАВИТЕЛИ:

А.П. Шилин – доцент кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

М.А. Глецевич – старший преподаватель кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета;

Н.К. Филиппова – доцент кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Ласый П.Г. – доцент кафедры высшей математики Белорусского национального технического университета, кандидат физ.-мат. наук, доцент.

Старовойтов А.П. – профессор кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений Гомельского государственного университета им. Ф. Скорины, доктор физ.-мат. наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета
(протокол № 10 от 26 мая 2020 г.)

Научно-методическим Советом Белорусского государственного университета
(протокол № 5 от 17.06.2020 г.)

Заведующая кафедрой
высшей математики
и математической физики _____ Абрашина-Жадаева Н.Г.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины – обеспечить студента необходимыми знаниями и привить практический навык работы с фундаментальными понятиями дифференциальных уравнений.

Задача изучения учебной дисциплины состоит в том, чтобы студент и затем выпускник вуза научился уверенно использовать аппарат дифференциальных уравнений при решении и исследовании математически формализованных физических и технических задач.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» является важнейшим разделом высшей математики, без изучения которого нельзя представить себе полноценного математического образования. Для студентов физических специальностей эта дисциплина важна в первую очередь тем, что она вырабатывает навыки построения математических моделей реальных физических процессов, а также навыки решения и разностороннего анализа возникающих при этом математических задач. Дифференциальные уравнения входят составной частью в математическую основу всех разделов общей и теоретической физики, а также других курсов естественнонаучных дисциплин, читаемых студентам физических и технических специальностей.

Дифференциальные уравнения доставляют адекватные математические модели физических процессов, они широко используются в курсах методов математической физики, а также в курсах общей и теоретической физики. Выпускник вуза, получивший образование по физическим или техническим специальностям, обязан уметь составлять, решать и исследовать дифференциальные уравнения.

Учебная дисциплина относится к циклу общенаучных и общепрофессиональных дисциплин государственного компонента для специальностей 1-31 04 02 Радиофизика; 1-31 04 03 Физическая электроника; 1-31 03 07 Прикладная информатика (по направлениям), направление специальности 1-31 03 07-02 Прикладная информатика (информационные технологии телекоммуникационных систем); 1-98 01 01 Компьютерная безопасность (по направлениям) направление специальности 1-98 01 01-02 Компьютерная безопасность (радиофизические методы и программно-технические средства) и входит в модуль «Высшая математика» государственного компонента для специальности 1-31 04 04 Аэрокосмические радиоэлектронные и информационные системы и технологии.

Связи с другими учебными дисциплинами.

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» базируется на знаниях, приобретенных в результате освоения дисциплин «Математический анализ», «Аналитическая геометрия и линейная алгебра».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения» по специальностям: **1-31 04 02 Радиофизика, 1-31 04 03 Физическая электроника, 1-31 03 07 Прикладная информатика (по направлениям) направление специальности 1-31 03 07-02 Прикладная информатика (информационные технологии телекоммуникационных систем), 1-98 01 01 Компьютерная безопасность (по направлениям), направление специальности 1-98 01 01-02 Компьютерная безопасность (радиофизические методы и программно-технические средства)** должно обеспечить формирование следующих ***академических компетенций:***

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

Специалист, освоивший содержание образовательной программы по специальности **1-31 04 04 Аэрокосмические радиоэлектронные и информационные системы и технологии,** должен обладать следующей ***базовой профессиональной компетенцией:***

БПК -3. Решать дифференциальные и интегральные уравнения, краевые задачи применительно к физическим и техническим задачам.

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать:

– типы дифференциальных и интегральных уравнений;

– методы исследования и решения дифференциальных и интегральных уравнений;

– способы решения краевых задач;

– основы вариационного исчисления;

уметь:

– решать дифференциальные и интегральные уравнения, краевые задачи;

– видеть их связь с физическими (радиофизическими) и техническими задачами;

владеть:

– методами решения дифференциальных и интегральных уравнений, краевых задач;

– способами использования дифференциальных и интегральных уравнений для решения физических и технических задач.

Для успешного усвоения курса «Дифференциальные уравнения» студенты должны владеть теоретическим материалом в объеме программы и выполнять задания семинарских занятий.

Большинство вопросов, содержащихся в программе, выносится на лекции и практические занятия. Для развития навыков самостоятельной работы отдельные вопросы могут быть предложены студентам для самостоятельного изучения. Например, самостоятельно можно изучать способы решения в квадратурах отдельных типов уравнений 1-го порядка, а затем на практических занятиях отрабатывать навыки решения таких уравнений. Для самостоятельной работы студентов рекомендуется использовать методические разработки и учебно-методическую литературу, имеющуюся в библиотеке БГУ.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 3 семестре. Форма получения высшего образования — очная, дневная.

Всего на изучение учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения» для специальностей: 1-31 04 02 Радиофизика, 1-31 04 03 Физическая электроника, 1-31 03 07 Прикладная информатика (по направлениям) направление специальности 1-31 03 07-02 Прикладная информатика (информационные технологии телекоммуникационных систем), 1-98 01 01 Компьютерная безопасность (по направлениям), направление специальности 1-98 01 01-02 Компьютерная безопасность (радиофизические методы и программно-технические средства) отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 140 часов, в том числе 68 аудиторных часов, из них: лекции – 34 часа, практические занятия – 34 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3,5 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации по учебной дисциплине – экзамен.

Для специальности: 1-31 04 04 Аэрокосмические радиоэлектронные и информационные системы и технологии отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 120 часов, в том числе 68 аудиторных часов, из них: лекции – 34 часа, практические занятия – 34 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации по учебной дисциплине – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Основные понятия и факты. Уравнения первого порядка

Тема 1.1. Понятие обыкновенного дифференциального уравнения. Порядок уравнения. Задачи физики и других разделов естествознания, приводящие к дифференциальным уравнениям. Связь с другими математическими дисциплинами. Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Изоклины. Постановка и геометрический смысл задачи Коши. Существование, единственность и приближенное решение задачи Коши. Общее, частное и особое решения. Решение в квадратурах.

Тема 1.2. Уравнения с разделяющимися переменными. Уравнения вида $y' = f(ax + by)$. Однородные уравнения. Уравнения вида $y' = f\left(\dfrac{a_1 x + b_1 y + c_1}{a_2 x + b_2 y + c_2}\right)$.

Тема 1.3. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель и некоторые случаи его вычисления.

Тема 1.4. Линейные уравнения. Уравнения Бернулли. Уравнения Риккати.

Тема 1.5. Уравнения, не разрешенные относительно производной и задача Коши для них. Неполные уравнения. Уравнения, разрешенные относительно зависимой или независимой переменной. Уравнения Клеро и Лагранжа.

Раздел 2. Уравнения высших порядков и системы дифференциальных уравнений

Тема 2.1. Постановка задачи Коши для уравнений высших порядков, разрешенных относительно производной. Существование и единственность решения задачи Коши. Уравнения вида $F\left(x, y^{(n)}\right) = 0$. Уравнения вида $F\left(x, y^{(k)}, y^{(k+1)}, \ldots, y^{(n)}\right) = 0$. Уравнения вида $F\left(y, y', \ldots, y^{(n)}\right) = 0$. Уравнения однородные относительно $y, y', \ldots, y^{(n)}$. Уравнения в точных производных.

Тема 2.2. Системы дифференциальных уравнений в нормальной и симметрической формах. Постановка задачи Коши, существование и единственность ее решения. Связь с уравнениями высших порядков. Метод исключения. Первый и общий интегралы системы.

Раздел 3. Уравнения первого порядка в частных производных

Тема 3.1. Уравнения в частных производных. Линейные уравнения первого порядка в частных производных и задача Коши для них. Квазилинейные уравнения первого порядка в частных производных и задача Коши для них.

Раздел 4. Линейные уравнения и системы

Тема 4.1. Линейная зависимость функций и вронскиан. Линейные однородные уравнения произвольного порядка с переменными коэффициентами. Линейная зависимость решений. Фундаментальная система решений и ее существование. Формула общего решения. Понижение порядка уравнений. Восстановление уравнения по фундаментальной системе решений. Формула Остроградского–Лиувилля.

Тема 4.2. Нахождение фундаментальной системы решений в случае постоянных коэффициентов. Линейные неоднородные уравнения. Метод Лагранжа. Метод неопределенных коэффициентов.

Тема 4.3. Уравнения Эйлера.

Тема 4.4. Системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений и формула общего решения однородных систем. Фундаментальная матрица. Нахождение фундаментальной системы решений в случае постоянных коэффициентов. Решение неоднородных систем методами Лагранжа и неопределенных коэффициентов.

Тема 4.5. Задачи Коши и краевые задачи для линейных уравнений и систем. Нахождение решений линейных уравнений и систем в виде степенных рядов.

Раздел 5. Устойчивость решений. Фазовая плоскость

Тема 5.1. Устойчивость по Ляпунову решений систем. Асимптотическая устойчивость. Исследование устойчивости нулевого решения автономной системы по первому приближению. Использование критерия Рауса-Гурвица.

Тема 5.2. Фазовая плоскость линейной однородной системы двух уравнений с постоянными коэффициентами. Классификация фазовых картин.

Раздел 6. Интегральные уравнения

Тема 6.1. Понятие интегрального уравнения Классификация линейных интегральных уравнений. Теоремы Фредгольма (без доказательства) для линейных интегральных уравнений 2-го рода. Собственные значения и собственные функции. Случай вырожденного ядра.

Раздел 7. Задачи вариационного исчисления

Тема 7.1. Функционал. Понятие о задачах, решаемых в вариационном исчислении. Задачи о брахистохроне и о наименьшей площади поверхности вращения. Уравнение Эйлера. Необходимое условие экстремума простейшего функционала.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	
1	2	3	4	9
1	**Основные понятия и факты. Уравнения первого порядка**	**10**	**12**	
1.1.	Понятие обыкновенного дифференциального уравнения. Порядок уравнения. Задачи физики и других разделов естествознания, приводящие к дифференциальным уравнениям. Связь с другими математическими дисциплинами. Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Изоклины. Постановка и геометрический смысл задачи Коши. Существование, единственность и приближенное решение задачи Коши. Общее, частное и особое решения. Решение в квадратурах.	2	2	Устный опрос (или компьютерное тестирование)
1.2	Уравнения с разделяющимися переменными. Уравнения вида $y' = f(ax + by)$. Однородные уравнения. Уравнения вида $y' = f\left(\frac{a_1x + b_1y + c_1}{a_2x + b_2y + c_2}\right)$.	2	2	Контроль домашних заданий (или компьютерное тестирование)
1.3	Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель и некоторые случаи его вычисления.	2	2	Контроль домашних заданий (или компьютерное тестирование)

1.4.	Линейные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли, Риккати.	2	2	
1.5	Уравнения, не разрешенные относительно производной и задача Коши для них. Неполные уравнения. Уравнения, разрешенные относительно зависимой или независимой переменной. Уравнения Клеро и Лагранжа.	2	4	Контрольная работа по разделу 1.
2.	**Уравнения высших порядков и системы дифференциальных уравнений**	**4**	**4**	
2.1	Постановка задачи Коши для уравнений высших порядков, разрешенных относительно производной. Существование и единственность решения задачи Коши. Уравнения вида $F\left(x, y^{(n)}\right)=0$. Уравнения вида $F\left(x, y^{(k)}, y^{(k+1)}, \ldots, y^{(n)}\right)=0$. Уравнения вида $F\left(y, y', \ldots, y^{(n)}\right)=0$. Уравнения однородные относительно $y, y', \ldots, y^{(n)}$. Уравнения в точных производных.	2	2	Устный опрос (или компьютерное тестирование)
2.2	Системы дифференциальных уравнений в нормальной и симметрической формах. Постановка задачи Коши, существование и единственность ее решения. Связь с уравнениями высших порядков. Метод исключения. Первый и общий интегралы системы.	2	2	Контроль домашних заданий (или компьютерное тестирование)
3	**Уравнения первого порядка в частных производных**	**2**	**2**	
3.1	Уравнения в частных производных. Линейные уравнения первого порядка в частных производных и задача Коши для них. Квазилинейные уравнения первого порядка в частных производных и задача Коши для них.	2	2	Контроль домашних заданий (или компьютерное тестирование)
4	**Линейные уравнения и системы**	**10**	**12**	
4.1	Линейная зависимость функций и вронскиан. Линейные однородные уравнения произвольного порядка с переменными коэффициентами. Линейная зависимость решений. Фундаментальная система решений и ее существование. Формула общего решения. Понижение порядка уравнений. Восстановление уравнения по фундаментальной системе решений. Формула Остроградского–Лиувилля.	4		Устный опрос (или компьютерное тестирование)
4.2	Нахождение фундаментальной системы решений в случае постоянных коэффициентов. Линейные неоднородные уравнения. Метод Лагранжа. Метод неопределенных коэффициентов.	4	4	Контроль домашних заданий (или компьютерное тестирование)
4.3	Уравнения Эйлера		2	Устный опрос (или компьютерное тестирование)
4.4.	Системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений и формула общего	2	3	Контроль

	решения однородных систем. Фундаментальная матрица. Нахождение фундаментальной системы решений в случае постоянных коэффициентов. Решение неоднородных систем методами Лагранжа и неопределенных коэффициентов.			домашних заданий (или компьютерное тестирование)
4.5.	Задачи Коши и краевые задачи для линейных уравнений и систем. Нахождение решений линейных уравнений и систем в виде степенных рядов.		3	Контрольная работа по разделам 2-4
5	**Устойчивость решений. Фазовая плоскость.**	**4**	**2**	
5.1	Устойчивость по Ляпунову решений систем. Асимптотическая устойчивость. Исследование устойчивости нулевого решения автономной системы по первому приближению. Использование критерия Рауса-Гурвица.	2		Устный опрос (или компьютерное тестирование)
5.2	Фазовая плоскость линейной однородной системы двух уравнений с постоянными коэффициентами. Классификация фазовых картин.	2	2	Коллоквиум
6	**Интегральные уравнения.**	**2**		
6.1	Понятие интегрального уравнения Классификация линейных интегральных уравнений. Теоремы Фредгольма (без доказательства) для линейных интегральных уравнений 2-го рода. Собственные значения и собственные функции. Случай вырожденного ядра.	2		Устный опрос (или компьютерное тестирование)
7	**Задачи вариационного исчисления.**	**2**	**2**	
7.1	Функционал. Понятие о задачах, решаемых в вариационном исчислении. Задачи о брахистохроне и о наименьшей площади поверхности вращения. Уравнение Эйлера. Необходимое условие экстремума простейшего функционала.	2	2	Контроль домашних заданий (или компьютерное тестирование)
	Всего	**34**	**34**	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. *Богданов, Ю.С.* Курс дифференциальных уравнений/ Ю.С. Богданов , С.А. Мазаник , Ю.Б. Сыроид — Мн.: Университетское, 1996.— 287 с.
2. *Эльсгольц, Л.Э.* Дифференциальные уравнения. / Л.Э. Эльсгольц. — М.: Едиториал УРСС, 2020. – 312 с.
3. *Эльсгольц, Л.Э.* Вариационное исчисление. / Л.Э. Эльсгольц. — М.: Едиториал УРСС, 2019. – 208 с.
4. *Тихонов, А.Н.* Дифференциальные уравнения / А.Н. Тихонов, А.Б. Васильева, А.Г. Свешников. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 236 с.
5. *Минюк, С.А.* Математика для инженеров: в 2т. / С.А. Минюк, Н.С. Березкина, А.В. Метельский — Мн.: Элайда, 2004 –Т.2.— 592 с.
6. *Васильева, А.Б.* Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах / А.Б. Васильева, Г.Н. Медведев, Н.А. Тихонов, Т.А. Уразгильдина — М.: Физматлит, 2005.— 432 с.
7. *Филиппов, А.Ф.* Сборник задач по дифференциальным уравнениям: Учебное пособие. Изд. 7-е, стереотип./ А.Ф. Филиппов. — М: ЛЕНАНД, 2015. — 240 с.
8. *Матвеев, Н.М.* Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Н.М. Матвеев — СПб: Лань, 2002.— 432 с.
9. *Шилин, А.П.* Дифференциальные уравнения. Задачи и примеры / А.П. Шилин — Мн.: РИВШ, 2008.— 368 с.
10. *Глецевич* М.А. Высшая математика. Сборник задач: учеб. пособие. В 3 ч. Ч. 3. Дифференциальные уравнения. Аналитические функции. Элементы функционального анализа / М. А. Глецевич [и др.]; под ред. Н.Г. Абрашиной-Жадаевой, В. Н. Русака. – Минск: БГУ, 2015. – 391 с.
11. *Альсевич, Л.А.,* Дифференциальные уравнения. Практикум: учеб. пособие / Л.А. Альсевич, С.А. Мазаник, Г.А. Расолько, Л.П. Черенкова. – Мн: Вышэйшая школа, 2012. – 382 с.

Дополнительная

1. *Романко, В.К.* Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления / В.К. Романко — М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2000.— 344 с.
2. *Краснов, М.Л.* Интегральные уравнения / М.Л. Краснов, А.И. Кисилев, Г.И. Макаренко — М.: Наука, 1976.— 216 с.
3. *Самойленко, А.М.* Дифференциальные уравнения: примеры и задачи / А.М. Самойленко, С.А. Кривошея, Н.А. Перестюк — М.:Высш. шк., 1989.— 383 с.
4. *Пантелеев, А.В.* Обыкновенные дифференциальные уравнения в примерах и задачах / А.В. Пантелеев, А.С. Якимова, А.В. Босов — М.:Высш. шк., 2001.— 376 с.

5. *Прокопеня, А.Н.* Применение системы Matematica к решению обыкновенных дифференциальных уравнений / А.Н. Прокопеня, А.В. Чичурин — Мн.:БГУ, 1999.— 265 с.

6. Шилин, А.П. Дифференциальные уравнения. Подробный разбор решений типовых примеров. 1800 примеров, собранных в многовариантные задания по важнейшим темам курса. Коллекция важнейших типов решений алгоритмического характера./ А.П. Шилин. – М.: Ленанд,2017. – 312 с.

7. Шилин, А.П. Метод неопределенных коэффициентов для линейного дифференциального уравнения первого порядка с постоянным коэффициентом : учеб.-метод. пособие / А. П. Шилин. – Минск : БГУ, 2013. – 13 с. – Библиогр.: с. 13. Дата публикации: 3-июня – 2013. Деп. в БГУ 29.05.2013, № 001729052013.

8. *Шилин, А.П.* Задания к контрольным мероприятиям по курсу дифференциальных уравнений для студентов физических специальностей [Электронный ресурс]: учеб.-метод разработка / А.П. Шилин. М.А. Глецевич // Вестник БГУ, Серия 3. 2015. – С. 134 (аннотация; БГУ. Электрон. Тестовые дан. Минск, 2015. 39с. htpp://www.elib.bsu.by. Деп.23.06.2015, №003623062015)

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Для текущего контроля и самоконтроля знаний и умений студентов по данной дисциплине можно использовать следующий диагностический инструментарий:

- тестовые задания по отдельным разделам (темам) дисциплины;
- коллоквиум – 1
- письменные контрольные работы по отдельным темам курса – 2.

Текущая аттестация по дисциплине осуществляется на экзамене. Оценка на экзамене выставляется по десятибалльной шкале.

Контрольные мероприятия проводятся в соответствии с учебно-методической картой дисциплины. В случае неявки на контрольное мероприятие по уважительной причине студент вправе по согласованию с преподавателем выполнить его в дополнительное время. Для студентов, получивших неудовлетворительные оценки за контрольные мероприятия, либо не явившихся по неуважительной причине, по согласованию с преподава-телем и с разрешения заведующего кафедрой мероприятие может быть проведено повторно. Предлагается аналогичное домашнее задание, обяза-тельное выполнение которого является необходимым условием для полу-чения зачета и допуска к экзамену.

Контрольная работа проводится в письменной форме. На выполнение контрольной работы отводится 80 мин.

Оценка всех форм текущего контроля проводится по десятибалльной шкале.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Дифференциальные уравнения» учебным планом предусмотрен экзамен.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Оценка текущего контроля знаний рассчитывается как среднее арифметическое оценок за каждое из письменных контрольных работ и коллоквиумов, либо по формуле (на усмотрение преподавателя):

$$ТК = 0{,}4 \cdot \left(\frac{\sum_{i}^{m} контр_i}{m} \right) + 0{,}6 \cdot \frac{\sum_{i}^{n} коллокв_i}{n} + ПБ - ШБ,$$

где $ТК$ – это оценка текущего контроля знаний, $контр_i$ – оценки по десятибалльной шкале за контрольные работы (m – количество контрольных работ), $коллокв_i$ – оценки по десятибалльной шкале за коллоквиумы (n – количество коллоквиумов); ПБ – поощрительные баллы, начисляемые за

выполнение дополнительных (необязательных) заданий, активность на занятиях (максимум 2 балла за семестр), ШБ – штрафные баллы, которые начисляются за пропуски занятий, систематическое опоздание, нарушение учебной дисциплины. Если проводилось компьютерное тестирование, то на усмотрение преподавателя оценка текущего контроля может быть расчитана по формуле:

$$ТК = 0{,}4 \cdot \frac{\sum_{i}^{m} контр_i}{m} + 0{,}4 \cdot \frac{\sum_{i}^{n} коллокв_i}{n} + 0{,}2 \cdot \frac{\sum_{i}^{k} комп.тест_i}{k},$$

где комп.тесты$_i$ – оценки по десятибалльной шкале за компьютерные тесты (k – количество компьютерных тестов).

Текущая аттестация по учебной дисциплине проводится в форме экзамена, к экзамену допускаются студенты, чья оценка текущей успеваемости не менее 4 баллов.

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценки текущей успеваемости составляет 40 %, экзаменационной оценки – 60 %.

Примерная тематика практических занятий

1. Построение интегральных кривых с помощью изоклин.
2. Решение в квадратурах важнейших случаев уравнений первого порядка, разрешенных относительно производной.
3. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной.
4. Уравнения высших порядков.
5. Системы дифференциальных уравнений.
6. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.
7. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами.
8. Уравнения Эйлера.
9. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами.
10. Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами.
11. Устойчивость по первому приближению.
12. Линейные интегральные уравнения второго рода с вырожденными ядрами.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса рекомендуется использовать следующие инновационные подходы и методы:

1. **Практико-ориентированный подход**, который предполагает освоение содержания образования через решения практических задач, которые способствуют формированию основ дальнейшей профессиональной деятельности.
2. **Развитие критического мышления**: формирование навыков работы с информацией в процессе чтения и письма; понимания информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Не все вопросы, перечисленные в программе, выносятся на лекции. В целях развития навыков самостоятельной работы студентам предлагается освоить теорию методов интегрирования дифференциальных уравнений первого порядка, разрешенных относительно производной, самостоятельно по литературе, указанной в программе. На практических занятиях предлагается отработать необходимые навыки решения данных типов уравнений. Самостоятельная работа студентов по данной дисциплине предполагает проработку основной и дополнительной литературы,

самостоятельный поиск сведений, расширение конспекта лекций по результатам данной проработки. Самостоятельную работу студентов следует организовывать на основе принципов системности и регулярности. В помощь студентам рекомендуется разрабатывать и совершенствовать дистанционный курс на образовательном портале физического факультета.

Примерный перечень заданий для самостоятельной работы студентов

В качестве самостоятельной работы студентов планируется решение задач, выполнение упражнений. Форма контроля: контрольная работа, коллоквиум ДО, компьютерное тестирование.

Примерный перечень тем самостоятельной работы студентов

1. Интегрирующий множитель.
2. Задача Коши для квазилинейных уравнений в частных производных.
3. Частные случаи уравнения Эйлера (в вариационном исчислении).

Примерный перечень тем контрольных работ

1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Однородные уравнения. Интегрирующий множитель.
2. Уравнения Лагранжа, Клеро.
3. Уравнения высших порядков.
4. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Интегрируемые комбинации.
5. Линейные уравнения с частными производными первого порядка.
6. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Уравнения Эйлера.
7. Линейные системы дифференциальных уравнений.

Примерный перечень тем коллоквиумов

1. Дифференциальные уравнения первого порядка.
2. Уравнения, допускающие понижение порядка.
3. Линейные уравнения с частными производными первого порядка, задача Коши.
4. Линейные уравнения высших порядков и системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
5. Основные понятия теории устойчивости.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Основные понятия и факты, связанные с дифференциальными уравнениями.

2. Существование, единственность и приближенное решение задачи Коши для уравнения $y' = f(x,y)$.

3. Приближенное построение интегральных кривых с помощью изоклин.

4. Уравнения с разделяющимися переменными и уравнения, сводящиеся к ним.

5. Линейные уравнения 1-го порядка.

6. Уравнения Бернулли и Риккати.

7. Уравнения в полных дифференциалах.

8. Интегрирующий множитель.

9. Уравнения вида $x = f(y'), y = f(y')$.

10. Уравнения вида $x = f(y, y'), y = f(x, y')$.

11. Уравнения Клеро и Лагранжа.

12. Уравнения высших порядков. Важнейшие случаи, допускающие решение в квадратурах либо понижение порядка.

13. Системы дифференциальных уравнений. Метод исключения. Общий интеграл.

14. Линейные однородные уравнения в частных производных. Задача Коши.

15. Квазилинейные уравнения в частных производных. Задача Коши.

16. Линейная зависимость функций и вронскиан.

17. Линейные однородные уравнения. Линейная зависимость решений. Вронскиан решений.

18. Понятие фундаментальной системы решений (ф.с.р.). Существование ф.с.р. для линейного однородного уравнения.

19. Формула общего решения линейного однородного уравнения.

20. Нахождение ф.с.р. в случае постоянных коэффициентов уравнения.

21. Метод Лагранжа для линейных уравнений.

22. Метод неопределенных коэффициентов для линейных уравнений.

23. Линейные уравнения Эйлера.

24. Линейные однородные системы.

25. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами.

26. Метод Лагранжа для линейных систем.

27. Метод неопределенных коэффициентов для линейных систем.

28. Задачи Коши и краевые задачи для линейных уравнений и систем.

29. Решения линейных уравнений и систем в виде степенных рядов.

30. Уравнение Эйри.

31. Устойчивость решений. Исследование устойчивости по 1-му приближению. Критерий Рауса-Гурвица.

32. Фазовая плоскость. Типы фазовых картин. Обоснование одной (любой) из фазовых картин.

33. Математические модели, связанные с фазовыми картинами.

34. Линейные интегральные уравнения 2-го рода. Случай вырожденного ядра.

35. Задачи вариационного исчисления и понятие о способах их решения.

36. Задачи физики и геометрии, приводящие к дифференциальным уравнениям и понятиям вариационного исчисления , и их решение:

a. вывод и решение уравнения гармонических колебаний;
b. задача о форме кривой, создающей разные площади с осями координат;
c. задача о форме провисания нерастяжимой нити;
d. задача о свободном движении шарика во вращающейся трубке;
e. задача о переменной концентрации газа;
f. задача о брахистохроне.

Методические рекомендации по организации обучения в случае необходимости преимущественного применения электронных средств обучения (ЭСО).

В случае необходимости проведения занятий с преимущественным применением ЭСО занятия следует проводить на образовательном портале физического факультета (www.eduphys.bsu.by). Для обеспечения учебного процесса преподаватель может использовать все технические средства, предоставляемые образовательным порталом физического факультета. В случае технической неисправности образовательного портала преподаватель вправе использовать иные ресурсы по своему усмотрению.

Контрольные мероприятия проводятся на образовательном портале согласно учебно-методической карте. В случае необходимости письменные контрольные работы разрешается заменить компьютерным тестированием, эссе, индивидуальным заданием или иной доступной на образовательном портале формой контроля знаний. Преподаватель вправе не проводить контроль знаний после каждого занятия.

Проведение экзамена в устной форме

1. Всем студентам дается примерно одинаковое время на подготовку и ответ. Расписание ответов согласуется со студентами до начала экзамена
2. Студент получает доступ к своему заданию в назначенное время. Ответ оформляется студентом в письменном виде, затем сканируется.
3. После окончания времени подготовки студент подключается к соответствующему вебинару (bigbluebutton или иному) на образовательном портале физического факультета, включает микрофон и вебкамеру (или иными способами идентифицирует свою личность).
4. Преподаватель предоставляет студенту возможность демонстрировать свой экран с подготовленным ответом на экзаменационный билет и проводит опрос.

5. Преподаватель сообщает студенту оценку текущего контроля, экзаменационную и рейтинговую оценку. Студент устно подтверждает, что ознакомлен с итоговой оценкой.
6. Аудио- и видеозапись вебинара ведется в случае наличия технических возможностей.

Проведение экзамена в форме компьютерного теста.

1. Все студенты начинают проходить тест в одно и то же время. Время начала теста, длительность теста и количество вопросов в тесте сообщается студентам заранее (не позднее, чем на консультации). По истечении времени открытые попытки отправляются автоматически.
2. Тест закрывается в установленный срок, определяемый преподавателем и сообщаемый студентам заранее (не позднее, чем на консультации). Длительность теста не может превышать времени от начала теста до его закрытия, но может с ним совпадать.
3. Студент может видеть результаты своей попытки (а именно: является ли его ответ на каждый вопрос правильным, баллы за ответ, правильный ответ на каждый вопрос, итоговый отзыв к тесту) только после закрытия теста.
4. Экзаменационная оценка (оценка текущей аттестации) выставляется на основании шкалы перевода процента верных ответов в десятибалльную оценку:

Процент верных ответов	0-14	15-24	25-34	35-44	45-54	55-64	65-74	75-84	85-94	95-100
Оценка	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

5. Решением кафедры данную шкалу можно изменить. Студенты должны быть ознакомлены со шкалой заранее (не позднее, чем на консультации).
6. После закрытия теста на протяжении 45 минут (срок апелляции) студент имеет право обратиться в письменной форме на образовательном портале в соответствующем форуме данного курса к преподавателю за пояснениями о том, почему его ответ на тот или иной вопрос был неверен. В течение 90 минут с момента появления вопроса студент должен получить письменные разъяснения со стороны преподавателя.
7. После ответа на последний вопрос (или по истечении срока апелляции, если вопросов не было), преподавателем в течение 45 минут должна быть выставлена на образовательном портале фотография (скан) заполненной экзаменационной ведомости с итоговыми оценками по дисциплине.

8. На протяжении двух часов после выставления экзаменационной ведомости по дисциплине каждый студент должен в письменной форме на образовательном портале подтвердить, что он ознакомлен с итоговой оценкой по курсу.
9. По усмотрению преподавателя, если шкала перевода процента верных ответов на тест имеет верхнее ограничение ниже 10 баллов, то студент имеет право на ответ в устной или устно-письменной форме для получения наивысшей оценки текущей аттестации. В таком случае, после закрытия теста студент выходит на связь с преподавателем любым заранее (не позднее, чем на консультации) оговоренным образом. Время апелляции начинает отсчитываться от окончания видеосвязи с последним студентом, и далее вступают в силу п.п. 6-8.
10. Если по каким-то причинам студент не имеет технической возможности пройти тест он-лайн в установленное время, он обязан сообщить об этом не позднее, чем на консультации, для того, чтобы факультет предоставил ему такую возможность.
11. В случае возникновения во время теста обстоятельств непреодолимой силы, не позволяющих студенту пройти тест, он незамедлительно должен сообщить об этом преподавателю любым способом.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Математический анализ	Высшей математики и математической физики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 10 от 26 мая 2020 г.)
Методы математической физики	Высшей математики и математической физики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 10 от 26 мая 2020 г.)

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УВО
на 2021 / 2022учебный год

№№ пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры высшей математики и математической физики
(протокол № от 20 г.)

Заведующая кафедрой высшей математики
и математической физики _____Н.Г. Абрашина-Жадаева

УТВЕРЖДАЮ
Декан физического факультета
к.ф.-м.н., профессор _____ М.С. Тиванов