

Белорусский государственный университет



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе
и образовательным инновациям

О.Н. Здрок

2020 г.

Регистрационный № УД- 8367 уч.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальностей:**

1-31 04 06 Ядерные физика и технологии

1-31 04 07 Физика наноматериалов и нанотехнологий

1-31 04 01 Физика (по направлениям)

направление специальности

1-31 04 01-01 Физика (научно-исследовательская деятельность)

1-31 04 01-02 Физика (производственная деятельность)

Минск 2020 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 04 01-2013, ОСВО 1-31 04 06-2013, ОСВО 1-31 04 07-2013 от 30.08.2013; учебных планов №G31-214/уч., №G31и-215/уч., №G31-218/уч., №G31и-219/уч. от 20.02.2018, №G31-162/уч., №G31и-177/уч. от 30.05.2013, № G31-229/уч. № G31и-230/уч. от 20.03.2019, № G31сибд-237/уч. от 01.04.2020 и типовой учебной программы «Дифференциальные и интегральные уравнения» № ТД-G.509/тип. от 27.04.2015г

СОСТАВИТЕЛИ:

О.А. Кононова — доцент кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

Н.К. Филиппова — доцент кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

А.П. Шилин — доцент кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

М.А. Глецевич — старший преподаватель кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Ласый П.Г. — доцент кафедры высшей математики Белорусского национального технического университета, кандидат физ.-мат. наук, доцент.

Старовойтов А.П. — профессор кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений Гомельского государственного университета им. Ф. Скорины, доктор физ.-мат. наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

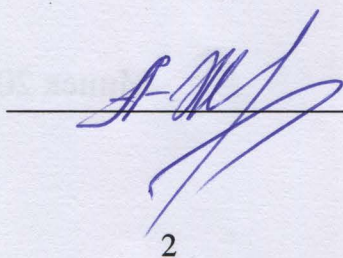
Кафедрой высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета
(протокол № 10 от 26 мая 2020 г.)

Научно-методическим Советом Белорусского государственного университета
(протокол № 5 от 17.06. 2020 г.)

Заведующая кафедрой

высшей математики

и математической физики



Абрашина-Жадаева Н.Г.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины – обеспечить студентов необходимыми знаниями и привить практический навык работы с фундаментальными понятиями дифференциальных и интегральных уравнений, ознакомить с основными понятиями теории устойчивости и вариационного исчисления и их применением в физических задачах.

Задачи учебной дисциплины:

1. освоение основных методов и алгоритмов аналитического решения дифференциальных и интегральных уравнений;
2. обучение использованию базиса теории дифференциальных и интегральных уравнений для исследования и решения математически формализованных физических задач;
3. освоение навыков математического моделирования простейших физических процессов с помощью дифференциальных уравнений.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

В современной физике, как в фундаментальном, так и в прикладном направлениях широко используется математическое моделирование реальных процессов. Дисциплина «Дифференциальные и интегральные уравнения» закладывает необходимый фундамент понятий и методов, используемых при создании моделей динамических процессов с помощью дифференциальных уравнений и систем, вырабатывает у студентов основу навыков моделирования простейших физических явлений и решения (аналитического и численного) получающихся при этом математических задач. Таким образом, дисциплина «Дифференциальные и интегральные уравнения» обеспечивает студентов важным методическим инструментом при решении широкого спектра физических задач.

Учебная дисциплина относится к циклу специальных дисциплин государственного компонента.

Связи с другими учебными дисциплинами.

Дисциплина «Дифференциальные и интегральные уравнения» базируется на знаниях, приобретенных в результате освоения дисциплин «Математический анализ», «Аналитическая геометрия и линейная алгебра». Знания, полученные студентами при изучении дисциплины «Дифференциальные и интегральные уравнения» являются необходимыми для курсов «Методы математической физики», «Математическое моделирование физических процессов».

Дисциплина «Дифференциальные и интегральные уравнения» составляет математическую основу общей и теоретической физики и специальных дисциплин, читаемых на кафедрах физического факультета.

Данная учебная программа по дисциплине согласована с учебными программами по дисциплинам: «Математический анализ», «Аналитическая геометрия и линейная алгебра».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Дифференциальные и интегральные уравнения» должно обеспечить формирование следующих компетенций:

академические компетенции:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникации.

АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

социально-личностные компетенции:

СЛК-1. Обладать качествами гражданственности.

СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

СЛК-4. Владеть навыками здорового образа жизни.

СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.

СЛК-6. Уметь работать в команде.

для специальности 1-31 04 01 Физика (по направлениям),
направления специальности 1-31 04 01-01 Физика (научно-исследовательская деятельность), 1-31 04 01-02 Физика (производственная деятельность) и 1-31 04 01-02 Физика (производственная деятельность) (СИБД)

профессиональные компетенции:

ПК-1. Применять знания теоретических и экспериментальных основ физики, современных технологий и материалов, методы исследования физических объектов, методы измерения физических величин, методы автоматизации эксперимента.

ПК-2. Использовать новейшие открытия в естествознании, методы научного анализа, информационные образовательные технологии, физические основы современных технологических процессов, научное оборудование и аппаратуру.

ПК-4. Пользоваться глобальными информационными ресурсами, компьютерными методами сбора, хранения и обработки информации, системами автоматизированного программирования, научно-технической и патентной литературой.

для специальности 1-31 04 06 Ядерные физика и технологии
профессиональные компетенции:

ПК-1. Применять знания теоретических и экспериментальных основ ядерной физики и ядерных технологий, ядерно-физических методов исследования, методов измерения физических величин, методов автоматизации эксперимента, методов планирования, организации и ведения научно-производственной, научно-педагогической, производственно-технической, опытноконструкторской работы в области ядерно-физических технологий и атомной энергетики.

ПК-2. Осуществлять на основе методов математического моделирования оценку производственных процессов.

ПК-10. Пользоваться государственными языками Республики Беларусь и иными иностранными языками как средством делового общения.

для специальности 1-31 04 07 Физика наноматериалов и нанотехнологий

профессиональные компетенции:

ПК-1. Применять знания теоретических и экспериментальных основ физики наноматериалов и нанотехнологий, методов исследования физических объектов, методов измерения физических величин, методов автоматизации эксперимента, методов планирования, организации и ведения научно-производственной, научно-педагогической, производственно-технической, опытно-конструкторской работы.

ПК-2. Осуществлять на основе методов математического моделирования оценку эксплуатационных параметров функциональных наноматериалов и технологических процессов их получения.

ПК-8. Пользоваться государственными языками Республики Беларусь и иными иностранными языками как средством делового общения.

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать:

- основные типы уравнений, разрешимые в квадратурах;
- условия существования, единственности и устойчивости решения обыкновенных дифференциальных уравнений и систем;
- линейные интегральные уравнения с вырожденным и симметричным ядрами;
- основные понятия теории устойчивости;
- основные понятия вариационного исчисления;

уметь:

- находить общее решение уравнений первого порядка и исследовать решения задачи Коши;

- понижать порядок обыкновенных дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка;
- решать линейные системы и линейные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами;

владеть:

- методами решения обыкновенных дифференциальных уравнений и систем;
- методами решения линейных систем уравнений и линейных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами;
- методами описания простейших физических процессов с помощью дифференциальных уравнений.

Для успешного освоения курса «Дифференциальные и интегральные уравнения» студенты должны владеть теоретическим материалом в объеме программы и выполнять задания семинарских занятий.

Структура учебной дисциплины

Для специальностей **1-31 04 06 Ядерные физика и технологии, 1-31 04 07 Физика наноматериалов и нанотехнологий, 1- 31 04 01 Физика (по направлениям) направление специальности 1-31 04 01-01 Физика (научно-исследовательская деятельность)**

дисциплина изучается во 2 и 3 семестрах дневной формы получения высшего образования. Всего на изучение учебной дисциплины «Дифференциальные и интегральные уравнения» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 256 часов, в том числе 116 аудиторных часов, из них:

во 2 семестре: отведено 52 аудиторных часа, из них: лекции – 22 часа, практические занятия – 26 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа (в том числе - 2ч/ДО);

в 3 семестре: отведено 64 аудиторных часа, из них: лекции – 28 часов, практические занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа – 6 часов (в том числе – 2ч/ДО).

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 7 зачетных единиц.

Форма текущей аттестации по учебной дисциплине – экзамен во 2 и в 3 семестрах.

Для специальности **1- 31 04 01 Физика (по направлениям) направление специальности 1-31 04 01-02 Физика (производственная деятельность), 1-31 04 01-02 Физика (производственная деятельность) (СИБД)**

дисциплина изучается во 2-ом семестре дневной формы получения высшего образования. Всего на изучение учебной дисциплины отведено:

- для очной формы получения высшего образования – 234 часа, в том числе 112 аудиторных часов, из них: лекции - 52 часа, практические занятия - 54 часа, управляемая самостоятельная работа - 6 часов (в том числе – 2ч/ДО).

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 6,5 зачетных единиц.

Форма текущей аттестации по учебной дисциплине – зачет, экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной.

Тема 1.1. Основные понятия и определения. Геометрическое и механическое истолкование уравнения и его решения. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Общее решение, частное решение, особое решение.

Тема 1.2. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения.

Тема 1.3. Уравнения, приводящиеся к однородному. Обобщенные однородные уравнения.

Тема 1.4. Линейные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли. Уравнения Риккати.

Тема 1.5. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

Раздел 2. Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной.

Тема 2.1. Дифференцирование уравнений. Огибающая однопараметрического семейства кривых. Теоремы об особых решениях.

Тема 2.2. Интегрирование уравнений. Метод введения параметра, уравнения Лагранжа, уравнения Клеро. Задача об изогональных траекториях.

Раздел 3. Уравнения высших порядков.

Тема 3.1. Основные понятия и определения. Задача Коши. Общее, частное, особое решения. Промежуточные интегралы. Первые интегралы. Уравнения, интегрируемые в квадратурах.

Тема 3.2. Уравнения, не содержащие искомой функции и последовательных первых производных. Уравнения, не содержащие независимой переменной.

Тема 3.3. Уравнения, однородные относительно искомой функции и ее производных. Уравнения, левая часть которых есть точная производная.

Раздел 4. Системы дифференциальных уравнений.

Тема 4.1. Нормальные системы. Геометрическое истолкование нормальной системы. Механическое истолкование. Задача Коши. Общее, частное, особое решения. Приведение уравнения n -ого порядка к системе n уравнений первого порядка и обратная задача. Системы обыкновенных ДУ в симметрической форме.

Тема 4.2. Понятие об интеграле нормальной системы. Первые интегралы. Общий интеграл. Понижение порядка нормальной системы.

Раздел 5. Линейные уравнения с частными производными первого порядка.

Тема 5.1. Понятие об уравнениях с частными производными первого порядка. Однородные линейные уравнения с частными производными первого порядка. Общее решение. Задача Коши.

Тема 5.2. Неоднородные линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Общее решение. Задача Коши. Характеристики и интегральные поверхности. Существование и единственность решения задачи Коши.

Раздел 6. Линейные уравнения n -го порядка.

Тема 6.1. Однородные линейные уравнения. Понятие о линейной независимости функций. Существование фундаментальной системы решений. Построение общего решения. Формула Остроградского-Лиувилля. Построение однородного линейного уравнения, имеющего заданную фундаментальную систему решений.

Тема 6.2. Неоднородные линейные уравнения n -ого порядка. Метод вариации произвольной постоянной. Метод Коши.

Тема 6.3. Линейные уравнения n -ого порядка с постоянными коэффициентами. Метод Лагранжа. Метод Эйлера. Колебательные движения. Явление резонанса.

Тема 6.4. Приведение однородного линейного уравнения n -ого порядка к уравнению с постоянными коэффициентами при помощи замены независимой переменной. Уравнение Эйлера.

Тема 6.5. Интегрирование линейных уравнений 2-го порядка. Степенные и обобщенно степенные ряды. Решение краевой задачи с помощью функции Грина.

Раздел 7. Системы линейных дифференциальных уравнений.

Тема 7.1. Линейные системы. Свойства решений. Формула Остроградского-Лиувилля. Построение общего решения однородной системы. Линейные неоднородные системы. Метод вариации произвольных постоянных.

Тема 7.2. Линейные системы с постоянными коэффициентами. Построение общего решения. Построение частного решения неоднородной системы с помощью метода неопределенных коэффициентов.

Раздел 8. Теоремы о существовании и единственности решений дифференциальных уравнений и систем.

Тема 8.1. Теорема Пикара. Теоремы о непрерывной зависимости решения от начальных данных и от параметров.

Раздел 9. Элементы теории устойчивости.

Тема 9.1. Основные определения и понятия теории устойчивости. Тривиальное решение и его устойчивость по Ляпунову.

Тема 9.2. Простейшие типы точек покоя для однородной системы двух уравнений с двумя неизвестными и их устойчивость. Об исследовании на устойчивость по первому приближению. Метод функции Ляпунова. Основные теоремы Ляпунова.

Раздел 10. Сведения об интегральных уравнениях.

Тема 10.1 Теоремы Фредгольма. Уравнения Фредгольма и Вольтерра. Собственные значения и собственные функции интегрального однородного уравнения. Существование и единственность решения уравнения Фредгольма.

Тема 10.2. Интегральные уравнения с вырожденным ядром.

Раздел 11. Элементы вариационного исчисления.

Тема 11.1. Линейное нормированное пространство. Пространство непрерывных функций. Эпсилон-окрестность и расстояние между точками. Определение функционала. Непрерывность, линейность функционала. Экстремум функционала. Вариация функционала.

Тема 11.2. Необходимое условие экстремума функционала. Основная лемма вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Экстремали уравнение Эйлера-Пуассона. Уравнение Эйлера-Остроградского.

Тема 11.3. Вариационные задачи на условный экстремум. Приложения вариационного исчисления к задачам механики и физики.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Для специальностей **1-31 04 06 Ядерные физика и технологии, 1-31 04 07 Физика наноматериалов и нанотехнологий, 1- 31 04 01 Физика (по направлениям) направление специальности 1-31 04 01-01 Физика (научно-исследовательская деятельность)**

Дневная форма получения образования с применением дистанционных образовательных технологий

Номер раздела, темы	Название темы	Количество аудиторных часов		Количество часов УСП	Формы контроля знаний
		лекции	Практические занятия		
1	2	3	4	5	6
	2 семестр				
1.	Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной	6	10		
1.1.	Основные понятия и определения. Геометрическое и механическое истолкование уравнения и его решения. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Общее решение, частное решение, особое решение.	2			Компьютерное тестирование
1.2.	Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения.	1	2		Компьютерное тестирование
1.3.	Уравнения, приводящиеся к однородному. Обобщенные однородные уравнения.	1	3		Компьютерное тестирование
1.4.	Линейные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли. Уравнения Риккати.	1	3		Компьютерное тестирование
1.5.	Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.	1	2		Компьютерное тестирование
2.	Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной 10ч.	4	4	1	
2.1.	Дифференцирование уравнений. Огибающая однопараметрического семейства кривых. Теоремы об особых решениях.	2			Компьютерное тестирование

2.2.	Интегрирование уравнений. Метод введения параметра, уравнения Лагранжа, уравнения Клеро. Задача об изогональных траекториях.	2	4	1	Контрольная работа по разделам 1-2
3.	Уравнения высших порядков	4	4		
3.1.	Основные понятия и определения. Задача Коши. Общее, частное, особое решения. Уравнения, интегрируемые в квадратурах.	2			Компьютерное тестирование
3.2.	Уравнения, не содержащие искомой функции и последовательных первых производных Уравнения, не содержащие независимой переменной.	1	2		Компьютерное тестирование
3.3.	Уравнения, однородные относительно искомой функции и ее производных. Обобщенное однородное уравнение. Уравнения, левая часть которого есть точная производная.	1	2		Компьютерное тестирование
4.	Системы дифференциальных уравнений	4	4		
4.1.	Нормальные системы. Геометрическое истолкование нормальной системы. Механическое истолкование. Задача Коши. Общее, частное, особое решения. Приведение уравнения n-го порядка к системе n уравнений первого порядка и обратная задача. Системы обыкновенных ДУ в симметрической форме	2	2		Компьютерное тестирование
4.2.	Понятие об интеграле нормальной системы. Первые интегралы. Общий интеграл. Понижение порядка нормальной системы.	2	2		Компьютерное тестирование
5.	Линейные уравнения с частными производными первого порядка	4	4	3	
5.1.	Понятие об уравнениях с частными производными первого порядка. Однородные линейные уравнения с частными производными первого порядка. Общее решение. Задача Коши.	2	2	1	Контрольная работа по разделам 3-5.
5.2.	Неоднородные линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Общее решение. Задача Коши. Характеристики и интегральные поверхности. Существование и единственность решения задачи Коши.	2	2	2(ДО)	Коллоквиум Часть 1
	Всего часов за второй семестр	22	26	4	
	3 семестр				
6	Линейные уравнения n-го порядка	10	12	2	
6.1.	Однородные линейные уравнения. Понятие о линейной независимости функций. Существование фундаментальной системы решений. Построение общего решения. Формула Остроградского-Лиувилля. Построение однородного линейного уравнения, имеющего заданную фундаментальную систему решений.	2			Компьютерное тестирование
6.2.	Неоднородные линейные уравнения n-го порядка. Метод вариации произвольной постоянной. Метод Коши.	2	2		Компьютерное тестирование

6.3.	Линейные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Лагранжа. Метод Эйлера. Колебательные движения. Явление резонанса.	2	4		Компьютерное тестирование
6.4.	Приведение однородного линейного уравнения n -го порядка к уравнению с постоянными коэффициентами при помощи замены независимой переменной. Уравнение Эйлера.	2	2		Компьютерное тестирование
6.5.	Интегрирование линейных уравнений 2-го порядка. Степенные и обобщенно степенные ряды. Решение краевой задачи с помощью функции Грина.	2	4	2	Контрольная работа по разделу 6
7.	Системы линейных дифференциальных уравнений	4	8	2	
7.1.	Линейные системы. Свойства решений. Формула Остроградского-Лиувилля. Построение общего решения однородной системы. Линейные неоднородные системы. Метод вариации произвольных постоянных.	2	4		Компьютерное тестирование
7.2.	Линейные системы с постоянными коэффициентами. Построение общего решения. Построение частного решения неоднородной системы с помощью неопределенных коэффициентов.	2	4	2	Контрольная работа по разделу 7
8.	Теоремы о существовании и единственности решений дифференциальных уравнений и систем	2	2		
8.1.	Теорема Пикара. Теоремы о непрерывной зависимости решения от начальных данных и от параметров.	2	2		Компьютерное тестирование
9.	Элементы теории устойчивости	4	2		
9.1.	Основные определения и понятия теории устойчивости. Тривиальное решение и его устойчивость по Ляпунову.	1			Компьютерное тестирование
9.2.	Простейшие типы точек покоя для однородной системы двух уравнений с двумя неизвестными и их устойчивость. Об исследовании на устойчивость по первому приближению. Метод функции Ляпунова. Основные теоремы Ляпунова.	3	2		Компьютерное тестирование
10	Сведения об интегральных уравнениях	2	2		
10.1.	Теоремы Фредгольма. Уравнения Фредгольма и Вольтерра. Собственные значения и собственные функции интегрального однородного уравнения.	1			Компьютерное тестирование
10.2.	Интегральные уравнения с вырожденным ядром.	1	2		Компьютерное тестирование
11	Элементы вариационного исчисления	6	4	2	
11.1.	Линейное нормированное пространство. Пространство непрерывных функций. Эпсилон-окрестность и расстояние между точками. Определение функционала. Непрерывность, линейность функционала. Экстремум функционала. Вариация функционала..	2			Компьютерное тестирование

11.2.	Необходимое условие экстремума функционала. Основная лемма вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Экстремали уравнение Эйлера-Пуассона. Уравнение Эйлера-Остроградского.	2	2		Компьютерное тестирование
11.3	Вариационные задачи на условный экстремум. Приложения вариационного исчисления к задачам механики и физики.	2	2	2(ДО)	Коллоквиум Часть 2
	Всего	28	30	6	

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Для специальности **1- 31 04 01 Физика (по направлениям)** направление специальности **1-31 04 01-02 Физика (производственная деятельность)**, **1-31 04 01-02 Физика (производственная деятельность) (СИБД)**

Дневная форма получения образования с применением дистанционных образовательных технологий

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		Количество часов УСП	Формы контроля знаний
		лекции	Практические занятия		
1	2	3	4	5	6
1.	Уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной.	8	10		
1.1.	Основные понятия и определения. Геометрическое и механическое истолкование уравнения и его решения. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Общее решение, частное решение, особое решение.	2			Устный опрос
1.2.	Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения.	1	2		Индивидуальные домашние задания
1.3.	Уравнения, приводящиеся к однородному. Обобщенные однородные уравнения.	1	4		Индивидуальные домашние задания
1.4.	Линейные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли. Уравнения Риккати.	2	2		Индивидуальные домашние задания
1.5.	Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.	2	2		Индивидуальные домашние задания
2.	Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной.	2	4		
2.1.	Дифференцирование уравнений. Огибающая однопараметрического семейства кривых. Теоремы об особых решениях.	1			Устный опрос
2.2.	Интегрирование уравнений. Метод введения параметра, уравнения Лагранжа, уравнения Клеро. Задача об изогональных траекториях.	1	4		Индивидуальные домашние задания

3.	Уравнения высших порядков	4	4	2	
3.1.	Основные понятия и определения. Задача Коши. Общее, частное, особое решения. Уравнения, интегрируемые в квадратурах.	2			Устный опрос
3.2.	Уравнения, не содержащие искомой функции и последовательных первых производных. Уравнения, не содержащие независимой переменной.	1	2		Индивидуальные домашние задания
3.3.	Уравнения однородные относительно искомой функции и ее производных. Уравнения, левая часть которого есть точная производная.	1	2	2	Контрольная работа по разделам 1-3
4.	Системы дифференциальных уравнений	4	2		
4.1.	Нормальные системы. Геометрическое истолкование нормальной системы. Механическое истолкование. Задача Коши. Общее, частное, особое решения. Приведение уравнения n -го порядка к системе n уравнений первого порядка и обратная задача. Системы обыкновенных ДУ в симметрической форме.	2			Устный опрос
4.2.	Понятие об интеграле нормальной системы. Первые интегралы. Общий интеграл. Понижение порядка нормальной системы.	2	2		Индивидуальные домашние задания
5.	Линейные уравнения с частными производными первого порядка	4	4		
5.1.	Понятие об уравнениях с частными производными первого порядка. Однородные линейные уравнения с частными производными первого порядка. Общее решение. Задача Коши.	2	2		Индивидуальные домашние задания
5.2.	Неоднородные линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Общее решение. Задача Коши. Характеристики и интегральные поверхности. Существование и единственность решения задачи Коши.	2	2		Индивидуальные домашние задания
6	Линейные уравнения n-го порядка	10	12		
6.1.	Однородные линейные уравнения. Понятие о линейной независимости функций. Существование фундаментальной системы решений. Построение общего решения. Формула Остроградского-Лиувилля. Построение однородного линейного уравнения, имеющего заданную фундаментальную систему решений.	2			Устный опрос
6.2.	Неоднородные линейные уравнения n -го порядка. Метод вариации произвольной постоянной. Метод Коши.	2	2		Индивидуальные домашние задания
6.3.	Линейные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Лагранжа. Метод Эйлера. Колебательные движения. Явление резонанса.	2	4		Индивидуальные домашние задания
6.4.	Приведение однородного линейного уравнения n -го порядка к уравнению с постоянными коэффициентами. Уравнение Эйлера.	1	2		Индивидуальные домашние задания

6.5.	Интегрирование линейных уравнений 2-го порядка. Степенные и обобщенно степенные ряды. Решение краевой задачи с помощью функции Грина.	3	4		Индивидуальные домашние задания
7.	Системы линейных дифференциальных уравнений	6	6	2	
7.1.	Линейные системы. Свойства решений. Формула Остроградского-Лиувилля. Построение общего решения однородной системы. Линейные неоднородные системы. Метод вариации произвольных постоянных.	3			Устный опрос
7.2.	Линейные системы с постоянными коэффициентами. Построение общего решения. Построение частного решения неоднородной системы с помощью метода неопределенных коэффициентов.	3	6	2	Контрольная работа по разделам 4-7
8.	Теоремы о существовании и единственности решений дифференциальных уравнений и систем.	1	2		
8.1.	Теорема Пикара. Теоремы о непрерывной зависимости решения от начальных данных и от параметров.	1	2		Устный опрос
9.	Элементы теории устойчивости	3	4		
9.1.	Основные определения и понятия теории устойчивости. Тривиальное решение и его устойчивость по Ляпунову.	1	1		Индивидуальные домашние задания
9.2.	Простейшие типы точек покоя для однородной системы двух уравнений с двумя неизвестными и их устойчивость. Об исследовании на устойчивость по первому приближению. Метод функции Ляпунова. Основные теоремы Ляпунова.	2	3		Индивидуальные домашние задания
10	Сведения об интегральных уравнениях	4	2		
10.1	Теоремы Фредгольма. Уравнения Фредгольма и Вольтерра. Собственные значения и собственные функции интегрального однородного уравнения.	2			Устный опрос
10.2.	Интегральные уравнения с вырожденным ядром.	2	2		Индивидуальные домашние задания
11	Элементы вариационного исчисления	6	4	2	
11.1.	Линейное нормированное пространство. Пространство непрерывных функций. Эпсилон-окрестность и расстояние между точками. Определение функционала. Непрерывность, линейность функционала. Экстремум функционала. Вариация функционала..	2			Устный опрос
11.2.	Необходимое условие экстремума функционала. Основная лемма вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Экстремали уравнение Эйлера-Пуассона. Уравнение Эйлера-Остроградского.	2	2		Контроль домашних заданий
11.3	Вариационные задачи на условный экстремум. Приложения вариационного	2	2	2(ДО)	Коллоквиум

	исчисления к задачам механики и физики.				
	Всего	52	54	6	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. *Васильева, А.Б.* Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах: Учебное пособие. Изд. 3-е, испр / А. Б. Васильева, Г. Н. Медведев, Н. А. Тихонов, Т. А. Уразгильдина. — СПб: Лань, 2010. — 432 с.
2. *Тихонов, А.Н.* Дифференциальные уравнения / А.Н. Тихонов, А.Б. Васильева, А.Г. Свешников. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 236 с.
3. *Эльсгольц, Л.Э.* Дифференциальные уравнения. / Л.Э. Эльсгольц. — М.: Едиториал УРСС, 2020. — 312 с.
4. *Эльсгольц, Л.Э.* Вариационное исчисление. / Л.Э. Эльсгольц. — М.: Едиториал УРСС, 2019. — 208 с.
5. *Матвеев, Н.М.* Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений / Н.М. Матвеев. — Издание пятое, дополненное. СПб.: Издательство Лань. 2003. — 832 с.
6. *Филиппов, А.Ф.* Сборник задач по дифференциальным уравнениям: Учебное пособие. Изд. 7-е, стереотип./ А.Ф. Филиппов. — М: ЛЕНАНД, 2015. — 240 с.
7. *Матвеев, Н.М.* Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Н.М. Матвеев. — 7-е изд., доп. - СПб.: Лань, 2002. — 431 с.
8. *Глецевич М.А.* Высшая математика. Сборник задач: учеб. пособие. В 3 ч. Ч. 3. Дифференциальные уравнения. Аналитические функции. Элементы функционального анализа / М. А. Глецевич [и др.]; под ред. Н.Г. Абрашиной-Жадаевой, В. Н. Русака. — Минск: БГУ, 2015. — 391 с.
9. *Краснов, М.Л.* Интегральные уравнения. Введение в теорию / М.Л. Краснов. — М.: Едиториал УРСС (изд. стереотип.), 2019. — 304 с.
10. *Васильева А.Б.* Интегральные уравнения/ А.Б.Васильева, Н.А. Тихонов. — СПб: Лань, 2009. — 160 с.
11. *Альсевич, Л.А.,* Дифференциальные уравнения. Практикум: учеб. пособие / Л.А. Альсевич, С.А. Мазаник, Г.А. Расолько, Л.П. Черенкова. — Мн: Вышэйшая школа, 2012. — 382 с.

Дополнительная

1. *Богданов, Ю.С.* Лекции по дифференциальным уравнениям/ Ю.С. Богданов. — Мн.:Універсітэцкае, 1977. — 240 с.
2. *Камке, Э.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Э. Камке. — СПб: Лань, 2003. — 576 с.
3. *Богданов, Ю.С.* Дифференциальные уравнения / Ю.С. Богданов, С.А.Мазаник, Ю.Б. Сыроид. — Мн.:Універсітэцкае, 1996. —287 с.

4. *Карташов, А.П.* Обыкновенные дифференциальные уравнения и основы вариационного исчисления / А.П. Карташов, Б.Л. Рождественский. — М.: Наука, 1986. — 272 с.

5. *Шилин, А.П.* Дифференциальные уравнения. Подробный разбор решений типовых примеров. 1800 примеров, собранных в многовариантные задания по важнейшим темам курса. Коллекция важнейших типов решений алгоритмического характера./ А.П. Шилин. — М.: Ленанд, 2017. — 312 с.

6. *Шилин, А.П.* Метод неопределенных коэффициентов для линейного дифференциального уравнения первого порядка с постоянным коэффициентом : учеб.-метод. пособие / А. П. Шилин. — Минск : БГУ, 2013. — 13 с. — Библиогр.: с. 13. Дата публикации: 3-июня — 2013. Деп. в БГУ 29.05.2013, № 001729052013.

7. *Шилин, А.П.* Задания к контрольным мероприятиям по курсу дифференциальных уравнений для студентов физических специальностей [Электронный ресурс]: учеб.-метод разработка / А.П. Шилин. М.А. Глецевич // Вестник БГУ, Серия 3. 2015. — С. 134 (аннотация; БГУ. Электрон. Тестовые дан. Минск, 2015. 39с. <http://www.elib.bsu.by>. Деп. 23.06.2015, №003623062015.

8. *Кононова, О.А.* Линейные интегральные уравнения : учеб.-метод. пособие / О. А. Кононова, Н. К. Филиппова, А. П. Шилин ; БГУ, Физический фак., Каф. высшей математики и математической физики. — Минск : БГУ, 2014. — 18 с. — Библиогр.: с. 18. Режим доступа: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/100536>. — Дата публикации: 12-августа — 2014. Деп. в БГУ 29.05.2014, №004029052014

9. *Кононова, О.А.* Линейные однородные дифференциальные уравнения с переменными коэффициентами и основные методы их решения : учебно-методическая разработка / О. А. Кононова, Н. И. Ильинкова, Н. К. Филиппова ; БГУ, Физический фак., Каф. высшей математики и математической физики. - Минск : БГУ, 2019. — 18 с. — Библиогр.: с. 17 Дата публикации: 5-12 - 2019. Деп. в БГУ 04.12.2019, № 011704122019

10. *Кононова, О.А.* Метод Коши для линейного неоднородного уравнения : учебно-методическая разработка / О. А. Кононова, Н. И. Ильинкова, Н. К. Филиппова ; БГУ, Физический фак., Каф. высшей математики и математической физики. — Минск : БГУ, 2015. — 11 с. — Библиогр.: с. 11 Дата публикации: 21-10 - 2015. Деп. в БГУ 08.06.2015, № 002808062015

11. *Кононова, О.А.* Метод Лагранжа для линейного неоднородного уравнения : учебно-методическая разработка / О. А. Кононова, Н. И. Ильинкова, Н. К. Филиппова ; БГУ, Физический фак., Каф. высшей математики и математической физики. — Минск : БГУ, 2015. — 16 с. — Библиогр.: с. 16. Дата публикации: 21-10 - 2015. Деп. в БГУ 08.06.2015, № 002708062015

12. *Кононова, О.А.* Нахождение частного решения неоднородного линейного уравнения методом неопределенных коэффициентов : учебно-методическая разработка / О. А. Кононова, Н. И. Ильинкова, Н. К. Филиппова ; БГУ, Физический фак., Каф. высшей математики и

математической физики. – Минск : БГУ, 2016. – 13 с. – Библиогр.: с. 13 Дата публикации: 24-11-2016. Деп. в БГУ 24.11.2016, № 008124112016

13. *Кононова, О.А.* Линейные однородные уравнения второго порядка с переменными коэффициентами и нахождение решения при помощи степенных и обобщенных степенных рядов : учебно-методическая разработка / О. А. Конова, Н. И. Ильинкова, Н. К. Филиппова ; БГУ, Физический фак., Каф. высшей математики и математической физики. - Минск : БГУ, 2018. - 18 с. – Библиогр.: с. 18. Дата публикации: 28-10-2018. Деп. в БГУ 29.10.2018, № 008329102018

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Для текущего контроля и самоконтроля знаний и умений студентов по данной дисциплине используется следующий диагностический инструментарий:

- тестовые задания по отдельным разделам (темам) дисциплины с использованием ИКТ для обучающихся по специальностям: 1-31 04 06 Ядерные физика и технологии, 1-31 04 07 Физика наноматериалов и нанотехнологий, 1- 31 04 01 Физика (по направлениям) направление специальности 1-31 04 01-01 Физика (научно-исследовательская деятельность);

- проведение коллоквиумов с заданиями различного формата (ДО)– 2 для обучающихся по специальностям: 1-31 04 06 Ядерные физика и технологии, 1-31 04 07 Физика наноматериалов и нанотехнологий, 1- 31 04 01 Физика (по направлениям) направление специальности 1-31 04 01-01 Физика (научно-исследовательская деятельность) и 1 для обучающихся по специальностям: 1- 31 04 01 Физика (по направлениям) направление специальности 1-31 04 01-02 Физика (производственная деятельность), 1-31 04 01-02 Физика (производственная деятельность) (СИБД);

- письменные контрольные работы по отдельным темам курса – 4 для обучающихся по специальностям: 1-31 04 06 Ядерные физика и технологии, 1-31 04 07 Физика наноматериалов и нанотехнологий, 1- 31 04 01 Физика (по направлениям) направление специальности 1-31 04 01-01 Физика (научно-исследовательская деятельность) и 2 для обучающихся по специальностям: 1- 31 04 01 Физика (по направлениям) направление специальности 1-31 04 01-02 Физика (производственная деятельность), 1-31 04 01-02 Физика (производственная деятельность) (СИБД).

Контрольные мероприятия проводятся в соответствии с учебно-методической картой дисциплины. В случае неявки на контрольное мероприятие по уважительной причине студент вправе по согласованию с преподавателем выполнить его в дополнительное время. Для студентов, получивших неудовлетворительные оценки за контрольные мероприятия, либо не явившихся по неуважительной причине, по согласованию с преподавателем и с разрешения заведующего кафедрой мероприятие может быть проведено повторно. Предлагается аналогичное домашнее задание, обязательное выполнение которого является необходимым условием для получения зачета и допуска к экзамену.

Контрольная работа проводится в письменной форме.

При проведении коллоквиумов с заданиями различного формата преподаватель может использовать весь инструментарий, предоставляемый образовательным порталом физического факультета (eduphys.bsu.by) для разработки заданий различного формата и уровня сложности.

Оценка всех форм текущего контроля проводится по десятибалльной шкале.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Дифференциальные и интегральные уравнения» учебным планом 1-31 04 06 Ядерные физика и технологии, 1-31 04 07 Физика наноматериалов и нанотехнологий, 1- 31 04 01 Физика (по направлениям) направление специальности 1-31 04 01-01 Физика (научно-исследовательская деятельность), зачет и экзамен для специальности 1- 31 04 01 Физика (по направлениям) направление специальности 1-31 04 01-02 Физика (производственная деятельность), 1-31 04 01-02 Физика (производственная деятельность) (СИБД).

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Оценка текущего контроля знаний рассчитывается как среднее арифметическое оценок за каждое из письменных контрольных работ и коллоквиумов, либо по формуле (на усмотрение преподавателя):

$$TK = 0,5 \cdot \left(\frac{\sum_{i=1}^m \text{контр}_i}{m} \right) + 0,3 \cdot \frac{\sum_{i=1}^n \text{коллокв}_i}{n} + 0,2 \cdot \frac{\sum_{i=1}^k \text{комп.тест}_i}{k},$$

где TK – это оценка текущего контроля знаний, контр_i – оценки по десятибалльной шкале за контрольные работы (m – количество контрольных работ), коллокв_i – оценки по десятибалльной шкале за коллоквиумы (n – количество коллоквиумов); комп.тест_i – оценки по десятибалльной шкале за компьютерные тесты (k – количество компьютерных тестов).

Текущая аттестация по учебной дисциплине проводится в форме экзамена, к экзамену допускаются студенты, чья оценка текущей успеваемости не менее 4 баллов.

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценки текущей успеваемости составляет 40 %, экзаменационной оценки – 60 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

В качестве управляемой самостоятельной работы студентов планируется решение задач, выполнение упражнений. Форма контроля: контрольная работа, коллоквиум ДО, компьютерное тестирование.

Примерный перечень тем контрольных работ

1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Однородные уравнения. Интегрирующий множитель.
2. Уравнения Лагранжа, Клеро.
3. Уравнения высших порядков.
4. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Интегрируемые комбинации.
5. Линейные уравнения с частными производными первого порядка.
6. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Уравнения Эйлера.
7. Линейные системы дифференциальных уравнений.
8. Теория устойчивости.

Примерный перечень тем коллоквиумов

1. Дифференциальные уравнения первого порядка.
2. Уравнения, допускающие понижение порядка.
3. Линейные уравнения с частными производными первого порядка, задача Коши.
4. Линейные уравнения высших порядков и системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
5. Основные понятия теории устойчивости.
6. Интегральные уравнения с вырожденным ядром.
7. Основы вариационного исчисления.

Примерный перечень тем компьютерного тестирования

1. Уравнения первого порядка, разрешенные и неразрешенные относительно производной.
2. Уравнения высших порядков: методы понижения порядка.
3. Системы обыкновенных интегральных уравнений.
4. Линейные уравнения с частными производными первого порядка.
5. Линейные уравнения высших порядков с постоянными и переменными коэффициентами.
6. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными и переменными коэффициентами.
7. Теории устойчивости: устойчивость по Ляпунову, точки покоя системы, фазовые портреты.
8. Интегральные уравнения с вырожденным ядром, теоремы Фердгольма.

9. Основные понятия и уравнения вариационного исчисления.

Примерная тематика практических занятий

1. Интегрирование дифференциальных уравнений первого порядка, разрешенных относительно производной.
2. Интегрирование дифференциальных уравнений первого порядка, не разрешенных относительно производной.
3. Уравнения высших порядков. Методы понижения порядка.
4. Нормальные системы дифференциальных уравнений.
5. Линейные однородные, неоднородные и квазилинейные дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка.
6. Линейные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами.
7. Уравнения Эйлера.
8. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
9. Простейшие типы точек покоя. Фазовые портреты.
10. Исследование устойчивости по первому приближению.
11. Линейные интегральные уравнения с вырожденным ядром.
12. Основные понятия вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.
13. Вариационные задачи на условный экстремум.
Приложения вариационного исчисления к задачам механики и физики.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса рекомендуется использовать следующие инновационные подходы и методы:

1. **Практико-ориентированный подход**, который предполагает освоение содержания образования через решения практических задач, которые способствуют формированию основ дальнейшей профессиональной деятельности.
2. **Развитие критического мышления**: формирование навыков работы с информацией в процессе чтения и письма; понимания информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студентов по данной дисциплине предполагает проработку основной и дополнительной литературы, самостоятельный поиск сведений, расширение конспекта лекций по результатам данной проработки. Самостоятельную работу студентов следует организовывать на основе принципов системности и регулярности. В помощь студентам рекомендуется разрабатывать и совершенствовать дистанционный курс на образовательном портале физического факультета.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Основные определения теории дифференциальных уравнений. Геометрическое и механическое истолкование уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной и его решения.
2. Задача Коши для уравнения первого порядка разрешенного относительно производной. Ее геометрический и механический смысл. Приближенное решение уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной, графическим методом (понятие изоклин).
3. Теорема существования и единственности решения задачи Коши (теорема Пикара)
4. Уравнения с разделенными переменными. Уравнения с разделяющимися переменными.
5. Однородные уравнения.
6. Уравнения, сводящиеся к однородным уравнениям.
7. Линейные уравнения 1-го порядка; свойства решений линейного однородного уравнения 1-ого порядка, структура общего решения линейного неоднородного уравнения 1-ого порядка.
8. Метод Лагранжа для линейного уравнения 1-го порядка.
9. Уравнение Бернулли.
10. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
11. Огибающая однопараметрического семейства кривых (знать определение огибающей и с-дискриминантной кривой, уметь привести примеры и знать различия между данными кривыми.).
12. Уравнения первого порядка неразрешенные относительно производной. Понятие единственности задачи Коши.
13. Уравнения первого порядка неразрешенные относительно производной. Теорема существования и единственности решения задачи Коши

14. Уравнения первого порядка неразрешенные относительно производной. Теоремы об особом решении.
15. Интегрирование уравнений вида $F(y') = 0, F(x, y') = 0, F(y, y') = 0$.
16. Интегрирование уравнений вида $x = f(y, y'), y = f(x, y')$.
17. Уравнение Лагранжа.
18. Уравнение Клеро.
19. Уравнения высших порядков. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
20. Интегрирование уравнений вида $y^{(n)} = f(x), F(x, y^{(n)}) = 0$.
21. Понижение порядка в уравнениях, не содержащих искомую функцию и ее производные до порядка k включительно.
22. Понижение порядка в уравнениях, не содержащих независимую переменную.
23. Уравнения высших порядков в точных производных
24. Однородные уравнения высших порядков.
25. Геометрический и механический смысл нормальной системы дифференциальных уравнений и ее решения. Задача Коши.
26. Приведение уравнения n -го порядка к системе n уравнений первого порядка и обратная задача (знать алгоритм в целом).
27. Первые интегралы системы дифференциальных уравнений.
28. Критерий независимости первых интегралов системы дифференциальных уравнений.
29. Теорема о количестве независимых первых интегралов системы дифференциальных уравнений.
30. Однородные уравнения с частными производными первого порядка. Теоремы о связи неочевидного решения с интегралом соответствующей системы ОДУ.
31. Однородные уравнения с частными производными первого порядка. Теорема об общем решении.
32. Однородные линейные уравнения с частными производными первого порядка. Задача Коши
33. Квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Общее решение.
34. Квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Задача Коши.
35. Однородные линейные уравнения n -го порядка. Свойства линейного дифференциального оператора.

36. Однородные линейные уравнения n -го порядка. Определитель Вронского. Теоремы о линейной зависимости и линейной независимости решений однородных линейных уравнений n -го порядка.
37. Однородные линейные уравнения n -го порядка. Фундаментальная система решений.
38. Однородные линейные уравнения n -го порядка. Теорема об общем решении.
39. Понижение порядка однородного линейного уравнения n -го порядка, если известно k его частных решений.
40. Построение однородного линейного уравнения n -го порядка по заданной фундаментальной системе решений. Формула Остроградского-Лиувилля.
41. Неоднородные линейные уравнения n -го порядка. Теорема об общем решении.
42. Неоднородные линейные уравнения n -го порядка. Метод Лагранжа.
43. Однородные линейные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.
44. Неоднородные линейные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами со специальной правой частью.
45. Приведение линейного однородного уравнения n -го порядка с переменными коэффициентами к уравнению с постоянными коэфф. с помощью замены независимой переменной.
46. Уравнение Эйлера.
47. Понятие о краевых задачах. Функция Грина.
48. Линейные системы дифференциальных уравнений. Свойства решений.
49. Линейные системы дифференциальных уравнений. Определитель Вронского. Теорема о линейной зависимости решений.
50. Линейные системы дифференциальных уравнений. Формула Остроградского-Лиувилля.
51. Линейные однородные системы дифференциальных уравнений. Теорема об общем решении.
52. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений. Теорема об общем решении.
53. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений. Метод Лагранжа.
54. Линейные однородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

55. Теоремы о непрерывной зависимости решений от начальных данных и от параметра.
56. Понятие об устойчивости и асимптотической устойчивости решения системы дифференциальных уравнений в смысле Ляпунова.
57. Простейшие типы точек покоя.
58. Исследование на устойчивость системы дифференциальных уравнений по первому приближению.
59. Второй метод Ляпунова исследования на устойчивость.
60. Линейные интегральные уравнения. Теоремы Фредгольма.
61. Линейные интегральные уравнения. Классификация.
62. Линейные интегральные уравнения. Уравнения с малым параметром. Уравнение Вольтерра.
63. Линейные интегральные уравнения с вырожденным ядром.
64. Линейные нормированные пространства. Эпсилон окрестность, расстояние между точками.
65. Определение функционала. Определения непрерывности функционала.
66. Вариация функционала.
67. Экстремум функционала. Необходимое условие экстремума функционала. Основная лемма вариационного исчисления
68. Уравнение Эйлера. Определение экстремалей.
69. Функционалы вида $\int_{x_0}^{x_1} F(x, y_1, y_2, \dots, y_n, y'_1, y'_2, \dots, y'_n) dx$. Уравнение Эйлера-Пуассона.
70. Функционалы, зависящие от функций нескольких независимых переменных. Уравнение Эйлера-Остроградского.
71. Задача о брахистохроне.
72. Задача о геодезических линиях.
73. Задача Дидоны.

Методические рекомендации по организации обучения в случае необходимости преимущественного применения электронных средств обучения (ЭСО).

В случае необходимости проведения занятий с преимущественным применением ЭСО занятия следует проводить на образовательном портале физического факультета (www.eduphys.bsu.by). Для обеспечения учебного процесса преподаватель может использовать все технические средства, предоставляемые образовательным порталом физического факультета. В

случае технической неисправности образовательного портала преподаватель вправе использовать иные ресурсы по своему усмотрению.

Контрольные мероприятия проводятся на образовательном портале согласно учебно-методической карте. В случае необходимости письменные контрольные работы разрешается заменить компьютерным тестированием, эссе, индивидуальным заданием или иной доступной на образовательном портале формой контроля знаний. Преподаватель вправе не проводить контроль знаний после каждого занятия.

Проведение экзамена в устной форме

1. Всем студентам дается примерно одинаковое время на подготовку и ответ. Расписание ответов согласуется со студентами до начала экзамена
2. Студент получает доступ к своему заданию в назначенное время. Ответ оформляется студентом в письменном виде, затем сканируется.
3. После окончания времени подготовки студент подключается к соответствующему вебинару (bigbluebutton или иному) на образовательном портале физического факультета, включает микрофон и вебкамеру (или иными способами идентифицирует свою личность).
4. Преподаватель предоставляет студенту возможность продемонстрировать свой экран с подготовленным ответом на экзаменационный билет и проводит опрос.
5. Преподаватель сообщает студенту оценку текущего контроля, экзаменационную и рейтинговую оценку. Студент устно подтверждает, что ознакомлен с итоговой оценкой.
6. Аудио- и видеозапись вебинара ведется в случае наличия технических возможностей.

Проведение экзамена в форме компьютерного теста.

1. Все студенты начинают проходить тест в одно и то же время. Время начала теста, длительность теста и количество вопросов в тесте сообщается студентам заранее (не позднее, чем на консультации). По истечении времени открытые попытки отправляются автоматически.
2. Тест закрывается в установленный срок, определяемый преподавателем и сообщаемый студентам заранее (не позднее, чем на консультации). Длительность теста не может превышать времени от начала теста до его закрытия, но может с ним совпадать.
3. Студент может видеть результаты своей попытки (а именно: является ли его ответ на каждый вопрос правильным, баллы за ответ, правильный ответ на каждый вопрос, итоговый отзыв к тесту) только после закрытия теста.

4. Экзаменационная оценка (оценка текущей аттестации) выставляется на основании шкалы перевода процента верных ответов в десятибалльную оценку:

Процент верных ответов	0-14	15-24	25-34	35-44	45-54	55-64	65-74	75-84	85-94	95-100
Оценка	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

5. Решением кафедры данную шкалу можно изменить. Студенты должны быть ознакомлены со шкалой заранее (не позднее, чем на консультации).
6. После закрытия теста на протяжении 45 минут (срок апелляции) студент имеет право обратиться в письменной форме на образовательном портале в соответствующем форуме данного курса к преподавателю за пояснениями о том, почему его ответ на тот или иной вопрос был неверен. В течение 90 минут с момента появления вопроса студент должен получить письменные разъяснения со стороны преподавателя.
7. После ответа на последний вопрос (или по истечении срока апелляции, если вопросов не было), преподавателем в течение 45 минут должна быть выставлена на образовательном портале фотография (скан) заполненной экзаменационной ведомости с итоговыми оценками по дисциплине.
8. На протяжении двух часов после выставления экзаменационной ведомости по дисциплине каждый студент должен в письменной форме на образовательном портале подтвердить, что он ознакомлен с итоговой оценкой по курсу.
9. По усмотрению преподавателя, если шкала перевода процента верных ответов на тест имеет верхнее ограничение ниже 10 баллов, то студент имеет право на ответ в устной или устно-письменной форме для получения наивысшей оценки текущей аттестации. В таком случае, после закрытия теста студент выходит на связь с преподавателем любым заранее (не позднее, чем на консультации) оговоренным образом. Время апелляции начинается отсчитываться от окончания видеосвязи с последним студентом, и далее вступают в силу п.п. 6-8.
10. Если по каким-то причинам студент не имеет технической возможности пройти тест он-лайн в установленное время, он обязан сообщить об этом не позднее, чем на консультации, для того, чтобы факультет предоставил ему такую возможность.
11. В случае возникновения во время теста обстоятельств непреодолимой силы, не позволяющих студенту пройти тест, он незамедлительно должен сообщить об этом преподавателю любым способом.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Математический анализ	Высшей математики и математической физики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 10 от 26 мая 2020 г.)
Аналитическая геометрия и линейная алгебра	Высшей математики и математической физики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 10 от 26 мая 2020 г.)

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УВО
на 2021 / 2022 учебный год

№№ пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
высшей математики и математической физики
(протокол № от 2021 г.)

Заведующая кафедрой высшей математики
и математической физики _____ Н.Г. Абрашина-Жадаева

УТВЕРЖДАЮ
Декан физического факультета
к.ф.-м.н., профессор _____ М.С. Тиванов