3. Опишем алгоритм работы асимптотически оптимального регулятора, считая выполненным условие а). Перед включением регулятора решаются базовые задачи (5), (7) при $\tau=0$, $y^*(0) = y_0$. В результате станут известны стартовые значения $t_1(0), \dots, t_l(0), s_1(0), \dots, s_p(0), \lambda(0), v(0)$ ($l=l(0), p=p(0)$). Далее на промежутке $[0, t^0]$ выбирается сетка $T_h^0 = \{0, h, \dots, kh\}$, $t^0 = kh$. С началом функционирования системы управления в режиме реального времени решаются уравнения (6), (8) последовательно при $\tau = h, 2h, \dots, kh$ путем коррекции предыдущих решений. Алгоритм решения уравнений (6) в режиме реального времени описан в [1]. Уравнения (8) по структуре аналогичны (6) и могут быть решены по той же схеме.

В результате решения определяющих уравнений для каждого $\tau = h, 2h, \dots, kh$ будут известны числа $t_1(\tau), \dots, t_l(\tau), s_1(\tau), \dots, s_p(\tau)$ ($l=l(\tau), p=p(\tau), t_1(\tau) < \dots < t_l(\tau) < t^*, s_1(\tau) < \dots < s_p(\tau) \leq 0$). Предполагается, что для любой реализовавшейся позиции $(\tau, y^*(\tau))$, $\tau \in T_h^0$, выполнены условия в), г), е), ж). На каждом шаге регулятор строит асимптотически оптимальное управление $u_{\tau}^0(t | \tau, y^*(\tau))$, $t \in T_{\tau}$, по правилу, описанному в п. 2. Заметим, что при этом не исключаются случаи, когда $t_1(\tau) = \tau, s_p(\tau) = 0$. Понятно, что если $t_1(\tau) = \tau$, то первой точкой переключения асимптотически оптимального управления будет $t_2(\tau)$. Если $s_p(\tau) = 0$, то это управление последний раз переключается в точке $t^* + \mu s_{p-1}(\tau)$. На промежутке $[0, t^0]$ динамическая система будет изменять свое состояние под действием выработанного регулятором управления $u_{\tau}^*(t) = u_{\tau}^0(t | \tau, y^*(\tau))$, $t \in [\tau, \tau + h[$, и реализовавшегося возмущения. В случае $t_1(\tau) = \tau$ возникает опасность появления скользящего режима. Чтобы избежать ее, описанный алгоритм можно дополнить правилом, «запрещающим» управлению $u_{\tau}^*(t)$, $t \in [0, t^0]$, иметь точки переключения, отстоящие друг от друга на расстояние, меньшее γ , где γ — некоторый заданный параметр. Как видно из изложенного, для построения регулятора не обязательно располагать информацией о быстрой переменной z.

1. Г а б а с о в Р., К и р и л л о в а Ф. М., К о с т ю к о в а О. И. // Докл. АН СССР. 1991. Т. 320. № 6. С. 1294.

2. К а л и н и н А. И. // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1990. Т. 30. № 3. С. 366.

3. Р а к и т с к и й Ю. В., У с т и н о в С. М., Ч е р н о р о у ц к и й И. Г. Численные методы решения жестких систем. М., 1979.

4. П о н т р я г и н Л. С., Б о л т я н с к и й В. Г., Г а м к р е л и д з е Р. В., М и щ е н к о Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М., 1983.

Поступила в редакцию 24.03.94.

УДК 517.968

А. П. ШИЛИН

БЕСКОНЕЧНАЯ АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ СИСТЕМА С МАТРИЦАМИ, БЛИЗКИМИ К КУСОЧНО-ТЕПЛИЦЕВОЙ И КУСОЧНО-ГАНКЕЛЕВОЙ

Some discrete convolution equation is solved.

Рассмотрим систему

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_{n,k} x_k + \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_{n,k} \overline{x_k} = g_n, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (1)$$

Предположим, что двусторонние последовательности комплексных чисел $\{g_n\}$, $\{x_n\}$, а также

$$\dots, a_{-3,-1}, a_{-2,-1}, a_{-1,-1}, a_{0,0}, a_{1,0}, a_{2,0}, a_{3,0}, \dots, \quad (2)$$

$$\dots, a_{-1,-3}, a_{-1,-2}, a_{-1,-1}, a_{0,0}, a_{0,1}, a_{0,2}, a_{0,3}, \dots \quad (3)$$

принадлежат классу $\{1\}$ [1]. Те коэффициенты $a_{n,k}$ системы (1), которые

являются членами последовательностей (2) и (3), зададим, причем $a_{-1,-1} = a_{0,0} = 1$, а остальные коэффициенты $a_{n,k}$ и коэффициенты $b_{n,k}$ выразим через них следующим образом:

$$a_{-1,k} = a_{0,k+1}, \quad k = 0, 1, 2, \dots; \quad a_{0,k} = a_{-1,k-1}, \quad k = -1, -2, -3, \dots;$$

$$a_{n,k} = a_{n+1,k+1} + a_{0,k+1} \cdot a_{n,-1}, \quad n = -2, -3, -4, \dots, \quad k = 0, 1, 2, \dots;$$

$$a_{n+1,k+1} = a_{n,k} + a_{n+1,0} \cdot a_{-1,k}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad k = -2, -3, -4, \dots;$$

$$a_{n,k} = a_{n+1,k+1} + a_{n,-1} \cdot a_{-1,k}, \quad n = -2, -3, -4, \dots, \quad k = -2, -3, -4, \dots;$$

$$a_{n+1,k+1} = a_{n,k} + a_{n+1,0} \cdot a_{0,k+1}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad k = 0, 1, 2, \dots;$$

$$b_{n,k} = 0, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad k = 0, 1, 2, \dots;$$

$$b_{n,k} = -a_{n,-k}, \quad n = 0, -1, -2, \dots, \quad k = -1, -2, -3, \dots \text{ и } n = 1, 2, 3, \dots,$$

$$k = -n-1, -n-2, -n-3, \dots; \quad b_{n,-n} = 1 - a_{n,n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots;$$

$$b_{n,k} = a_{n+k-1,-1} + a_{n+k,0} - a_{n,-k}, \quad n = 2, 3, 4, \dots, \quad k = -1, -2, \dots, -n+1.$$

В [1. С. 225] приведена матрица дискретного аналога интегрального уравнения типа свертки с двумя ядрами. Это кусочно-теплицева матрица, два «куска» ее теплицевости соответствуют значениям индексов $k \leq -1$ и $k \geq 0$. Можно считать, что в каждом «куске» заданы элементы с такими же индексами, как и индексы у членов последовательностей (2) и (3), а остальные элементы находятся согласно требованию теплицевости. С указанной матрицей интересно сопоставить матрицу $(a_{n,k})$: в матрице $(a_{n,k})$ также естественно выделить «куски» при $k \leq -1$ и $k \geq 0$ и отметить, что элементы этой матрицы выражаются через члены последовательностей (2) и (3). Матрица $(a_{n,k})$ уже не является кусочно-теплицевой, но тем не менее при достаточно больших значениях $|n|$ или $|k|$ в каждом ее «куске» $a_{n,k} \approx a_{n+1,k+1}$, так что эта матрица близка к кусочно-теплицевой. Похожим образом устроена и матрица $(b_{n,k})$, являясь близкой к кусочно-ганкелевой.

Предположим, что функции

$$A_1(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_{n,0} t^n, \quad A_2(t) = \sum_{n=-\infty}^0 a_{n,-1} t^n,$$

$$A_3(t) = \sum_{k=0}^{\infty} a_{0,k} t^{-k}, \quad A_4(t) = \sum_{k=-\infty}^0 a_{-1,k-1} t^{-k}$$

не обращаются в нуль при $|t| = 1$.

Введем обозначения: η_n — нули функции $A_1(z)$ в области $|z| < 1$, μ_r — соответствующие кратности этих нулей, $\alpha = 1, 2, \dots, r$; θ_s — нули функции $A_2(z)$ в области $|z| > 1$, ν_s — соответствующие кратности этих нулей, $\beta = 1, 2, \dots, s$; z_m — нули функции $A_3(\bar{z}^{-1})A_4(z)$ в области $|z| < 1$, ϵ_m — соответствующие кратности этих нулей, $Q_m(k)$ — многочлены степеней $\epsilon_m - 1$ с произвольными комплексными коэффициентами, $m = 1, 2, \dots, q$;

$$c_n = \frac{1}{2\pi i} \int_{|t|=1} \frac{dt}{A_1(t)t^{n+1}}, \quad d_n = \frac{1}{2\pi i} \int_{|t|=1} \frac{dt}{A_2(t)t^{n+1}},$$

$$w_n = \frac{1}{2\pi i} \int_{|t|=1} \frac{dt}{|A_3(t)|^2 A_4(t)t^{n+1}}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Непосредственно проверяется, что решение системы (1) сводится к последовательному решению систем:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=0}^n a_{n-k,0} y_k = g_n, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \\ \sum_{k=-n}^{-1} a_{n-k-1,-1} y_k = g_n, \quad n = -1, -2, -3, \dots, \end{array} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=n}^{\infty} a_{0,k-n} x_k + \sum_{k=-\infty}^{-1} a_{-1,k-n-1} x_k - \sum_{k=-\infty}^{-n} a_{0,-k-n} \bar{x}_k + \\ + \sum_{k=-n}^{-1} a_{-1,-k-n-1} \bar{x}_k = y_n, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \\ \sum_{k=0}^{\infty} a_{0,k-n} x_k + \sum_{k=-\infty}^{\min(-1,n)} a_{-1,k-n-1} \bar{x}_k - \\ - \sum_{k=-\infty}^{-1} a_{0,-k-n} \bar{x}_k = y_n, \quad n = 0, -1, -2, \dots \end{array} \right. \quad (5)$$

Этот неочевидный факт удалось обнаружить благодаря некоторой аналогии системы (1) с дискретным уравнением, обратным уравнению Винера—Хопфа [2].

Системы (4) и (5) имеют коэффициенты с разностными или суммарными индексами, и их можно решить методами, изложенными в [1]. Эти методы основаны на использовании преобразования Лорана с последующим решением возникающих краевых задач для аналитических функций.

На решении системы (4) не останавливаемся: ее легко истолковать как частный случай дискретного аналога интегрального уравнения типа свертки с двумя ядрами.

Остановимся на решении системы (5). После преобразования Лорана эта система перейдет в соотношение, которому можно придать вид

$$A_3(t)F^+(t) + A_4(t)R(t) = Y(t), \quad |t| = 1, \quad (6)$$

где $F^+(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x_n t^n - \sum_{n=1}^{\infty} \overline{x_{-n}} t^n$ есть H -непрерывное предельное значение функции, аналитической в единичном круге,

$$R(t) = \sum_{n=-\infty}^{-1} x_n t^n + \sum_{n=1}^{\infty} \overline{x_{-n}} t^n \quad (7)$$

есть H -непрерывная действительнoзначная функция, $Y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y_n t^n$.

Вводя обозначение $H(t) = \frac{Y(t)}{|A_3(t)|^2 A_4(t)}$, преобразуем соотношение (6) следующим образом:

$$\frac{F^+(t)}{A_3(t)A_4(t)} - H^+(t) = H^{(R)}(t) - \frac{R(t)}{|A_3(t)|^2}, \quad (8)$$

где функция $H^+(t) = i \operatorname{Im} H(t) + \frac{1}{2\pi i} \int_{|\tau|=1} \left[H(\tau) - \frac{\overline{H(\tau)}t}{\tau} \right] \frac{d\tau}{\tau-t}$ аналитически продолжима в единичный круг, а функция $H^{(R)}(t) = \operatorname{Re} H(t) - \frac{1}{2\pi i} \int_{|\tau|=1} \left[H(\tau) - \frac{\overline{H(\tau)}t}{\tau} \right] \frac{d\tau}{\tau-t}$ является действительнoзначной.

Функция $A_4(t)$ аналитически продолжима в единичный круг. Функ-

ция $A_3(t)$ аналитически продолжима во внешность единичного круга, так что функция $\overline{A_3(t)}$ будет аналитически продолжима по симметрии в единичный круг. Теперь ясно, что обе части соотношения (8) мы должны приравнять к Н-непрерывной действительнoзначной функции на единичной окружности, аналитически продолжимой в единичный круг, кроме, быть может, точек z_m , в которых допускаются полюсы порядка не выше ϵ_m , $m = 1, 2, \dots, q$. Общий вид такой функции

$$\Psi(t) = \delta + \sum_{m=1}^q \sum_{j=1}^{\epsilon_m} \left[\frac{p_{mj}}{(t-z_m)^j} + \frac{\overline{p_{mj}t^j}}{(1-tz_m)^j} \right],$$

где δ — произвольная действительная постоянная, p_{mj} — произвольные комплексные постоянные.

Теперь найдем $F^+(t) = \overline{A_3(t)}A_4(t) [H^+(t) + \Psi(t)]$, $R(t) = |A_3(t)|^2 [H^{(R)}(t) - \Psi(t)]$.

Из формулы (7) видно, что обратное преобразование Лорана от функции $R(t)$ должно иметь нулевую компоненту, равную нулю. Этого всегда можно добиться надлежащим подбором постоянной δ . Для получения решения исходной системы (1) останется найти сумму $F^+(t) + R(t)$ и выполнить обратное преобразование Лорана. Подробные выкладки приводят к следующему результату.

Теорема. Для разрешимости системы (1) необходимы и достаточны условия:

$$\sum_{n=0}^{\infty} g_n n^j \eta_\alpha^n = 0, \quad j = 0, 1, \dots, \mu_\alpha - 1, \quad \alpha = 1, 2, \dots, r,$$

$$\sum_{n=-\infty}^{-1} g_n n^j \theta_\beta^n = 0, \quad j = 0, 1, \dots, \nu_\beta - 1, \quad \beta = 1, 2, \dots, s,$$

при выполнении которых общее решение дается формулами:

$$x_n = \sum_{k=-\infty}^{-1} \left[\left(\varphi_{n-k} - \frac{\psi_n \psi_{-k}}{\psi_0} \right) \sum_{m=1}^q z_m^{-k} Q_m(k) + \right. \\ \left. + \left(\varphi_{n+k} + \frac{\psi_n \psi_k}{\psi_0} \right) \sum_{m=1}^q \overline{z_m^{-k}} \overline{Q_m(k)} \right] + \omega_n, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

где

$$\varphi_n = \begin{cases} \sum_{k=0}^{\infty} \overline{a_{0,n-k}} a_{-1,-k-1} - \sum_{k=-\infty}^0 \overline{a_{0,n-k}} a_{0,-k}, & n = 0, 1, 2, \dots, \\ - \sum_{k=-\infty}^n \overline{a_{0,n-k}} a_{0,-k}, & n = 0, 1, 2, \dots; \end{cases}$$

$$\psi_n = \sum_{k=-\infty}^0 \overline{a_{0,n-k}} a_{0,-k}, \quad n = 0, 1, 2, \dots;$$

$$\omega_n = \sum_{\sigma=-\infty}^0 \overline{a_{0,n-\sigma}} f_\sigma, \quad n = -1, -2, -3, \dots; \quad \omega_0 = \sum_{\sigma=-\infty}^{-1} \overline{a_{0,-\sigma}} f_\sigma + h;$$

$$\omega_n = \sum_{\sigma=1}^n \overline{a_{0,n-\sigma}} \left[\sum_{\gamma=0}^n a_{-1,\gamma-n-1} \left(\sum_{l=0}^{\infty} w_{\gamma-1} \sum_{k=0}^{\infty} c_{l-k} g_k + \sum_{l=-\infty}^{-1} w_{\gamma-1} \sum_{k=-\infty}^{-1} d_{l-k} g_k \right) - \right. \\ \left. - \sum_{\gamma=1}^n a_{-1,\gamma-n-1} \left(\sum_{l=0}^{\infty} \overline{w_{-\gamma-1}} \sum_{k=0}^{\infty} \overline{c_{l-k}} g_k + \sum_{l=-\infty}^{-1} \overline{w_{-\gamma-1}} \sum_{k=-\infty}^{-1} \overline{d_{l-k}} g_k \right) \right] + \\ + \sum_{\sigma=-\infty}^{-1} \overline{a_{0,n-\sigma}} f_\sigma + \overline{a_{0,n}} h, \quad n = 1, 2, 3, \dots;$$

$$f_{\sigma} = \sum_{\gamma=\sigma}^{-1} a_{0,\gamma-\sigma} \left(\sum_{l=0}^{\infty} w_{\gamma-1} \sum_{k=0}^{\infty} c_{l-k} g_k + \sum_{l=-\infty}^{-1} w_{\gamma-1} \sum_{k=-\infty}^{-1} d_{l-k} g_k \right) +$$

$$+ \sum_{\gamma=1}^{\infty} a_{0,\gamma-\sigma} \left(\sum_{l=0}^{\infty} \overline{w_{-\gamma-1}} \sum_{k=0}^{\infty} \overline{c_{l-k} g_k} + \sum_{l=-\infty}^{-1} \overline{w_{-\gamma-1}} \sum_{k=-\infty}^{-1} \overline{d_{l-k} g_k} \right),$$

$$\sigma = -1, -2, -3, \dots;$$

$$h = \left(\sum_{l=0}^{\infty} w_{-1} \sum_{k=0}^{\infty} c_{l-k} g_k + \sum_{l=-\infty}^{-1} w_{-1} \sum_{k=-\infty}^{-1} d_{l-k} g_k \right) +$$

$$+ \sum_{\gamma=1}^{\infty} a_{0,\gamma} \left(\sum_{l=0}^{\infty} \overline{w_{-\gamma-1}} \sum_{k=0}^{\infty} \overline{c_{l-k} g_k} + \sum_{l=-\infty}^{-1} \overline{w_{-\gamma-1}} \sum_{k=-\infty}^{-1} \overline{d_{l-k} g_k} \right).$$

Приведем пример системы (1), записав ее в развернутом виде для лучшей возможности видеть связь между коэффициентами:

$$\dots + \frac{91}{3^4} X_{-3} + \frac{10}{3^3} X_{-2} + \frac{1}{3^2} X_{-1} + \frac{1}{3^2} X_0 + \frac{1}{3^3} X_1 + \frac{1}{3^4} X_2 + \frac{1}{3^5} X_3 + \dots -$$

$$- \frac{1}{3^5} \overline{X_{-3}} - \frac{1}{3^4} \overline{X_{-2}} - \frac{1}{3^3} \overline{X_{-1}} = 0$$

$$\dots + \frac{10}{3^3} X_{-3} + \frac{10}{3^2} X_{-2} + \frac{1}{3} X_{-1} + \frac{2}{3^2} X_0 + \frac{2}{3^3} X_1 + \frac{2}{3^4} X_2 + \frac{2}{3^5} X_3 + \dots -$$

$$- \frac{2}{3^5} \overline{X_{-3}} - \frac{2}{3^4} \overline{X_{-2}} - \frac{2}{3^3} \overline{X_{-1}} = 0$$

$$\dots + \frac{1}{3^2} X_{-3} + \frac{1}{3} X_{-2} + X_{-1} + \frac{1}{3} X_0 + \frac{1}{3^2} X_1 + \frac{1}{3^3} X_2 + \frac{1}{3^4} X_3 + \dots -$$

$$- \frac{1}{3^4} \overline{X_{-3}} - \frac{1}{3^3} \overline{X_{-2}} - \frac{1}{3^2} \overline{X_{-1}} = 0$$

$$\dots + \frac{1}{3^3} X_{-3} + \frac{1}{3^2} X_{-2} + \frac{1}{3} X_{-1} + X_0 + \frac{1}{3} X_1 + \frac{1}{3^2} X_2 + \frac{1}{3^3} X_3 + \dots -$$

$$- \frac{1}{3^3} \overline{X_{-3}} - \frac{1}{3^2} \overline{X_{-2}} - \frac{1}{3} \overline{X_{-1}} = 1$$

$$\dots + \frac{2}{3^4} X_{-3} + \frac{2}{3^3} X_{-2} + \frac{2}{3^2} X_{-1} + \frac{1}{3} X_0 + \frac{10}{3^2} X_1 + \frac{10}{3^3} X_2 + \frac{10}{3^4} X_3 + \dots -$$

$$- \frac{10}{3^4} \overline{X_{-3}} - \frac{10}{3^3} \overline{X_{-2}} - \frac{1}{3^2} \overline{X_{-1}} = \frac{2}{3}$$

$$\dots + \frac{1}{3^4} X_{-3} + \frac{1}{3^3} X_{-2} + \frac{1}{3^2} X_{-1} + \frac{1}{3^2} X_0 + \frac{10}{3^3} X_1 + \frac{91}{3^4} X_2 + \frac{91}{3^5} X_3 + \dots -$$

$$- \frac{91}{3^5} \overline{X_{-3}} - \frac{10}{3^4} \overline{X_{-2}} + \frac{8}{3^3} \overline{X_{-1}} = \frac{1}{3}$$

$$\dots + \frac{4}{3^6} X_{-3} + \frac{4}{3^5} X_{-2} + \frac{4}{3^4} X_{-1} + \frac{1}{3^3} X_0 + \frac{10}{3^4} X_1 + \frac{91}{3^5} X_2 + \frac{820}{3^6} X_3 + \dots -$$

$$- \frac{91}{3^6} \overline{X_{-3}} + \frac{71}{3^5} \overline{X_{-2}} + \frac{17}{3^4} \overline{X_{-1}} = \frac{4}{3^3}$$

(Четвертое уравнение соответствует значению $n = 0$.)

В этом примере $g_n = 0$, $n = -1, -2, -3, \dots$, $g_n = (n+1)/3^n$, $n = 0, 1, 2, \dots$, $a_{n,0} = a_{0,n} = a_{-1,-n-1} = a_{-n-1,-1} = 3^{-n}$, $n = 1, 2, 3, \dots$, а остальные коэффициенты $a_{n,k}$ и коэффициенты $b_{n,k}$ вычислены по указанным выше формулам. (Можно было бы явно, без рекуррентных соотношений указать выражения в общем виде для коэффициентов в примере.)

Легко вычислить, что

$$A_1(z) = \frac{3}{3-z}, \quad A_2(z) = \frac{3z}{3z-1}, \quad \overline{A_3(\bar{z}^{-1})} A_4(z) = \frac{9}{(3-z)^2}.$$

Отсутствие нулей у этих функций (соответственно в областях $|z| < 1$, $|z| > 1$, $|z| < 1$) говорит о том, что решение системы безусловно существует и единственно. Вычисления дают в качестве решения значения $x_n = -3^n$, $n = -1, -2, -3, \dots$, $x_0 = 8/9$, $x_n = (8(n+1) - 9)/3^{n+2}$, $n = 1, 2, 3, \dots$.

1. Гахов Ф. Д., Черский Ю. И. Уравнения типа свертки. М., 1978.
2. Черский Ю. И. // Докл. АН УССР. Сер. А. 1982. № 6. С. 29.

Поступила в редакцию 08.02.94

УДК 517.948.32:517.544

Э. И. ЗВЕРОВИЧ, Л. А. КОРЗАН

РЕШЕНИЕ В ЗАМКНУТОЙ ФОРМЕ ОДНОГО ЧАСТНОГО СЛУЧАЯ ЗАДАЧИ СОПРЯЖЕНИЯ НА РИМАНОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ

This paper gives a solution in closed form of one special case of the problem of the conjugation on the Riemann's surface. A peculiarity of this problem is that for its solution does not need a solution of the auxiliary Jacoby's problem.

Пусть R — замкнутая ориентируемая риманова поверхность рода $h > 0$. Зафиксируем на ней достаточно гладкое каноническое рассечение $a_1, b_1, \dots, a_h, b_h$ и обозначим через $L = a_1 \cup b_1 \cup \dots \cup a_h \cup b_h$. Ориентация контура L показана на рисунке, где поверхность $R \setminus L$ представлена в виде нормального фундаментального многоугольника. Рассмотрим задачу линейного сопряжения для нахождения функций Φ , аналитических на $R \setminus L$, непрерывно продолжимых слева и справа на L , по соотношению:

$$\Phi^+(t) = G(t)\Phi^-(t) + g(t), \quad t \in L, \quad (1)$$

$$\text{где } G(t) = \begin{cases} A_1 & \text{при } t \in a_1, \\ B_1 & \text{при } t \in b_1, \\ \dots & \dots \\ A_h & \text{при } t \in a_h, \\ B_h & \text{при } t \in b_h. \end{cases} \quad (1')$$

Здесь A_v, B_v — заданные отличные от нуля константы, $v = 1, \dots, h$.

Эта задача при более общих предположениях исследовалась в [1]. Однако там ее решение выражено через решение вспомогательной проблемы обращения Якоби [2]. Цель данной статьи — выделить такие частные случаи задачи линейного сопряжения, которые для своего решения не требуют привлечения проблемы Якоби.

Рассмотрим сначала однородную задачу (1), предполагая, что $g(t) \equiv 0$;

$$\Phi_0^+(t) = G(t)\Phi_0^-(t), \quad t \in L. \quad (2)$$

Применяя к этому равенству принцип аргумента, заключаем, что решение задачи (2), если оно существует, не может иметь нулей на R , а значит, в силу теоремы о монодромии [3], должна существовать однозначная на $R \setminus L$ ветвь логарифма $\ln \Phi_0(p)$. Логарифмируя равенство (2), получим:

$$\ln \Phi_0^+(t) = \ln \Phi_0^-(t) + \ln G(t), \quad t \in L. \quad (3)$$

Дифференцируя это последнее равенство и учитывая, что $G(t)$ постоянна на каждой линии a_v и b_v , имеем: