УДК 517.977

Г.П. РАЗМЫСЛОВИЧ

УПРАВЛЯЕМОСТЬ КАУЗАЛЬНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ ДЕСКРИПТОРНЫХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

The necessary and sufficient conditions for R_0 – controllability, t_1 – controllability of linear causal discrete descriptor systems with delay are investigated.

Рассмотрим линейную дескрипторную систему управления вида

$$A_0 x(t+1) = Ax(t) + A_1 x(t-h) + Bu(t), \quad t = 0,1,\ldots, \tag{1}$$

$$x_0(\cdot) = \left\{x(\tau) = q_\tau, \tau = -h, -h+1,\ldots,0\right\}, \tag{2}$$

где x, $q_\tau \in R^n$; $u \in R^m$; A_0, A, A_1, B – постоянные матрицы соответствующих размерностей, $h \in N$ $(h \geq 1)$ – запаздывание.

В случае, когда $\det A_0 \neq 0$, система (1), (2) рассматривалась в работе [1]. Поэтому считаем, что $\det A_0 = 0$. Проблема исследования управляемости такой системы с использованием обратной матрицы Дразина и при условии, что $A=0$ и пучок $\lambda A_0 - A_1$ является регулярным, посвящены работы [2,3]. В данной статье также исследуются вопросы управляемости системы (1), (2), но при более общих предположениях на параметры системы,чем в [2,3].

Пусть $\operatorname{rank} A_0 = r < n$. Без ограничения общности (это можно сделать посредством перестановки соответствующих строк и столбцов) считаем, что матрица A_0 имеет вид

$$A_0 = \left[\begin{array}{c|c} A_{11}^{(0)} & A_{12}^{(0)} \\ \hline A_{21}^{(0)} & A_{22}^{(0)} \end{array}\right],$$

где квадратная $r{\times}r$-матрица $A_{11}^{(0)}$ имеет полный ранг, т.е. $\operatorname{rank} A_{11}^{(0)} = r$, а $A_{12}^{(0)}$, $A_{21}^{(0)}$, $A_{22}^{(0)}$ – матрицы размерностей $r{\times}(n-r)$, $(n-r){\times}r$, $(n-r){\times}(n-r)$ соответственно. Так как $\operatorname{rank} A_{11}^{(0)} = r$, то, согласно [4], это влечет условие

$$A_{22}^{(0)} - A_{21}^{(0)} A_{11}^{(0)^{-1}} A_{12}^{(0)} = 0.$$

В соответствии с блочным разбиением матрицы A_0 представим матрицы A, A_1, B в виде

$$A = \left[\begin{array}{c|c} A_{11} & A_{12} \\ \hline A_{21} & A_{22} \end{array}\right], \quad A_1 = \left[\begin{array}{c|c} A_{11}^{(1)} & A_{12}^{(1)} \\ \hline A_{21}^{(1)} & A_{22}^{(1)} \end{array}\right], \quad B = \left[\begin{array}{c} B_1 \\ \hline B_2 \end{array}\right]$$

и введем матрицы $F_{i,j}$, $i,j = \overline{1,2}$:

$$F_{11} = A_{11}, \quad F_{12} = -A_{11} A_{11}^{(0)^{-1}} A_{12}^{(0)} + A_{12}, \quad F_{21} = -A_{21}^{(0)} A_{11}^{(0)^{-1}} A_{11} + A_{21},$$

$$F_{22} = A_{21}^{(0)} A_{11}^{(0)^{-1}} A_{11} A_{11}^{(0)^{-1}} A_{12}^{(0)} - \left(A_{21} A_{11}^{(0)^{-1}} A_{12}^{(0)} + A_{21}^{(0)} A_{11}^{(0)^{-1}} A_{12} \right) + A_{22}.$$

По аналогии с системами без запаздывания будем говорить, что система (1) является каузальной (causal descriptor system [5]), если матрица F_{22} является невырожденной. Можно показать, что это условие каузальности системы (1) обеспечивает регулярность тройки матриц (A_0, A, A_1), которая, в свою очередь, является необходимым и достаточным условием совместности [7] системы (1).

Итак, пусть система (1) является каузальной.

Вектор $x \in R^n$ является допустимым в момент времени t($t = 0,1,\ldots$) для системы (1), если существуют векторы $\overline{x} \in R^n$ и $u \in R^m$ такие, что

$$A_0 \overline{x}(t+1) = Ax(t) + A_1 x(t-h) + Bu(t).$$

Ясно, что вектор $x(t)$ является допустимым в момент t тогда и только тогда, когда

$$\operatorname{rank} \{A_0, B\} = \operatorname{rank} \{A_0, B, Ax(t) + A_1 x(t-h)\}.$$

Отсюда следует, что условие, определяющее является ли $x(t)$ допустимым или нет, зависит не только от момента времени t, но и от момента $t-h$.

Пусть $R_0(t)$ – множество всех допустимых векторов системы (1) в момент t. В каждый момент t множество $R_0(t)$ вместе с нулевым вектором является подпространством пространства R^n. Однако если $\operatorname{rank}\{A_0, B\} = n$ (в частности, если матрица A_0 – невырождена), то $R_0(t)$ совпадает с R^n и, следовательно, любой вектор $x(t)$ является допустимым.

Построим первоначально решение каузальной системы (1). Для этого, умножив систему (1) слева на невырожденную матрицу D_1 и применив невырожденное преобразование $x(t) = D_2\begin{pmatrix} y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$, где D_1 и D_2 имеют вид:

$$D_1 = \left[\begin{array}{c|c} {A_{11}^{(0)}}^{-1} & 0 \\ \hline 0 & F_{22}^{-1} \end{array}\right]\left[\begin{array}{c|c} I_r & -F_{12}F_{22}^{-1} \\ \hline 0 & I_{n-r} \end{array}\right]\left[\begin{array}{c|c} I_r & 0 \\ \hline -A_{21}^{(0)}{A_{11}^{(0)}}^{-1} & I_{n-r} \end{array}\right],$$

$$D_2 = \left[\begin{array}{c|c} I_r & -{A_{11}^{(0)}}^{-1}A_{12}^{0} \\ \hline 0 & I_{n-r} \end{array}\right]\left[\begin{array}{c|c} I_r & 0 \\ \hline -F_{22}^{-1}F_{21} & I_{n-r} \end{array}\right],$$

а $y \in R^r$, $z \in R^{n-r}$, от системы (1), (2) перейдем к эквивалентной системе вида

$$\begin{cases} y(t+1) = \Omega y(t) + \Omega_{11}y(t-h) + \Omega_{12}z(t-h) + \overline{B}_1 u(t), \\ \quad 0 \quad = z(t) \quad + \Omega_{21}y(t-h) + \Omega_{22}z(t-h) + \overline{B}_2 u(t), \quad t = 0,1,\ldots, \end{cases} \tag{3}$$

$$\begin{bmatrix} y(\tau) \\ z(\tau) \end{bmatrix} = D_2^{-1}q_\tau, \quad \tau = -h, -h+1, \ldots, 0. \tag{4}$$

Здесь

$$\left[\begin{array}{c|c} \Omega_{11} & \Omega_{12} \\ \hline \Omega_{21} & \Omega_{22} \end{array}\right] = D_1\left[\begin{array}{c|c} A_{11}^{(1)} & A_{12}^{(1)} \\ \hline A_{21}^{(1)} & A_{22}^{(1)} \end{array}\right]D_2, \quad \left[\begin{array}{c} \overline{B}_1 \\ \hline \overline{B}_2 \end{array}\right] = D_1\left[\begin{array}{c} B_1 \\ \hline B_2 \end{array}\right],$$

$$\Omega = {A_{11}^{(0)}}^{-1}\left(F_{11} - F_{12}F_{22}^{-1}F_{21}\right).$$

Найдем решение системы (3), (4). Для удобства записи этого решения введем в рассмотрение так называемые определяющие уравнения [1]:

$$Y_{t+1}^i = \Omega Y_t^i + \Omega_{11}Y_{t-h}^i + \Omega_{12}Z_{t-h}^i, \tag{5}$$

$$Z_t^i = -\Omega_{21}Y_{t-h}^i - \Omega_{22}Z_{t-h}^i, \quad i = \overline{0,3}, \quad t = 1,2,\ldots; \tag{6}$$

$Z_t^i = Y_t^i = 0$, при $t<0$.

Тогда решение системы (3) может быть записано в виде

$$y(t) = Y_t^0 y(0) + \sum_{k=-h}^{-1}\left(Y_{t-(h+k)}^1 y(k) + Y_{t-(h+k)}^2 z(k)\right) + \sum_{j=0}^{t-1} Y_{t-j}^3 u(j), \quad t = 1,2,\ldots \tag{7}$$

$$z(t) = Z_t^0 y(0) + \sum_{k=-h}^{-1}\left(Z_{t-(h+k)}^1 y(k) + Z_{t-(h+k)}^2 z(k)\right) + \sum_{j=0}^{t} Z_{t-j}^3 u(j), \quad t = 0,1,\ldots, \tag{8}$$

где Y_j^i, Z_j^i – решение определяющих уравнений (5), (6) соответственно при начальных условиях:

$$Y_0^0 = E_{r,r}, \quad Y_1^0 = \Omega, \quad Z_0^0 = 0; \qquad Y_0^1 = 0, \quad Y_1^1 = \Omega_{11}, \quad Z_0^1 = -\Omega_{21};$$

$$Y_0^2 = 0, \quad Y_1^2 = \Omega_{12}, \quad Z_0^2 = -\Omega_{22}; \quad Y_0^3 = 0, \quad Y_1^3 = \overline{B}_1, \quad Z_0^3 = -\overline{B}_2.$$

Исходя теперь из вида системы (3) и ее решения (7), (8) мы можем точно описать множество $R_0(t)$ допустимых векторов $x(t)$ для систем (1) в любой момент времени t, $t \geq 0$. Так, например, множество $R_0(0)$ допустимых начальных векторов из (2) в момент $t = 0$ описывается формулой

$$q_0 = D_2\begin{pmatrix} y(0) \\ z(0) \end{pmatrix}, \qquad (9)$$

где $y(0)$ – произвольный r-вектор, а $(n-r)$-вектор $z(0)$ принадлежит множеству

$$\left\{z(0) \middle| z(0) = -[\Omega_{21}, \Omega_{22}]D_2^{-1}q_{-h} - \overline{B}_2 u(0), \quad u \in R^m\right\}.$$

Дадим несколько определений.

Система (1) называется R_0-управляемой в момент времени t_1 (t_1 – заданное время, $t_1 \in N$), если для любого начального состояния (2), (9) и любого вектора $x_1 \in R_0(t_1)$ существует последовательность управлений $\{u(0), u(1), ..., u(t_1-1)\}$ такая, что решение системы (1), (2), (9) удовлетворяет условию $x(t_1) = x_1$.

Система (1) называется t_1-управляемой, если она R_0-управляема в момент t_1 и $R_0(t_1)$ совпадает со всем пространством R^n.

Верны следующие утверждения.

Теорема 1. Каузальная система (1) R_0-управляема в момент времени t_1 тогда и только тогда, когда

$$\operatorname{rank}\left\{Y_1^3, Y_2^3, \ldots, Y_{t_1}^3\right\} = \operatorname{rank} A_0.$$

Теорема 2. Каузальная система (1) t_1-управляема тогда и только тогда, когда она R_0-управляема в момент t_1 и

$$\operatorname{rank}\left\{Z_0^3, Z_1^3, \ldots, Z_{t_1}^3\right\} = n - \operatorname{rank} A_0.$$

Доказательство теорем 1, 2 следует непосредственным образом из представлений (7), (8) решения системы (3) и приведенных выше определений.

Замечание. Аналогичным образом могут быть исследованы другие виды управляемости [2] каузальной системы (1), (2).

1. Габасов Р., Кириллова Ф.М., Крахотко В.В. // Дифференц. уравн. 1972. Т.8. №5,6,7. С.767.
2. Игнатенко В.В., Крахотко В.В.// Вестн.Белорус. ун-та. Сер.1. 1993. №3. С.70.
3. Игнатенко В.В. // Динамические системы: устойчивость, управление, оптимизация: Межгосудар.конф. Мн., 1993. С.47.
4. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М., 1988.
5. Luenberger D.G. // IEEE Trans. Autom. Control. 1977. V. AC-22. P.312.
6. Размыслович Г.П. // Динамические системы: устойчивость. управление, оптимизация: Межгосудар. конф. Мн., 1993. С.72.
7. Размыслович Г.П. // VI конф. математиков Беларуси, 29.09 – 02.10.92. Гродно, 1992.
8. Игнатенко В.В., Крахотко В.В. // Актуальные задачи теории динамических систем управления. Мн., 1989, С.134.

УДК 621.506.2

I.V. SOVPEL

DEVELOPMENT AND APPLICATION OF A CORPUS OF VIRTUAL TEXTS IN MM-SYSTEM*

(РАЗРАБОТКА И ПРИЛОЖЕНИЯ КОРПУСА ВИРТУАЛЬНЫХ ТЕКСТОВ В ММ-СИСТЕМЕ)

1. Introduction

We consider a Corpus of Virtual Texts (CVT), i.e. a set of definitively chosen texts of the Natural Language (NL) that are tagged in accordance with its structural units and depth, as a Knowledge Base (KB) about the NL. The main purpose of the KB is its use as the information basis for solving various problems concerning studies on the NL and automation of its processing. Ideally, our aim comprises:

(a) development of a universal (for a great majority of languages) linguistic knowledge base of this type;

(b) investigation and implementation of its most promising applications.

MM-system is a constantly developing package of information and program means that are solving problems (a) and (b) in their defined statement and in accordance with the developed approaches, methods and algorithms.

As for the first problem, MM-system to date provides the user with software tools to automate development of CVT at lexico-grammatical level for a number of European languages. As main applications of CVT, MM-system solves problems concerning computer support of

* Статья публикуется без редакционной обработки.