ряющих условию нормировки фононного спектра к единице. Очевидно, что существуют две характерные области частот: акустических и оптических с плавным переходом к нулю.

Полученная функция $g(\nu)$ распределения частот нормальных колебаний использована для расчета температурной зависимости удельной теплоемкости решетки CaS при постоянном объеме в виде:

$$c_V(T) = 6Nk\int_0^{\nu_{max}} \frac{(h\nu/kT)^2\exp(-h\nu/kT)}{[1-\exp(-h\nu/kT)]^2} g(\nu)d\nu. \qquad (7)$$

В полученные значения функции c_V (T) вносится поправка [8] с целью перехода к удельной теплоемкости при постоянном давлении:

$$\Delta C = c_P - c_V = ANk^2T. \qquad (8)$$

На рис. 4 сплошной линией представлен результат расчета температурной зависимости удельной теплоемкости при постоянном давлении c_P, а экспериментальные [9] данные — крестиками.

Согласие полученных результатов на всем указанном интервале температур может свидетельствовать о том, что выбранная модель удовлетворительно описывает тепловое движение атомов в моносульфиде кальция.

1. Борн М., Хуанг К. Динамическая теория кристаллических решеток: Пер. с англ. М., 1958.
2. Рейсленд Дж. Физика фононов: Пер. с англ. М., 1975.
3. Yin M. T., Cohen M. L. // Phys. Rev. Lett. 1980. V.45. № 12. P.1004.
4. Maeda K., Vitek V., Sutton A. P. // Acta Metallurgica. 1982. V.30. № 11. P.2001.
5. Kim Y. S., Gordon R. G. // Journ. Chem. Phys. 1974. V.60. № 5. P.1842.
6. Методы расчета электронной структуры атомов и молекул / Под ред. М. Г. Веселова. Л., 1976. С. 5.
7. De Launay J. // Solid State Physics. 1956. V.2. P.219.
8. Leibfried G. Gittertheory der mechanischen und thermischen Eigenschaften der Kristalle. Berlin, 1955. P.239.
9. Anderson C. T. // Journ. Amer. Chem. Soc. 1931. V.53. № 2. P.476.

Поступила в редакцию 13.12.93.

УДК 535.322

Б. Б. ВИЛЕНЧИЦ, Н. Е. ГАЛИЧ, Д. С. УМРЕЙКО

АНАЛОГИЯ МЕЖДУ РАСХОДИМОСТЬЮ СВЕТОВОГО ПУЧКА В ТУРБУЛЕНТНОЙ СРЕДЕ И САМОДЕФОКУСИРОВКОЙ В СПУТНОМ ПОТОКЕ ГАЗА

The work demonstrates an example of the analogy between the nonlinear and stochastic radiation refraction.

На ограниченных участках лучевой трассы дефокусировка светового пучка малой интенсивности описывается в приближении диффузионного случайного процесса блуждания лучей [1,2]. При этом ширина пучка растет пропорционально кубу пройденного расстояния x^3. Тепловая самодефокусировка мощного пучка в потоке газа или жидкости, движущихся вдоль луча на ограниченных дистанциях, как будет показано ниже, также приводит к увеличению ширины пучка пропорционально x^3. Подобие или совпадение характера развития дефокусировки может служить примером аналогии между нелинейной и стохастической рефракцией излучения. Оно указывает на возможность моделирования тепловой самодефокусировки мощного излучения посредством дефокусировки светового пучки малой мощности или на возможность лабораторного моделирования расходимости пучка в различных турбулентных средах при тепловой самодефокусировке излучения в небольшой кювете или трубке, через которую прокачивается жидкость или газ. Возможны случаи, когда нелинейная и случайная рефракции аддитивны.

Рассмотрим коллимированный гауссов пучок, когда распределение интенсивности в начальном сечении $x = 0$ имеет вид:

$$I = I_0 \exp\left(-r^2/\Lambda_0^2\right),$$

где $\Lambda_\perp(x)$ — ширина пучка; $\Lambda_0 = \Lambda_\perp(x=0)$; x — продольная, r — поперечная координаты соответственно.

Диэлектрическая проницаемость среды $\varepsilon = \varepsilon_0 + \delta\varepsilon$, $\varepsilon = \mathrm{const}$, $|\delta\varepsilon| \ll \varepsilon_0$. Величина $\delta\varepsilon$ определяется либо слабым нагревом среды за счет поглощения части энергии излучения, либо статистическими свойствами турбулентности. Как в первом, так и во втором случае параболическое уравнение для огибающей электрического поля имеет вид:

$$2ik_0 \partial_x E + \frac{1}{r}\partial_r (r\partial_r E) + \frac{k_0^2}{\epsilon_0}\delta\varepsilon E = 0, \tag{1}$$

где k_0 — волновой вектор; $I = c\sqrt{\varepsilon_0}\,|E|^2/8\pi$; c — скорость света.

В турбулентной среде в сечении $x = L$ квадрат ширины пучка можно записать в виде:

$$\langle\Lambda_\perp^2\rangle = \Lambda_0^2 + \frac{4}{3}Dx^3. \tag{2}$$

Здесь $\langle\ldots\rangle$ означает статистическое усреднение по ансамблю различных реализаций случайной среды; D — коэффициент диффузии функции распределения лучей по углам рассеяния, определяемый пространственными корреляциями флуктуаций $\delta\varepsilon$. Для гауссовых корреляций с радиусом R величина $D = \sqrt{\pi}\,\langle\delta\varepsilon^2\rangle/4r\varepsilon_0^2$ [1]. При этом средняя по сечению пучка интенсивность $\bar{I}(x) = \bar{I}(x=0) + \Delta\bar{I}(x)$ описывается соотношением

$$\langle(\Delta I)^2\rangle = \sqrt{\pi}\, I_0 \langle\delta\varepsilon^2\rangle L^3/3\varepsilon_0 R^3. \tag{3}$$

Область применимости формул (2) и (3) определяется условиями [1, 2]:

$$L \gg R, \quad R \gg k_0^{-1}, \quad \langle(\Delta I)^2\rangle \ll I_0^2, \quad L < k_0 R^2.$$

В отсутствии турбулентности, при тепловой саморефракции мощного излучения $\delta\varepsilon = \varepsilon_T\,\theta$ (θ — неоднородность температуры среды, обусловленная ее нагревом при поглощении части световой энергии; $\varepsilon_T = d\varepsilon/dT$; T — температура среды). В потоке газа или жидкости, движущемся вдоль луча со скоростью V, на ограниченных участках трассы длиной $L < \Lambda_\perp^2 V/\chi$ (χ — температуропроводность) в стационарном случае Θ определяется из уравнения:

$$\rho c_p v \partial_x \theta = \alpha I(x, r),$$

где ρ — плотность, c_p — теплоемкость среды, α — коэффициент поглощения света.

В приближении заданного поля $\theta = \alpha I(x=0)x/\rho c_p V$ и для $\delta\varepsilon = \varepsilon_T\,\theta$ из (1) можно получить распределение интенсивности в виде:

$$I = I_0 e^{-\frac{r^2}{\Lambda_0^2}} \left\{ 1 + \frac{x^3 \epsilon_T \alpha I_0}{3\Lambda_0^2 \epsilon_0 \rho c_p V}\left(1 - 2\frac{r^2}{\Lambda_0^2}\right) e^{-\frac{r^2}{\Lambda_0^2}} \right\}. \tag{4}$$

Искажение гауссова распределения интенсивности в среде с $\varepsilon_T < 0$ обусловлено самодефокусировкой. Длина самодефокусировки, как следует из (4), определяется величиной

$$\Lambda_{||} \simeq (3\Lambda_0^2 \varepsilon_0 \rho c_p V/|\varepsilon_T|\alpha I)^{1/3}$$

и формула (4), описывающая приближение геометрической оптики, справедлива только при $x \ll \Lambda_{||}$, $\Lambda_{||} \ll k_0\Lambda_0^2$ или при мощности излучения P_0, не превышающей критическую мощность саморефракции

$$P_k \simeq 3\pi\varepsilon_T\, \rho c_p V/k_0^3 \Lambda_0^2\, \alpha\, |\varepsilon_T|.$$

Мощность пучка сохраняется, т. е. уравнение (1) допускает интеграл

$$P = 2\pi\int_0^\infty I r dr = \mathrm{const} = P_0.$$

Поэтому можно ввести среднюю ширину пучка

$$\Lambda_\perp^2 = (2\pi/P_0)\int_0^\infty Ir^3dr$$

и среднюю по сечению интенсивность

$$\bar{I}(x) = P_0/\pi\Lambda_\perp^2(x)$$

и переписать условие сохранения мощности в виде:

$$\pi\Lambda_\perp^2(x)I(x) = P_0.$$

Тогда из (4) следует, что

$$\bar{\Lambda}_\perp^2 = \Lambda_0^2 - \varepsilon_T\alpha I_0L^3/12\varepsilon_0\rho c_pV,$$

$$\Delta\bar{I}^2 = \varepsilon_T\alpha I_0^2L^3/12\varepsilon_0\rho c_pV\Lambda_0^2. \qquad (5)$$

Соотношения (5) справедливы при следующих условиях: скорость движения V должна быть меньше скорости звука V_s и больше скорости светоиндуцированной свободной конвекции $V_k \sim (\alpha g\rho P_0/\rho c_p)^{1/3}$ (g — ускорение силы тяжести, β — коэффициент теплового расширения) [3], т. е. $V \sim 1 \div 200$ м/с. Кроме того, угол между направлением распространения излучения и направлением движения среды должен быть меньше величины $\Lambda_\perp/L$, где $L \ll \Lambda_{\|}$.

Сравнение (2), (3), (5) указывает на их совпадение. Отличие определяется разницей в значениях и природе коэффициентов при L^3. Диффузию лучей в случайно-неоднородной среде можно моделировать нелинейностью $\varepsilon_T\theta$ в движущейся вдоль луча среде, если

$$\sqrt{\pi} < \delta\varepsilon^2 > /\varepsilon_0 R = |\varepsilon_T|\alpha I_0/4\rho c_pV.$$

При тепловой самодефокусировке гауссова пучка в случайно-неоднородной среде, движущейся вдоль луча на коротких дистанциях, вклады нелинейности и флуктуаций $\delta\varepsilon$ суммируются, если не учитывать флуктуаций нелинейной части $\delta\varepsilon$. Действительно, вводя функцию когерентности $\Gamma(x, r_1, r_2) = <E(x, r_1)E^*(x, r_2)>$ и следуя [4], для автомодельного распределения Γ вида

$$\Gamma(x, r_1, r_2) = E_0^2\frac{\Lambda_0^2}{\Lambda_\perp^2(x)}\exp\left\{-\frac{r_1^2+r_2^2}{2\Lambda_\perp^2} + \varphi(x)(r_1-r_2)^2\right\}$$

можно получить соотношение для ширины пучка $\Lambda_\perp^2(x)$ по средней интенсивности

$$\bar{I} = \left(c\sqrt{\varepsilon_0}/8\pi\right)\Gamma(x, r_1 = r_2 = r),$$

которое имеет вид:

$$\Lambda_\perp^2(x) = \Lambda_0^2 + \frac{L^2}{k_0^2\Lambda_0^2} + \left(4D - \frac{\epsilon_T\alpha I_0}{\epsilon_0\rho c_pV}\right)\frac{L^3}{3}.$$

Эта формула справедлива при

$$(\Lambda_\perp(x) - \Lambda_0) \ll \Lambda_0, \quad P_0 < P_k.$$

1. Чернов Л. А. Волны в случайно-неоднородных средах. М., 1975.

2. Кляцкин В. И., Татарский В. И. Приближение диффузионного случайного процесса в некоторых статистических задачах физики // УФН. 1973. Т. 110. Вып. 4. С. 500.

3. Воробьев В. В. Тепловое самовоздействие лазерных пучков на неоднородных атмосферных трассах // Изв. вузов. Сер. Физика. 1977. № 11. С. 61.

4. Воробьев В. В. Уширение светового пучка в нелинейной среде со случайными неоднородностями показателя преломления // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1970. Т. 13. № 7. С. 1053.

Поступила в редакцию 04.03.94.