УДК 535

В. В. ЖИЛКО, А. В. ЛАВРИНЕНКО

КОВАРИАНТНЫЙ АНАЛИЗ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ ПОЛЯРИТОНОВ В СВЕРХРЕШЕТКАХ ИЗ МАГНИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

The effective permeability tensor of superlattices from magnetic materials is obtained. The propagation of surface polaritons in the binary superlattice from uniaxial magnetic media, based on the operator dispersion equation of the multilayer gyroanisotropic structures is considered.

Одними из наиболее активно исследуемых объектов в настоящее время являются сверхрешетки, открывающие новые уникальные возможности в микроминиатюризации электронных и оптоэлектронных устройств и совмещений функций запоминания и обработки информации. С целью поиска сверхрешеток, представляющих собой периодические многослойные структуры с малой толщиной слоев, с оптимальными для конкретных применений свойствами, значительное внимание уделяют изучению распространения электромагнитных волн в решетках из различных материалов — диэлектриков, ферро- и антиферромагнетиков, полупроводников и т. д.. Выводятся и анализируются дисперсионные зависимости как для объемных, так и для поверхностных мод, или поляритонов.

Весьма удобным оказался метод эффективной среды, ключевым моментом которого является замена периодической слоистой среды на однородную, характеристики которой определяются посредством процедуры усреднения отклика среды на внешнее воздействие [1—2]. Хотя такая процедура и является справедливой в длинноволновом приближении, когда период сверхрешетки намного меньше длины волны распространяющегося излучения, современные тонкопленочные технологии позволяют получать слои толщиной порядка 1 — 10 нм, что оправдывает применимость данного подхода и для анализа поляритонов оптических частот. Обоснованности метода эффективной среды также уделяется немало внимания, отметим, например, статьи [4, 8, 9, 13], в которых указывается на высокую точность применяемого метода.

Известно, что для решения граничных задач Ф. И. Федоровым был разработан ковариантный математический аппарат, основы которого вместе с многочисленными приложениями изложены им в монографиях [14, 15]. В рамках бескоординатного подхода соотношения освобождаются от особенностей, связанных с выбором системы координат, становятся более компактными и могут быть, если это требуется, легко расписаны покомпонентно.

Таким образом, целью данной статьи является ковариантный анализ распространения поляритонов в магнитных сверхрешетках. Для этого, в первую очередь, требуется получить выражение для эффективного тензора магнитной проницаемости сверхрешетки. Диэлектрические проницаемости отдельных слоев для простоты будем считать совпадающими и равными ε.

Рассмотрим набор из n плоских слоев, ориентация которых в пространстве задается единичным вещественным вектором $\mathbf{q}$. Каждый слой толщиной d_α характеризуется тензором магнитной проницаемости μ_α, где $\alpha = 1, \ldots, n$. Определим эффективную магнитную проницаемость сверхрешетки μ^{eff}, обычным образом [1—12] как тензор, связывающий усредненные векторы магнитной индукции и напряженности магнитного поля:

$$\langle \mathbf{B} \rangle = \mu^{eff} \langle \mathbf{H} \rangle, \tag{1}$$

где

$$\langle \mathbf{B} \rangle = \sum_{\alpha=1}^{n} f_\alpha \mathbf{B}_\alpha, \quad \langle \mathbf{H} \rangle = \sum_{\alpha=1}^{n} f_\alpha \mathbf{H}_\alpha, \quad f_\alpha = d_\alpha / L, \quad L = \sum_{\alpha=1}^{n} d_\alpha.$$

Для дальнейших преобразований удобно выразить полные векторы $\mathbf{B}$ и $\mathbf{H}$ через непрерывные на границах раздела составляющие: нормальную составляющую вектора магнитной индукции $B_q\mathbf{q}$ ($B_q = \mathbf{q} \cdot \mathbf{B}$, где точка означает скалярное произведение) и тангенциальную составляющую напряженности магнитного поля $\mathbf{H}_\tau = \mathrm{I}\mathbf{H}$, где I — оператор проецирования на плоскость границы раздела слоев. В каждом случае справедливо

$$\mathbf{B}_\alpha = \mu_\alpha \mathbf{H}_\alpha. \quad (2)$$

Умножим правую и левую части (2) скалярно на вектор $\mathbf{q}$ и, представляя $\mathbf{H}_\alpha$ в виде суммы $\mathbf{H}_\alpha = \mathbf{H}_\tau + H_{\alpha q}\mathbf{q}$, выразим скачкообразно изменяющуюся составляющую $H_{\alpha q}$ через непрерывные:

$$H_{\alpha q} = (B_q - \mathbf{q}\mu_\alpha \mathbf{H}_\tau)/\mu_{\alpha q}, \quad \mu_{\alpha q} = \mathbf{q}\mu_\alpha \mathbf{q}. \quad (3)$$

Левую часть равенства (1) преобразуем следующим образом:

$$\langle \mathbf{B} \rangle = \sum_{\alpha=1}^{n} f_\alpha \mathbf{B}_\alpha = \sum_{\alpha=1}^{n} f_\alpha \mu_\alpha \mathbf{H}_\alpha = \sum_{\alpha=1}^{n} f_\alpha \mu_\alpha (\mathbf{H}_\tau + H_{\alpha q}\mathbf{q}) =$$

$$= \sum_{\alpha=1}^{n} f_\alpha \mu_\alpha (\mathbf{H}_\tau + (B_q - \mathbf{q}\mu_\alpha \mathbf{H}_\tau)\mathbf{q}/\mu_{\alpha q}) \quad (4)$$

с использованием формул (2) и (3). С другой стороны, средняя напряженность магнитного поля в сверхрешетке равна

$$\langle \mathbf{H} \rangle = \mathbf{H}_\tau + (\mathbf{q}\cdot\langle \mathbf{H} \rangle)\mathbf{q} = \mathbf{H}_\tau + \left(\mathbf{q}\cdot \sum_{\alpha=1}^{n} f_\alpha \mathbf{H}_\alpha\right)\mathbf{q} =$$

$$= \mathbf{H}_\tau + \left(\sum_{\alpha=1}^{n} f_\alpha H_{\alpha q}\right)\mathbf{q} = \mathbf{H}_\tau + \sum_{\alpha=1}^{n} f_\alpha (B_q - \mathbf{q}\mu_\alpha \mathbf{H}_\tau)\mathbf{q}/\mu_{\alpha q}. \quad (5)$$

Подставляем соотношения (4) и (5) в равенство (1), определяющее тензор μ^{eff}. Поскольку непрерывные на границе раздела векторы $\mathbf{H}_\tau$ и $B_q\mathbf{q}$ принадлежат линейно независимым подпространствам трехмерного пространства, можем приравнять по отдельности части соотношения (1), содержащие эти векторы:

$$\mu^{\text{eff}}\mathbf{q}\left(\sum_{\alpha=1}^{n} f_\alpha/\mu_{\alpha q}\right)B_q = \sum_{\alpha=1}^{n} \frac{f_\alpha \mu_{\alpha q}\mathbf{q}}{\mu_{\alpha q}} B_q, \quad (6)$$

$$\mu^{\text{eff}}\mathbf{H}_\tau - \mu^{\text{eff}}\mathbf{q}\sum_{\alpha=1}^{n}(\mathbf{q}\mu_\alpha \mathbf{H}_\tau) f_\alpha/\mu_{\alpha q} =$$

$$= \sum_{\alpha=1}^{n} f_\alpha \mu_\alpha \mathbf{H}_\tau - \sum_{\alpha=1}^{n} f_\alpha \mu_\alpha \mathbf{q}(\mathbf{q}\mu_\alpha \mathbf{H}_\tau)/\mu_{\alpha q}. \quad (7)$$

Для получения искомого выражения разрешим уравнение (6) относительно свертки $\mu^{\text{eff}}\mathbf{q}$ и подставим результат в (7). Ввиду произвольности вектора $\mathbf{H}_\tau$ его можно опустить, несложные преобразования приводят к следующей формуле для μ^{eff} сверхрешетки:

$$\mu^{\text{eff}} = \mu_{av} + \sum_{\alpha,\beta=1}^{n} f_\alpha f_\beta (\mu_\alpha - \mu_\beta)\mathbf{q} \times \mathbf{q}\mu_\beta / w\mu_{\alpha q}\mu_{\beta q}, \quad (8)$$

где, $\mu_{av} = \sum_{\alpha=1}^{n} f_\alpha \mu_\alpha$, $w = \sum_{\alpha=1}^{n} f_\alpha/\mu_{\alpha q}$, $\times$ обозначает тензорное произведение векторов.

В частном случае бинарной сверхрешетки, которая создается путем чередования слоев двух материалов, выражение (8) принимает вид:

$$\mu^{\text{eff}} = f_1\mu_1 + f_2\mu_2 - f_1 f_2 (\mu_1 - \mu_2)\mathbf{q} \times \mathbf{q}(\mu_1 - \mu_2)/(f_1\mu_{2q} + f_2\mu_{1q}). \quad (9)$$

Поскольку при выводе μ^{eff} мы не накладывали никаких ограничений на тензоры μ_α отдельных слоев, то формулы (8), (9) справедливы для поглощающих гиромагнитных сред, подверженных воздействию внешних магнитных полей, что особенно важно для анализа ферромагнитных и антиферромагнитных сверхрешеток, в которых анизотропия наводится внешним магнитным полем [2, 4, 5, 7, 9, 11]. Для частных случаев из ковариантного выражения (9) следуют матрицы компонент тензоров μ^{eff}, используемые в цитируемой литературе для дальнейших расчетов. Например, если слои 1 и 2 представляют собой одноосные анизотропные среды, у которых оптическая ось ориентирована вдоль вектора $\mathbf{q}$, то из (9) легко получить эффективную магнитную проницаемость в виде

$$\mu^{\text{eff}} = \mu_{\perp} + (\mu_{||} - \mu_{\perp})\mathbf{q} \times \mathbf{q}, \tag{10}$$

где $\mu_{\perp} = \mu_{\perp 1} f_1 + \mu_{\perp 2} f_2$, $\mu_{||} = (f_1/\mu_{||1} + f_2/\mu_{||2})^{-1}$, а $\mu_{\perp 1}$, $\mu_{\perp 2}$, $\mu_{||1}$, $\mu_{||2}$ — соответственно собственные значения тензоров магнитной проницаемости первого и второго слоя.

Рассмотрим распространение поверхностных поляритонов в бинарной сверхрешетке, описываемой эффективным тензором магнитной проницаемости μ^{eff} (10) и диэлектрической проницаемостью ε, находящейся в изотропном окружении с диэлектрической проницаемостью ε_0 и магнитной проницаемостью μ_0. Найдем дисперсионные уравнения и характеристики собственных мод в такой решетке.

Ковариантное дисперсионное уравнение для плоскослоистого анизотропного волновода [16] в рассматриваемом случае имеет вид

$$\overline{[(I, \ -\bar{\gamma}_{+})P(^{I}_{\gamma_-})]}_t = 0, \tag{11}$$

где $\gamma_{\pm}$ — тензоры импедансов среды, окружающие сверхрешетку, P—характеристическая матрица, черта над тензором означает взаимный тензор, индекс t — след тензора. Здесь

$$\gamma_{\pm} = \pm \frac{i\xi}{\varepsilon_0}\mathbf{a}_0 \times \mathbf{a}_0 \pm \frac{\mu_0}{i\xi}\mathbf{b}_0 \times \mathbf{b}_0 , \tag{12}$$

где $\xi = \sqrt{b^2 - \varepsilon_0\mu_0}$, $\mathbf{a}_0 = \mathbf{a}/|\mathbf{a}|$, $\mathbf{b}_0 = \mathbf{b}/|\mathbf{b}|$, $i = \sqrt{-1}$, $\mathbf{q}$, $\mathbf{a}_0$, $\mathbf{b}_0$ составляют ортогональную тройку векторов, определяющих соответственно расположение плоскости раздела, плоскости падения и линию их пересечения, $\mathbf{b}$ — тангенциальная составляющая вектора рефракции $\mathbf{m}$.

Характеристическая матрица P определяется выражением из [16]

$$P = \exp(ikLM), \tag{13}$$

где $k = \omega/c$ — волновое число, а блочная матрица M имеет вид [16]

$$M = \begin{Vmatrix} A & B \\ C & D \end{Vmatrix}, \tag{14}$$

где

$$A = D = 0, \ B = \varepsilon I - b^2\mathbf{b}_0 \times \mathbf{b}_0/\mu_{||}, \quad C = \mu_{\perp} I - b^2\mathbf{a}_0 \times \mathbf{a}_0/\varepsilon. \tag{15}$$

Так как сверхрешетка описывается одноосным тензором μ^{eff} (10) с осью, направленной вдоль вектора $\mathbf{q}$, и векторы $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$ являются собственными векторами этого тензора, то в этом случае возможно раздельное по поляризациям рассмотрение. Экспоненциальные операторы (14) можно найти из соотношения

$$\exp(ikM_{\pm}) = \exp\left(ikL\frac{\eta_{\pm} + \eta'_{\pm}}{2}\right) \times$$

$$\times \left[\cos\left(kL\frac{\eta_{\pm} - \eta'_{\pm}}{2}\right)\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{i\sin\left(kL\frac{\eta_{\pm} - \eta'_{\pm}}{2}\right)}{\eta_{\pm} - \eta'_{\pm}}\begin{pmatrix} 0 & 2B_{\pm} \\ 2C_{\pm} & 0 \end{pmatrix}\right], \tag{16}$$

где $\eta_{\pm} = \sqrt{B_{\pm}C_{\pm}}$, $B_{\pm}$, $C_{\pm}$ — собственные значения тензоров B, C.

В рассматриваемом случае

$$B_{+} = \varepsilon, \ B_{-} = \varepsilon - b^2/\mu_{||}, \ C_{+} = \mu_{\perp} - b^2/\varepsilon, \ C_{-} = \mu_{\perp} \tag{17}$$

и

$$\eta_{+} = \sqrt{\varepsilon(\mu_{\perp} - b^2/\varepsilon)}, \quad \eta'_{+} = -\eta_{+},$$

$$\eta_{-} = \sqrt{\mu_{\perp}(\varepsilon - b^2/\mu_{||})}, \quad \eta'_{-} = -\eta_{-}, \tag{18}$$

Подставив соотношения (12) — (18) в уравнение (11), получим дисперсионные уравнения для ТМ-волн (индекс плюс) и ТЕ-волн (индекс минус) для бинарной решетки.

Для ТМ-волн, поляризованных вдоль **a**, характеристическая матрица имеет вид

$$P_{+} = \left\| \begin{matrix} \cos(\alpha) & i\frac{\epsilon}{\eta_{+}}\sin(\alpha) \\ i\frac{\eta_{+}}{\epsilon}\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{matrix} \right\|,$$

где $\alpha = kL\eta_{+}$ и дисперсионное уравнение

$$\mathrm{ctg}(\alpha) + \frac{1}{2}\left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0}\frac{\xi}{\eta_{+}} - \frac{\epsilon_0}{\epsilon}\frac{\eta_{+}}{\xi}\right) = 0.$$

Для ТЕ-волн, поляризованных вдоль **b**, характеристическая матрица имеет вид

$$P_{-} = \left\| \begin{matrix} \cos(\beta) & i(\varepsilon - b^2/\mu_{||})\sin(\beta)/\eta_{-} \\ i\frac{\mu_{\perp}}{\eta_{-}}\sin(\beta) & \cos(\beta) \end{matrix} \right\|,$$

где $\beta = kL\eta_{-}$. Дисперсионное уравнение для ТЕ-волн

$$\mathrm{ctg}(\beta) + \frac{1}{2}\left(\frac{\mu_{\perp}}{\mu_0}\frac{\xi}{\eta_{-}} - \frac{\mu_0}{\mu_{\perp}}\frac{\eta_{-}}{\xi}\right) = 0.$$

Таким образом, в работе получены ковариантные выражения эффективного тензора магнитной проницаемости сверхрешетки из магнитных материалов и дисперсионные уравнения для поверхностных поляритонов, распространяющихся в бинарных сверхрешетках.

Работа финансировалась Фондом фундаментальных исследований Республики Беларусь (проект Ф 49-49).

1. Agranovich V. M., Kravtsov V. E. // Solid State Commun. 1985. V. 55. № 1 P. 85.
2. Raj N., Tilley D. R. // Phys. Rev. B. 1987. V. 36. № 13. P. 7003.
3. Djafari Rouhani B., Sapriel J. // Ibid. 1986. V. 34. № 10. P. 7114.
4. Almeida N., Mills D. L. // Ibid. 1988. V. 38. № 10. P. 6698.
5. Almeida N. S., Tilley D. R. //Solid State Commun. 1990. V. 73. № 1. P. 23.
6. Agranovich V. M. // Ibid. 1991. V. 78. № 8. P.747.
7. Oliveira F. A. // Ibid. 1991. V. 78. № 8. P. 759.
8. Dutta Gupta S. // J. Opt. Soc. Am. B. 1989. V. 6. № 8. P. 1607.
9. Oliveros M. C., Almeida N. S., Tilley D. R. et al. // J. Phys. D: Appl. Phys. 1992. V. 25. № 8. P. 1172.
10. Гайшун В. Е., Семченко И. В., Сердюков А. Н. // Кристалл. 1993. Т. 38. № 3. С. 24.
11. Борисов С. Б., Дадоенкова Н. Н., Любчанский И. Л. // Опт. и спектроск. 1994. Т. 76. № 3. С. 432.
12. Datta S., Chan C. T., Ho K. M., Soukoulis C. M. // Phys. Rev. B. 1993., V. 48. № 20. P. 14936.
13. Akcakaya E., Farnell G. W. // J. Appl. Phys. 1989. V. 64. № 9. P. 4469.
14. Федоров Ф. И. Оптика анизотропных сред. Мн., 1958.
15. Он же. Теория гиротропии. Мн., 1976.
16. Barkovskii L. M., Borzdov G. N., Lavrinenko A. V. //J. Phys. A: Math. Gen. 1987. V. 20. № 5. P. 1095.

Поступила в редакцию 15.05.95.