

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям


О.Н. Здрок
«23» апреля 2020 г.

Регистрационный № УД - 8363уч.

Теория игр и исследование операций

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:
1-25 01 02 Экономика**

2020 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-25 01 02-2013, учебного плана № Е25-224/уч от 30.05.2013

СОСТАВИТЕЛИ:

А. В. Капusto, доцент кафедры аналитической экономики и эконометрики экономического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

С. В. Рогозин, доцент кафедры аналитической экономики и эконометрики экономического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

И.В. Белько, профессор кафедры высшей математики Белорусского государственного аграрного технического университета, доктор физико-математических наук, профессор

Е.А. Крушевский, доцент кафедры «Математические методы в строительстве» Белорусского национального технического университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой аналитической экономики и эконометрики экономического факультета БГУ

(протокол № 9 от 11.03.2020);

Научно-методическим Советом БГУ

(протокол № 4 от 25.03.2020).

Заведующий кафедрой
аналитической экономики
и эконометрики



Е.Г. Господарик

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цель и задачи учебной дисциплины

Целями изучения дисциплины «Теория игр и исследование операций» для студентов специальности 1-25 01 02 Экономика являются:

- ознакомление обучающихся с основными понятиями и методами дисциплины;
- выработка системного экономического мышления;
- формирование навыков построения математических моделей, проведения экономических расчетов и использования их для обоснования экономических решений.

Задачи учебной дисциплины:

- изучение постановок и содержания задач теории игр и исследования операций;
- изучение методики построения моделей теории игр и исследования операций;
- приобретение навыков аналитического исследования моделей;
- изучение подходов к решению задач;
- приобретение навыков в использовании результатов математического моделирования для выработки и обоснования управленческих решений;

Место учебной дисциплины

Учебная дисциплина относится к циклу специальных дисциплин компонента учреждения высшего образования.

Связи с другими учебными дисциплинами

Дисциплина «Теория игр и исследование операций» основана на учебных дисциплинах «Высшая математика» и «Теория вероятностей и математическая статистика».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Теория игр и исследование операций» должно обеспечить формирование следующих *академических, социально-личностных и профессиональных компетенций*:

академические компетенции:

- АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач
- АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.
- АК-3. Владеть исследовательскими навыками.
- АК-4. Уметь работать самостоятельно.
- АК-5. Быть способным порождать новые идеи (обладать креативностью).
- АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникации.

АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

социально-личностные компетенции:

СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

СЛК-6. Уметь работать в команде.

профессиональные компетенции:

ПК-7. Готовить доклады, материалы к презентациям.

ПК-9. Пользоваться глобальными информационными ресурсами.

ПК-12. Самостоятельно осуществлять подготовку заданий и разрабатывать проектные решения с учетом фактора неопределенности.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

знать:

– принципы математического моделирования ситуаций принятия решений;

– основные классы математических моделей и методов принятия оптимальных решений;

уметь:

– строить математические модели принятия экономических решений и иметь навыки их использования для решения соответствующих задач;

владеть:

– навыками использования математических моделей для решения соответствующих задач.

Структура учебной дисциплины

Структура содержания учебной дисциплины включает такие дидактические единицы, как разделы и темы, в соответствии с которыми разрабатываются и реализуются соответствующие лекционные и практические занятия. Примерная тематика практических занятий приведена в информационно-методической части.

Дисциплина изучается в 5-6 семестрах дневной формы получения высшего образования. Всего на изучение учебной дисциплины «Теория игр и исследование операций» отведено: 322 часа, в том числе 160 аудиторных часов:

– в 5-м семестре всего отведено – 126 часов, в том числе 58 аудиторных часов, из них: лекции – 36 часов, практические занятия – 20 часов, управляемая самостоятельная работа – 2 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы. Форма текущей аттестации – экзамен;

– в 6-м семестре всего отведено – 196 часов, в том числе 102 аудиторных часа, из них: лекции – 52 часа, практические занятия – 44 часа, управляемая самостоятельная работа – 6 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 5 зачетных единиц. Форма текущей аттестации – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Основы методологии исследования операций и теории игр

Тема 1.1. Предмет и задачи исследования операций

Основные понятия и принципы исследования операций. Математические модели операций. Этапы исследования операций

Тема 1.2. Разновидности задач исследования операций и подходов к их решению

Прямые и обратные задачи исследования операций. Детерминированные и стохастические задачи. Проблема выбора решения в условиях неопределенности. Многокритериальные задачи.

Раздел 2. Детерминированные модели и методы их исследования

Тема 2.1 Линейное программирование

Предмет линейного программирования. Примеры экономических задач. Общая формулировка задачи линейного программирования (ЗЛП). Виды записи ЗЛП. Переход от одной формы записи к другой. Порядок решения ЗЛП с двумя переменными графическим способом. Понятие опорного плана. Основная теорема линейного программирования. Алгоритм симплексного метода решения ЗЛП. Метод искусственного базиса. Особые случаи решения ЗЛП.

Тема 2.2 Двойственность и ее применение в экономическом анализе
Правила построения модели двойственной задачи к ЗЛП в общей и симметричной форме. Примеры двойственных задач. Основные теоремы двойственности. Экономическая интерпретация двойственных переменных. Двойственный симплекс-метод.

Тема 2.3 Транспортная задача

Постановка транспортной задачи (ТЗ). Модель транспортной задачи. Опорные планы транспортной задачи. Алгоритм решения ТЗ методом потенциалов. Усложненная постановка ТЗ.

Тема 2.4. Целочисленное программирование

Примеры задач целочисленного линейного программирования (ЗЦЛП). Классификация методов решения ЗЦЛП. Алгоритм метода Гомори. Решение ЗЦЛП методом ветвей и границ.

Тема 2.5. Нелинейное программирование

Особенности задач нелинейного программирования и их геометрическая интерпретация. Простейшие задачи условной оптимизации функций нескольких переменных. Необходимые условия локальной оптимальности Ку-

на – Таккера. Достаточные условия оптимальности для нелинейной задачи оптимизации с ограничениями общего вида (седловые точки и функция Лагранжа, свойства седловых точек, связь с условиями Куна – Таккера). Модель Марковица. Задача выпуклого программирования. Приближенные методы решения нелинейных задач.

Тема 2.6. Динамическое программирование

Общая постановка задачи динамического программирования. Принцип оптимальности и уравнение Беллмана. Схема решения задач динамического программирования. Задача о распределении средств между предприятиями. Задача об определении оптимальной стратегии замены оборудования. Задача определения оптимальной производственной программы. Задача инвестирования.

Раздел 3. Специальные модели исследования операций

Тема 3.1. Методы многокритериальной оптимизации

Постановка задачи многокритериальной оптимизации. Оптимальность по Парето. Проблемы многокритериальной оптимизации. Классификация методов решения задач многокритериальной оптимизации: методы свертывания критериев, метод последовательных уступок, метод ведущего критерия, метод равных и наименьших относительных отклонений, метод идеальной точки.

Тема 3.2. Модели сетевого планирования и управления

Базовые понятия и определения из теории графов. Алгоритм Фалкерсона. Задача о максимальном потоке. Методы сетевого планирования. Понятие задачи сетевого планирования и управления и ее применение. Понятие оптимизации сетевых графиков, зависимость продолжительности работы от затрат. Оптимизация сетевого графика по времени при фиксированном времени выполнения комплекса работ и при ограниченных затратах ускорение выполнения комплекса работ. Оптимизация по ресурсам. Оптимизация по стоимости при фиксированном и произвольном времени выполнения работ. Оптимальный безрезервный план. Сетевой анализ проектов на основе вероятностной оценки срока реализации.

Тема 3.4. Модели управления запасами

Основные понятия. Критерии оптимальности управления производством и запасами. Детерминированные модели управления запасами. Однопродуктовые модели оптимальной партии поставки без дефицита. Модель оптимального размера заказываемой партии при дефиците. Многопродуктовые модели управления производством и поставками. Страховой запас.

Тема 3.4. Модели теории массового обслуживания

Понятие о системе массового обслуживания (СМО). Примеры СМО в экономике. Потoki случайных событий. Понятие простейшего потока. Графическая модель СМО. Одноканальная СМО с отказами (предельные вероятности состояний, дифференциальные уравнения Колмогорова, предельные характеристики эффективности функционирования). Многоканальная СМО с отказами. Анализ модификаций одноканальных и многоканальных СМО и их характеристики эффективности функционирования.

Раздел 4. Модели теории игр

Тема 4.1. Основные понятия и определения теории игр

Конфликтные ситуации и оптимизация. Математическое моделирование конфликта. Понятие игры, игрока, стратегии. Классификация игр. Примеры. Математическая модель игры. Примеры экономических ситуаций, описываемых методами теории игр.

Тема 4.2. Матричные игры двух лиц с нулевой суммой игры. Чистые и смешанные стратегии и их свойства

Понятие матричной игры двух лиц с нулевой суммой. Верхняя и нижняя чистая цена игры. Седловые точки в игре двух лиц с нулевой суммой. Смешанные стратегии и их свойства. Теорема о существовании седловой точки. Вид функции выигрыша. Цена игры и решение игры в смешанных стратегиях. Основная теорема матричных игр. Свойства оптимальных смешанных стратегий. Теорема об активных стратегиях. Понятие о доминируемых и доминирующих стратегиях. Упрощение платежной матрицы.

Тема 4.3. Анализ игры $2 \times 2, 2 \times n, m \times 2$

Аналитическое решение матричной игры 2×2 , геометрическое решение игры 2×2 . Геометрическое решение игры $2 \times n$, геометрическое решение игры $m \times 2$.

Тема 4.4. Решение матричной игры двух лиц с нулевой суммой в смешанных стратегиях

Сведение матричной игры к задаче линейного программирования. Итерационные алгоритмы выбора оптимальной стратегии. Понятие о методе Брауна-Робинсона.

Тема 4.5. Статистические игры

Понятие игры с природой. Виды неопределенностей. Критерии пессимизма, оптимизма. Построение матрицы рисков. Критерий Байеса, критерий Вальда, критерий Сэвиджа, критерий Гурвица, критерий Лапласа, критерий Ходжа-Лемана.

Тема 4.6. Биматричные игры

Понятие о биматричных бескоалиционных играх. Вид функций выигрышей игроков. Смешанные стратегии игроков в биматричных играх. Оптимальность по Парето в биматричной игре. Равновесие по Нэшу. Графическое и аналитическое решение биматричных игр 2×2 . Решение игр $2 \times n$ и $m \times 2$.

Тема 4.7. Кооперативные игры

Понятие кооперативной игры. Характеристические функции и их свойства. Построение характеристических функций для простых ситуаций. Коалиции и дележи. Существенные и несущественные кооперативные игры. С-ядро кооперативной игры. Дележ игры по Шепли.

Тема 4.8. Позиционные игры

Понятие о позиционной игре. Развернутая и нормальная форма игры. Информационные множества и стратегии в позиционной игре. Нормализация позиционной игры.

Раздел 5. Стохастическое программирование

Тема 5.1. Основные понятия стохастического программирования

Понятие о стохастическом программировании, M-постановка и P-постановка задачи.

Тема 5.2. Этапы решения задач стохастического программирования.

Описание этапов решения задач стохастического программирования: предварительный, оперативный анализ стохастической модели, переход к детерминированному эквиваленту.

Тема 5.3. Применение стохастического программирования

Примеры решения задач экономического содержания с использованием методов стохастического программирования.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Очная форма получения образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					УСР	Формы контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	5 семестр							
1	Основы методологии исследования операций и теории игр	2						
1.1	Предмет и задачи исследования операций	1						
1.2	Разновидности задач исследования операций и подходов к их решению	1						
2	Детерминированные модели и методы их исследования	34	20				2	
2.1	Линейное программирование	8	4					Устный опрос, выполнение индивидуальных заданий
2.2	Двойственность и ее применение в экономическом анализе	2	2					Устный опрос
2.3	Транспортная задача	4	4				1	Устный опрос, контрольная работа по темам 2.1, 2.2, 2.3
2.4	Целочисленное программирование	6	4					Устный опрос
2.5	Нелинейное программирование	8	4					Устный опрос
2.6	Динамическое программирование	6	2				1	Устный опрос, контрольная работа по темам 2.4, 2.5, 2.6

6 семестр							
3	Специальные модели исследования операций	26	22				3
3.1	Методы многокритериальной оптимизации	6	4				Устный опрос, выполнение индивидуальных заданий
3.2	Модели сетевого планирования и управления	8	8				2 Устный опрос, выполнение индивидуальных заданий, контрольная работа по темам 3.1–3.2
3.3	Модели управления запасами	6	4				Устный опрос
3.4	Модели теории массового обслуживания	6	6				1 Устный опрос, контрольная работа по темам 3.3–3.4
4	Модели теории игр	20	20				3
4.1	Основные понятия и определения теории игр	1					
4.2	Матричные игры двух лиц с нулевой суммой игры. Чистые и смешанные стратегии и их свойства.	2	2				Устный опрос
4.3	Анализ игры $2 \times 2, 2 \times n, m \times 2$	1	2				1 Устный опрос, контрольная работа по теме 4.3
4.4	Решение матричной игры двух лиц с нулевой суммой в смешанных стратегиях	4	6				Устный опрос, выполнение индивидуальных заданий
4.5	Статистические игры	2	2				Устный опрос
4.6	Биматричные игры	4	4				2 Устный опрос, контрольная работа по темам 4.4–4.6
4.7	Кооперативные игры	4	2				Устный опрос
4.8	Позиционные игры	2	2				Устный опрос
5	Стохастическое программирование	6	2				
5.1	Основные понятия стохастического программи-	2					

	рования							
5.2	Этапы решения задач стохастического программирования.	2						
5.3	Применение стохастического программирования	2	2					Устный опрос
	ИТОГО	88	64				8	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Афанасьев М.Ю. Исследование операций в экономике: модели, задачи, решения: Учеб. пособие. / М.Ю. Афанасьев, Б.П.Суворов – М.: ИНФРА-М, 2003. — 444 с.
2. Васин, А.А. Введение в теорию игр с приложениями в экономике: учеб. пособие для вузов/ А.А. Васин, В.В. Морозов. – М.: 2003. – 278 с.
3. Вентцель, Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология / Е.С. Вентцель – М.: Высшая школа, 2007. – 208 с.
4. Данилов, В.И. Лекции по теории игр / В.И. Данилов – М. : РЭШ, 2002. – 140 с.
5. Исследование операций в экономике: учебник для экономического бакалавриата / под ред. проф. Н.Ш. Кремера. 3-е изд. перераб. и доп. – М.: Изво Юрайт, 2019. – 438 с.
6. Костевич, Л.С. Исследование операций. Теория игр: учеб. пособие/ Л.С. Костевич, А.А. Лапко. - 2-е изд., перераб. и доп. – Минск: Вышэйшая школа, 2008. – 368 с.
7. Кузнецов, А.В. Высшая математика. Математическое программирование /А.В. Кузнецов, В.А. Сакович, Н.И. Холод. – 4-е изд., перераб. и доп. Минск: Вышэйшая школа, 2013. –352 с.
8. Писарук, Н.Н. Исследование операций / Н. Н. Писарук. — Минск : БГУ, 2015. — 304 с.

Перечень дополнительной литературы

1. Васин, А.А. Исследование операций /А.А. Васин, П.С. Краснощеков, В.В. Морозов. – М.: Академия, 2008. – 464 с.
2. Интрилигатор, М. Математические методы оптимизации и экономическая теория / М. Интрилигатор. – М: Айрис-Пресс, 2002. — 553 с.
3. Косоруков, О.А. Исследование операций/ О.А. Косоруков, А.В. Мищенко – М.: Экзамен, 2003. – 448.
4. Костевич, Л.С. Математическое программирование: практикум / Л.С. Костевич, И.В. Гайдукевич. –Минск: БГЭУ, 2009. – 424 с.
5. Писарук, Н.Н. Модели и методы смешанно-целочисленного программирования / Н.Н. Писарук. – Минск: БГУ, 2010. – 232 с.
6. Сухарев А. Г. Методы оптимизации. 3-е изд., испр. и доп. Учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / А.Г. Сухарев, А.В. Тимохов, В.В. Федоров – М.: Издательство Юрайт, 2019 – 367 с.
7. Шапкин, А.С. Математические методы и модели исследования операций: Учебник / А.С. Шапкин, В.А. Шапкин. – М.: Дашков и К, 2016. – 400 с.
8. Шиловская, Н.А. Теория игр: учебник и практикум для вузов / Н.А. Шиловская. –Москва: Юрайт, 2020. – 318 с.
9. Юферева, О.Д. Экономико-математические методы и модели: сб. задач / О.Д. Юферева. – Минск: БГЭУ, 2002. – 103 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Перечень рекомендуемых средств диагностики:

1. Выполнение индивидуальных заданий на практических занятиях.
2. Устный опрос.
3. Контрольные работы.

Методика формирования итоговой оценки:

Итоговая оценка формируется на основе 3-х документов:

- Правила проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования (Постановление № 53 от 29.05.2012 г.).
- Положение о рейтинговой системе оценки знаний студентов по дисциплине в Белорусском государственном университете (утверждено приказом ректора БГУ № 382-ОД от 18.08.2015 г. (с изменениями, согласно приказу 491-ОД от 29.08.2018г.)).
- Критерии оценки знаний и компетенций студентов по 10-балльной шкале (Письмо Министерства образования Республики Беларусь 21-04-01/105 от 22.12.2003).

Оценка за ответы на лекциях (опрос) и практических занятиях включает в себя полноту ответа, наличие аргументов, примеров из практики и т.д.

Оценка выполнения индивидуального задания включает обоснование выбора метода решения, правильное применение формул и выполнения расчетов, наличие вывода по результатам решения.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Теория игр и исследование операций» учебным планом предусмотрен экзамен.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в рейтинговую оценку.

Формирование оценки за текущую успеваемость:

- выполнение индивидуальных заданий и ответы на практических занятиях – 50 %;
- контрольные работы – 50 %.

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценки по текущей успеваемости составляет 50 %, экзаменационная оценка – 50 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 2.1, 2.2, 2.3. Линейные задачи оптимизации.(1 ч.)

Форма контроля – контрольная работа.

1. Фабрика выпускает краски двух видов: I и II. Продукция обоих видов поступает в оптовую продажу. Для производства красок используют два исходных продукта A и B, максимально возможные суточные запасы которых составляют 6 и 8 т соответственно. Расходы продуктов A и B на производство одной тонны каждого вида краски приведены ниже в таблице:

Исходный продукт	Расход исходных продуктов (в тоннах) на тонну краски		Максимально возможный запас, т
	Краска I	Краска II	
A	1	2	6
B	2	1	8

Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос на краску II никогда не превышает суточного спроса на краску I более, чем на 1 тонну. Кроме того, установлено, что спрос на краску II никогда не превышает 2 тонн в сутки. Оптовые цены одной тонны краски I – 3 тыс. ден. ед., краски II - 2 тыс. ден. ед. Какое количество краски каждого вида должна производить фабрика, чтобы доход от реализации продукции был максимальным?

2. Решить графически линейного программирования.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \rightarrow \min, \\ x_1 - x_2 \leq 1, \\ x_1 + x_2 \geq 2, \\ x_1 - 2x_2 \geq 0, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

3. С помощью метода искусственного базиса решить задачу линейного программирования.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 \rightarrow \min, \\ x_1 + x_2 - x_4 = 3, \\ x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 1, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

4. Решить транспортную задачу.

	2	1	5	3	4
	3	2	3	4	20
	1	4	2	2	18
5	13	13	11		

Тема 2.4, 2.5, 2.6. Нелинейные и динамические задачи оптимизации. (1 ч).
Форма контроля – контрольная работа.

1. Решить задачу целочисленного программирования:

$$\begin{aligned} z &= x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \min, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 &\geq 3, \\ 2x_1 + x_2 &\geq 2, \\ 2x_2 + 3x_3 &\geq 4, \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \text{ – целые.} \end{aligned}$$

2. Решить задачу квадратичного программирования

$$\begin{aligned} 6x_1 + 3x_2 - \frac{1}{2}x_1^2 - x_1x_2 - x_2^2 &\rightarrow \max \\ x_1 + x_2 &\leq 4, \\ x_1 &\leq 2, \\ x_1, x_2 &\geq 0. \end{aligned}$$

3. Решить задачу нелинейного программирования градиентным методом

$$\begin{aligned} z &= 2x_1 + 3x_2 - 0,2x_1^2 - 0,2x_2^2 \rightarrow \max \\ 2x_1 + 3x_2 &\leq 34, \\ 2x_1 + x_2 &\leq 20, \\ x_1, x_2 &\geq 0. \end{aligned}$$

Начальный план $X = (2, 2)^T$.

4. Оборудование эксплуатируется в течение 5 лет, после этого продается. В начале каждого года можно принять решение сохранить оборудование или заменить его новым. Стоимость нового оборудования $p_0=4000$ руб. После t лет эксплуатации ($1 \leq t \leq 5$) оборудование можно продать за $g(t) = p_0 2^{-t}$ рублей (ликвидная стоимость). Затраты на содержание в течение года зависят от возраста t оборудования и равны $r(t) = 600(t+1)$. Определить оптимальную стратегию эксплуатации оборудования, чтобы суммарные затраты с учетом начальной покупки и заключительной продажи были минимальны.

Тема 3.1. – 3.2. Многокритериальные задачи оптимизации. Модели сетевого планирования и управления. (2 ч).

Форма контроля – контрольная работа.

1. Пусть предприятие имеет возможность реализовать свою продукцию на пяти различных рынках (A_1, A_2, A_3, A_4, A_5). При этом ставятся одновременно следующие цели: минимизация затрат на рекламу (тыс. ден. ед., f_1), завоевание максимальной доли рынка ($\%$, f_2), максимальный объем продаж (тыс. ден.

ед., f_3), минимизация расходов на транспортировку, хранение и реализацию (тыс. ден. ед., f_4) в течение планируемого периода.

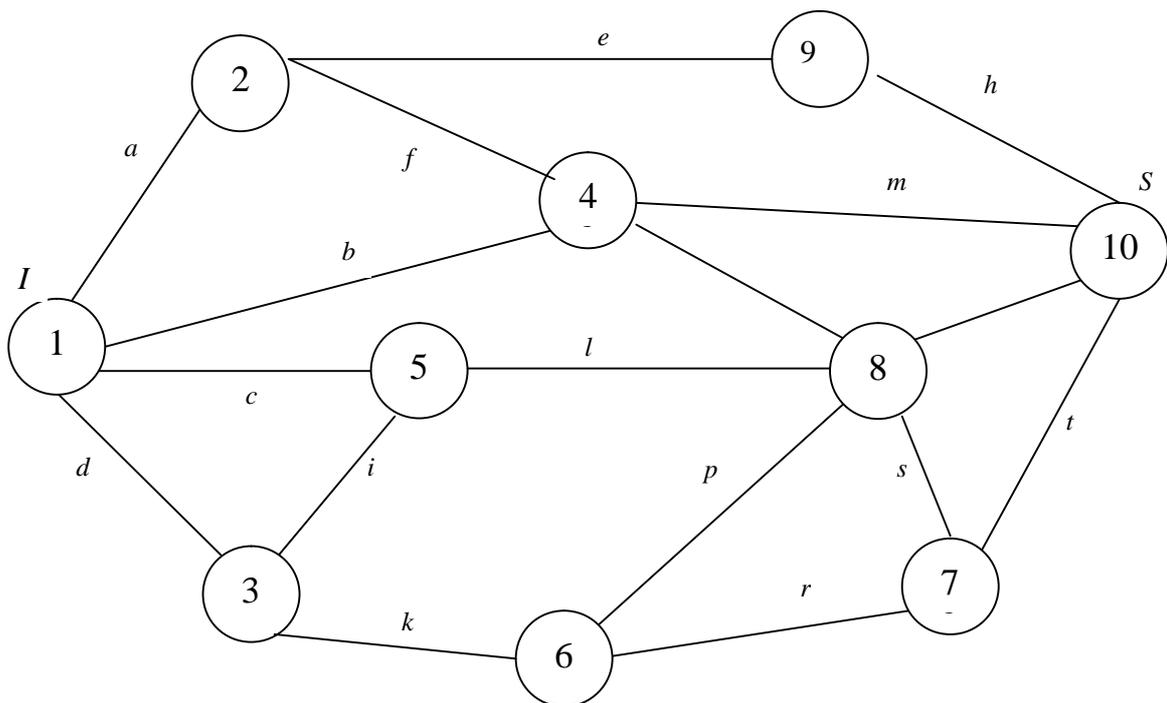
Требуется:

- 1) представить исходные данные многокритериальной задачи в виде таблицы;
- 2) установить Парето-оптимальное множество вариантов выбора рынка;
- 3) получить решение задачи на основании:
 - а) метода равномерной оптимальности; б) метода справедливого компромисса;
 - в) метода свертывания критериев (рассмотреть случаи, когда предпочтение отдается критерию k ; p);
 - г) метода главного критерия (полагая главным критерием f_j , ограничения по остальным критериям выработать самостоятельно); д) метода идеальной точки;
- 4) дать рекомендации по оптимальному планированию реализации продукции.

2. Для данной сети предполагается, что пропускные способности ребер в обоих направлениях одинаковы.

Требуется:

- 1) сформировать на сети поток максимальной мощности, направленной из истока I в сток S ;
- 2) выписать ребра, образующие на сети разрез минимальной пропускной способности.



3. Проект представлен следующим комплексом работ:

Название работы	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Время, дни	2	4	8	9	6	12	10	6	7	4
Ресурс, ед.	3	5	6	4	6	5	7	2	3	4

Последовательность выполнения работ следующая:

- 1) *C*, *I*, *G* – исходные работы проекта, которые можно начинать одновременно,
- 2) работы *J* и *B* начинаются сразу по окончании работы *I*;
- 3) работа *H* следует за *C*, а работа *A* за *H*;
- 4) работа *F* следует за *G*;
- 5) работа *E* следует за *B*;
- 6) работа *D* следует за *A* и *E*, но может начаться, пока не будет завершена работа *F*.

Построить сетевой график выполнения комплекса операций, рассчитать временные параметры, указать срок выполнения проекта.

Построить график Ганта. Указать период наибольшего потребления ресурса.

Тема 3.3 – 3.4. Модели управления запасами. Модели теории массового обслуживания. (1 ч.).

Форма контроля – контрольная работа.

1. Спрос на определенную модель автомобиля «А» оценивается компанией в 200 единиц в месяц. Цена каждого автомобиля 100 тыс. руб., а издержки хранения в месяц составляют 2% от его стоимости, издержки на организацию заказа составляют 0,1 тыс. руб., заказ выполняется в течение 6 дней.

Определите:

- 1) оптимальный размер заказываемой партии автомобилей;
- 2) оптимальный интервал между поставками;
- 3) число поставок в год;
- 4) совокупные годовые издержки по размещению и хранению заказа;
- 5) точкузаказа.

2. В верхнем течении реки построена новая станция по обслуживанию речных судов. В среднем прибывает 5 судов в час. Время обслуживания распределено по показательному закону со скоростью 10 судов в час. В среднем издержки по простоям одного судна составляют 100 ден. ед./ч, а издержки по обслуживанию дока 75 ден. ед./ч.

Определите:

- 1) среднее число судов в очереди;
- 2) среднее время ожидания обслуживания;
- 3) среднее время пребывания в доке;

4) вероятность того, что док пуст.

Есть ли необходимость введения в эксплуатацию еще одного дока с той же интенсивностью обслуживания (обосновать ответ)?

Тема 4.3. Геометрическая интерпретация матричной игры (1 ч).

Форма контроля – контрольная работа.

1. Найти нижнюю чистую цену игры и верхнюю чистую цену игры. Выполнить возможные упрощения платежной матрицы. Решить игру с использованием геометрической интерпретации:

$$1.1) \begin{pmatrix} 0 & 5 & 2 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 3 \\ 6 & 2 & 6 & 1 \\ 1 & 7 & 5 & 4 \end{pmatrix},$$

$$1.2) \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 & 5 \\ 5 & 6 & 3 & 2 \\ 7 & 2 & 4 & 5 \\ 4 & 6 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Тема 4.4-4.6. Решение матричных игр сведением к ЗЛП. Статистические и биматричные игры. (2 ч.)

Форма контроля – контрольная работа.

1. Решить игру с платежной матрицей $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, сведя ее к паре задач линейного программирования.

2. Графическим методом решить игру с платежной матрицей $\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 12 & 1 \\ 9 & 6 \end{pmatrix}$.

3. При подготовке к отопительному сезону владелец дома, в зависимости от погодных условий, должен закупить 5 т угля (мягкая зима), 6 т угля (обычная зима), 7 т угля (холодная зима). При этом средняя цена за 1 т угля составляет 6, 7 и 8 ден. ед. соответственно, при условии, что уголь покупается накануне зимы или в сезон. В конце лета цена угля составляет 5 ден. ед. за 1 т, причем владелец дома располагает площадью для хранения запасов угля объемом до 7 т. Весь неиспользованный зимой уголь необходимо продать для освобождения площадей хранения по цене 4 ден. ед. за 1 т до начала лета.

Используя игровой подход, дать рекомендации по определению оптимального размера запаса угля, обеспечивающие домовладельцу наименьшие расходы при следующих предположениях:

1) известны вероятности $p_1 = 0,3$, $p_2 = 0,5$ и $p_3 = 0,2$ возможных погодных условий (теплая, обычная и холодная зима) соответственно;

2) о вероятностях погодных условий ничего определенного сказать нельзя.

Указание: при использовании критерия Гурвица принять $\lambda = 0,8$.

4. Найти все ситуации равновесия биматричной игры:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 8 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 2 & 0 \end{bmatrix};$$

Примерная тематика практических занятий

Занятие № 1. Построение линейных оптимизационных моделей. Графический симплекс-метод.

Занятие № 2. Решение задач симплекс-методом. Метод искусственного базиса.

Занятие № 3. Двойственный симплекс метод.

Занятие № 4. Решение транспортной задачи методом потенциалов.

Занятие № 5. Усложненные постановки транспортной задачи.

Занятие № 6. Решение задач целочисленного линейного программирования методом сечений Гомори.

Занятие № 7. Решение задач целочисленного линейного программирования методом ветвей и границ.

Занятие № 8. Простейшие задачи нелинейной оптимизации. Условия Куна-Таккера. Решение задач выпуклого программирования.

Занятие № 9. Градиентный метод решения нелинейных задач оптимизации.

Занятие № 10. Схема Беллмана решения задач динамического программирования. Решение различных производственных задач методами динамического программирования.

Занятие № 11. Методы многокритериальной оптимизации (дискретный случай).

Занятие № 12. Методы многокритериальной оптимизации (непрерывный случай).

Занятие № 13. Задача о максимальном потоке

Занятие № 14. Построение сетевого графика и расчет основных параметров.

Занятие № 15. Оптимизация проекта по времени.

Занятие № 16. Расчет вероятного времени завершения проекта методом PERT

Занятие № 17. Определение оптимального размера поставки однопродуктовой модели.

Занятие № 18. Определение оптимального размера поставки многопродуктовой модели.

- Занятие № 19. Расчет показателей эффективности одноканальной СМО с различными дисциплинами поведения заявки в системе.
- Занятие № 20. Расчет показателей эффективности многоканальной СМО с различными дисциплинами поведения заявки в системе.
- Занятие № 21. Определение параметров СМО и оптимизация ее деятельности.
- Занятие. № 22. Платежная матрица парной игры, ее упрощение и определение седловых точек в чистых стратегиях.
- Занятие № 23. Геометрическая интерпретация парной игры.
- Занятие № 24. Решение матричной игры двух лиц с нулевой суммой в смешанных стратегиях (графический метод).
- Занятие № 25. Решение матричной игры двух лиц с нулевой суммой в смешанных стратегиях (симплексный метод).
- Занятие № 26. Приближенный метод решения матричных игр.
- Занятие № 27. Решение статистических игр.
- Занятие № 28. Биматричные игры, доминирование стратегий, равновесные ситуации.
- Занятие № 29. Геометрический и аналитический методы решения биматричных игр.
- Занятие № 30 . Кооперативные игры
- Занятие № 31. Позиционные игры.
- Занятие № 32. Задачи стохастического программирования.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используются *эвристический* и *практико-ориентированный подходы*.

Эвристический подход, который предполагает:

- осуществление студентами лично-значимых открытий окружающего мира;
- демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач и жизненных проблем;
- творческую самореализацию обучающихся в процессе создания образовательных продуктов;
- индивидуализацию обучения через возможность самостоятельно ставить цели, осуществлять рефлексию собственной образовательной деятельности.

Практико-ориентированный подход предполагает:

- освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;

– использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студентов включает следующие виды работ:

- подготовку к текущим занятиям (лекциям, практическим занятиям, контрольным работам, устным опросам);
- проработку лекционного материала и научной литературы при изучении разделов лекционного курса;
- выполнение домашних заданий и индивидуальных заданий;
- составление тематической подборки литературных источников, интернет-источников;
- подготовку докладов и презентаций для выступления в группе, на студенческих конференциях;
- подготовку ко всем видам текущей аттестации (зачет, экзамен).

Управляемая самостоятельная работа проводится в форме аудиторных контрольных работ, согласно утвержденному графику (задания выдаются в начале занятия).

Примерный перечень теоретических вопросов к экзамену за пятый семестр

1. Задача линейного программирования. Различные формы записи. Линейные модели.
2. Симплекс-метод и его табличная реализация.
3. Метод искусственного базиса.
4. Двойственная задача. Экономическая интерпретация двойственных переменных. Двойственный симплекс-метод.
5. Транспортная задача. Построение начального плана. Метод потенциалов.
6. Нелинейная задача оптимизации с ограничениями. Конус допустимых направлений. Касательный конус. Условие выделения ограничений.
7. Необходимые условия оптимальности. Теорема Куна-Таккера.
8. Седловые точки. Достаточные условия оптимальности. Существование седловых точек в задаче выпуклого программирования.
9. Лагранжева двойственность. Слабая и сильная теоремы двойственности. Примеры экономических задач.
10. Градиентные методы решения задач нелинейного программирования.
11. Квадратичное программирование. Модель Марковица.
12. Целочисленное программирование. Метод сечений Гомори.

13. Метод ветвей и границ.
14. Общая постановка задачи динамического программирования.
15. Принцип оптимальности и уравнение Беллмана. Схема решения задач динамического программирования.
16. Задача о распределении средств между предприятиями.
17. Задача об определении оптимальной стратегии замены оборудования.
18. Задача определения оптимальной производственной программы.
19. Задача инвестирования.

Примерный перечень практических задач к экзамену за пятый семестр

1. Графический метод решения линейных оптимизационных задач с двумя переменными.
2. Симплекс-метод.
3. Метод искусственного базиса.
4. Транспортная задача.
5. Решение задач целочисленного программирования.
6. Решение задач квадратичного программирования.
7. Градиентный метод приближенного решения задач нелинейного программирования.
8. Решение задач динамического программирования.
9. Задача о распределении средств между предприятиями.
11. Задача об определении оптимальной стратегии замены оборудования.
13. Задача определения оптимальной производственной программы.
15. Задача инвестирования.

Примерный перечень теоретических вопросов к экзамену за шестой семестр

1. Постановка задачи многокритериальной оптимизации. Проблемы многокритериальной оптимизации.
2. Методы решения задач многокритериальной оптимизации (методы свертывания критериев и ограничения на критерии, методы последовательного применения критериев).
3. Задача о максимальном потоке. Перебор разрезов. Алгоритм нахождения максимального потока.
4. Сетевые графики и правила их построения.
5. Расчет временных параметров сетевых графиков.
6. Оптимизация сетевого графика по времени.
7. Оптимизация сетевого графика по ресурсам.
8. Оптимизационные задачи сетевого планирования по стоимости.

9. Сетевой анализ проектов на основе вероятностной оценки срока реализации.
10. Однономенклатурная модель оптимального размера заказываемой партии (модель Уилсона).
11. Модель оптимального размера заказываемой партии с конечной интенсивностью поступления заказа.
12. Модель оптимального размера заказываемой партии при дефиците.
13. Многопродуктовые модели управления производством и поставками.
14. Страховой запас.
15. Основные элементы СМО. Классификация моделей СМО.
16. Одноканальная СМО, расчет вероятностей состояний СМО, характеристики эффективности функционирования.
17. Анализ одноканальной СМО с отказами.
18. Анализ одноканальных СМО с ограниченной очередью и с неограниченной очередью
19. Анализ многоканальной СМО с ограниченной очередью.
20. Характеристики многоканальной СМО с неограниченной очередью.
21. Понятие о матричной игре. Платежная матрица. Нижняя и верхняя цена игры.
22. Решение матричных игр в чистых стратегиях.
23. Решение матричных игр в смешанных стратегиях.
24. Приведение матричной игры к задаче линейного программирования и способы ее решения.
25. Метод Брауна-Робинсона решения матричных игр.
26. Статистические игры. Методы принятия решений в условиях неопределенности и риска.
27. Биматричные игры. . Смешанные стратегии игроков в биматричных играх. Оптимальность по Парето в биматричной игре. Равновесие по Нэшу.
28. Графическое и аналитическое решение биматричных игр 2x2.
29. Кооперативные игры. Построение характеристических функций и их свойства. Коалиции и дележи.
30. С-ядро кооперативной игры. Дележ игры по Шепли.
31. Понятие о позиционной игре. Развернутая и нормальная форма игры. Дерево игры.
32. Информационные множества и стратегии в позиционной игре. Нормализация позиционной игры.
33. Понятие о стохастическом программировании, М-постановка и Р-постановка задачи.
34. Этапы решения задач стохастического программирования: предварительный, оперативный анализ стохастической модели, переход к детерминированному эквиваленту.
35. Методы стохастического программирования в решении задач экономического содержания.

Примерный перечень практических задач к экзамену за шестой семестр

1. Решение задачи многокритериальной оптимизации для дискретного случая.
2. Решение задачи многокритериальной оптимизации для дискретного случая.
3. Построение максимального потока на сети.
4. Построение сетевого графика и расчет временных параметров.
5. Оптимизация сетевой модели по разным критериям.
6. Определение оптимальной величины заказа, интервала между поставками и издержек системы для различных типов однономенклатурных и многономенклатурных моделей управления запасами.
7. Вычисление показателей эффективности функционирования одноканальных и многоканальных систем массового обслуживания.
8. Решение матричной игры $2 \times 2, 2 \times n, m \times 2$ с использованием геометрической интерпретации.
9. Решение матричной игры сведением к ЗЛП.
10. Приближенное решение матричной игры.
11. Решение статистических игр по различным критериям.
12. Решение биматричной игры 2×2 .
13. Определения С-ядра и дележа по Шепли кооперативной игры.
14. Построение дерева игры и поиск стратегий игроков в позиционной игре.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Эконометрика и экономико-математические методы и модели	Кафедра аналитической экономики и эконометрики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 9 от 11.03.2020)
Математическая экономика	Кафедра аналитической экономики и эконометрики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 9 от 11.03.2020)
Прикладной эконометрический анализ	Кафедра аналитической экономики и эконометрики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 9 от 11.03.2020)