3) нулевое решение системы

$$\begin{cases} \dot{x} = X(x, \varphi(x, t), w, t), \ x \in B_x, \\ \dot{w} = W(x, \varphi(x, t), w, t), \ w \in B_w, \end{cases} \qquad (3)$$

x-равномерно асимптотически устойчиво [1].

Тогда нулевое решение системы (2) (x, z) — устойчиво.

Если, кроме того, справедливо условие

4) $V(s, t) \leqslant b(\|z - \varphi(x, t)\|)$,

то нулевое решение (2) (x, z)-равномерно устойчиво.

Теорема 3. Пусть для системы (2) существуют непрерывно дифференцируемая функция $V: B_H \times \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}^+$, непрерывная локально липшицева по x равномерно по $t \geqslant 0$ функция $\varphi: B_x \times \mathbf{R}^+ \to \mathbf{R}^m$, $\varphi(0, t) = 0$, а также функции Хана a, b, c такие, что для каждой точки $(s, t) \in B_H \times \mathbf{R}^+$ выполняются условия:

1) $a(\|z - \varphi(x, t)\|) \leqslant V(s, t) \leqslant b(\|z - \varphi(x, t)\|)$;

2) $\dot{V}(x, z, w, t) \leqslant -c(\|z - \varphi(x, t)\|)$;

3) нулевое решение системы (3) x-равномерно асимптотически устойчиво.

Тогда нулевое решение системы (2) (x, z)-равномерно асимптотически устойчиво.

В качестве примера рассмотрим частный случай системы (2):

$$\dot{x} = X(x, z, w, t), \qquad (4)$$

$$\dot{z} = Z(z, w, t), \ \dot{w} = W(z, w, t). \qquad (5)$$

Учитывая, что такая система обладает инвариантным множеством $z = 0$, $w = 0$, приходим к следующему результату.

Следствие 1. Нулевое решение системы (4), (5), (x, z)-равномерно асимптотически устойчиво тогда и только тогда, когда нулевое решение системы (5) z-равномерно асимптотически устойчиво, а нулевое решение системы $\dot{x} = X(x, o, w, t)$, $\dot{w} = W(o, w, t)$, x-равномерно асимптотически устойчиво.

Проблема устойчивости по отношению к части переменных для систем типа (4), (5) возникает, например, при исследовании равновесия рыночных цен в экономической модели Вальраса (см. [2]) и в математической модели разоружения [3].

В заключение отметим, что в отличие от метода (x, z)-определенно положительных функций Ляпунова, используемых в [1] для задачи об устойчивости по отношению к координатам (x, z), представленные выше теоремы 2 и 3 используют лишь (x, z)-знакопостоянные функции Ляпунова. Такие функции исчезают на положительно инвариантной поверхности $z = \varphi(x, t)$, содержащей начало координат.

1. Румянцев В. В., Озиранер А. С. Устойчивость и стабилизация движения по отношению к части переменных. М., 1987.
2. Siljak D. D. Competitive economic systems: stability, decomposition and aggregation//IEEE Trance. Ac. 1976. № 21. P. 149.
3. Siljak D. D. Large scale dynamical systems. New York, 1978.

Поступила в редакцию 15.12.94.

УДК 512.542

В. М. СЕЛЬКИН

ОПИСАНИЕ МИНИМАЛЬНЫХ НАСЛЕДСТВЕННЫХ ЛОКАЛЬНЫХ НЕ φ-ДИСПЕРСИВНЫХ ФОРМАЦИЙ

The description of minimal hereditary local not φ-dispersive formations are described in this paper.

Все рассматриваемые в работе группы конечны.

Наследственная локальная формация Ω называется минимальной наследственной локальной не Δ-формацией (или Δ_{ls}-критической формацией), если $\Omega \not\subseteq \Delta$, то $\Omega_1 \subseteq \Delta$ для любой собственной локальной наследственной подформации Ω_1 из Ω.

В работе [1] были описаны минимальные наследственные локальные несверхразрешимые формации. Развивая этот результат, в данной статье опишем минимальные наследственные локальные не φ-дисперсивные формации, где φ—произвольное упорядочение множества простых чисел. Будем придерживаться терминологии, принятой в [2, 3]. Кроме того, символом Γ_π обозначим класс всех π-групп.

Теорема. Тогда и только тогда формация Ω является минимальной наследственной локальной не φ-дисперсивной формацией, когда $\Omega = \mathrm{lform}G$, где G — не φ-дисперсивная группа Шмидта.

Доказательство. *Необходимость.* Для каждого простого числа p символом $\varphi(p)$ обозначим множество всех таких простых чисел q, что $p\varphi q$. Пусть Δ — формация всех φ-дисперсивных групп, а h — такой локальный экран, что $h(p) = \Gamma_{\varphi(p)} \cap \Delta$ для любого простого p. В [3] показано, что h — максимальный внутренний локальный экран формации Δ. Значит, ввиду теоремы 2 работы [4] формация $\Omega = \mathrm{lsform}G$ (наследственная локальная формация, порожденная группой G), где G — такая монолитическая группа с монолитом $P = G^{\Delta}$, что выполняется одно из следующих условий: 1) $G = P$ — группа простого порядка; 2) P — неабелева группа и G — минимальная не $\Gamma_{\varphi(p)} \cap \Delta$-группа при всех $p \in \pi(P)$, 3) $G = P \leftthreetimes H$, где $P = C_G(P)$ — p-группа, а H — монолитическая минимальная не $\Gamma_{\varphi(p)} \cap \Delta$-группа с монолитом Q (p не делит $|Q|$), удовлетворяющая одному из следующих условий: а) $\Phi(H) = 1$ и всякая собственная подгруппа из H принадлежит $\Gamma_{\varphi(p)} \cap \Delta$ при всех $q \in \pi(Q)$, б) H — циклическая примарная группа; в) H — группа кватерионов порядка 8; г) неабелева группа порядка q^3 простой нечетной экспоненты q.

Понятно, что в рассматриваемой нами ситуации условие 1 невозможно.

Пусть выполняется условие 2. Тогда ввиду теоремы Бернсайда о разрешимости бипримарных групп имеет место $|\pi(P)| \geq 3$. И пусть P — собственная подгруппа групп G. Так как G — минимальная не $\Gamma_{\varphi(p)} \cap \Delta$-группа для любого простого $p \in \pi(P)$, то $P \in \Gamma_{\varphi(p)} \cap \Delta$, где $p \in \pi(P)$. Значит, P — φ-дисперсивная группа. Но всякая φ-дисперсивная группа разрешима. Следовательно, P — абелева группа. Полученное противоречие показывает, что $P = G$ — простая неабелева группа. Пусть p — наибольшее (относительно упорядочения φ) простое число, делящее порядок группы $G = P$ и $q \in \{\pi(G) \setminus p\}$. Рассмотрим q-силовскую подгруппу R группы G. Тогда, с одной стороны, $R \in \Gamma_{\varphi(p)}$, т. е. $p\varphi q$. С другой стороны, по выбору простого числа p имеет место $q\varphi p$. Значит, $p = q$. Полученное противоречие показывает, что рассмотренный нами случай невозможен.

Пусть теперь выполняется условие 3. Предположим, что H не является группой простого порядка. Тогда для любого $q \in \pi(H)$ в H имеется собственная неединичная q-подгруппа T группы H такая, что $T \in \Gamma_{\varphi(p)} \cap \Delta$. Следовательно, $\pi(H) \subseteq \varphi(p)$ и поэтому $H \in \Gamma_{\varphi(p)} \cap \Delta$. Тогда поскольку $G/P \simeq H \in \Delta$, то $H \in \Gamma_{\varphi(p)} \cap \Delta$. Противоречие. Таким образом, $H = Q$ — группа простого порядка p. Ввиду леммы 3.9 [2] и условия имеем $q\varphi p$. Таким образом, G — не φ-дисперсивная группа Шмидта. Значит, согласно лемме 8.10 [3], $\mathrm{lform}G$ — наследственная формация. Поэтому $\mathrm{lform}G = \mathrm{lsform}G$.

Достаточность. Понятно, что формация Ω не φ-дисперсивна. С другой стороны, согласно лемме 8.10 [3], все локальные подформации формации Ω наследственны. Но, согласно следствию 19.10 [3], у локальной формации, порожденной группой Шмидта, все собственные локальные подформации нильпотентны, а значит, и φ-дисперсивны для любого упорядочения φ множества простых чисел. Таким образом, Ω – Δ_{ls}-критическая формация. Теорема доказана.

Замечание. Пусть Δ — один из классов: нильпотентных групп, π-разрешимых групп, π-замкнутых групп, π-специальных групп, класс квазинильпотентных групп. Рассуждая, как и в случае доказанной нами теоремы, можно убедиться, что формация Ω является Δ_{ls}-критической тогда и только тогда, когда $\Omega = \mathrm{lsform}G$, где G — группа Шмидта, не принадлежащая Δ.

1. Скиба А. Н.//Исследование нормального и подгруппового строения конечных групп. 1985. С. 182.
2. Шеметков Л. А. Формации конечных групп. Мн., 1978.
3. Шеметков Л. А., Скиба А. Н. Формации алгебраических систем. М., 1989.
4. Селькин В. М., Скиба А. Н. О критических формациях. Гомель, 1994 (Препринт//ГГУ).

Поступила в редакцию 24.03.95.