$$\frac{a_{M,1}}{xa_{M,0}}=\frac{1}{M+1}+\frac{\mu x}{(M+1)(M+2)}+\ldots+\frac{(\mu x)^{n-1}}{(M+1)(M+2)\ldots(M+n)}+R_n(M,0,\mu x),\quad (24)$$

а для остатка ряда (24) при $\mu x < M+n+2$ справедлива оценка

$$R_n(M,0,\mu x) < \frac{(\mu x)^n (M+n+2)}{(M+1)(M+2)\ldots(M+n+1)(M+n+2-\mu x)}. \quad (25)$$

Используя (24) и (25), можно вычислять коэффициенты (9) с любой наперед заданной точностью по формулам (12) при $j=0$.

Имея набор коэффициентов $\frac{a_{i+1,1}}{xa_{i,1}}$ для $i=M, M+1,\ldots,M+N_0$, по формулам (19), (21) с учетом оценки (23) (более точные оценки могут быть получены с использованием неравенств леммы 2) можно с любой наперед заданной точностью (обеспечиваемой выбором N_0) вычислить значение $\frac{a_{M,2}}{xa_{M,1}}$. Действуя аналогично, определяем также $\frac{a_{M+1,2}}{xa_{M+1,1}},\ldots,\frac{a_{M+N_1,2}}{xa_{M+N_1,1}}$, $N_1 < N_0$, и затем по формулам (12) находим отношения $\frac{a_{i+1,2}}{xa_{i,2}}$, $i=M, M+1,\ldots,M+N_1$, по которым, в свою очередь, строим $\frac{a_{i+1,3}}{xa_{i+1,2}}$, $i=M-1, M,\ldots,M+N_2$, $N_2<N_1<N_0$, и т.д. Таким образом вычисляем все стартовые значения (11).

Используя лемму 2, покажем, что наряду с (23) имеет место неравенство $\varepsilon_n(M,j,\mu x) > \varepsilon_n(M,j+1,\mu x)$. Поэтому для обеспечения требуемой точности для всех стартовых значений ($j=1,2,\ldots,k$) достаточно взять $N_0 = k\tilde{N}_0$, где $\tilde{N}_0$ — номер, при котором достигается требуемая точность для коэффициента $\frac{a_{M,2}}{xa_{M,1}}$. Так, например, при расчете коэффициентов (11) для $\mu x=100$, $M=2000$ при $\varepsilon = 10^{-16}$ значение $\tilde{N}_0$ оказывается равным 13.

Представленный здесь алгоритм позволяет вычислять искомые коэффициенты с высокой степенью точности для сколь угодно больших значений параметров μx, m и k и применим также в случае систем линейных ОДУ с многочленной неоднородностью, что является важным при решении начальных задач для жестких систем нелинейных ОДУ и особенно для систем, в спектре вариационной матрицы которых одновременно присутствуют как положительные, так и отрицательные собственные числа.

1. Бобков В. В. // Вестн. Белорус. ун-та. Сер.1. 1995. №2. С.41.
2. Он же // Одношаговые методы численного решения жестких систем. // Автореф. дисс. д-ра физ.-мат. наук. Мн., 1995.
3. Он же // Дифференц. уравнения. 1995. Т.31. №7. С.1164.

Поступила в редакцию 26.10.95.

УДК 519.24

Н.Н. ТРУШ, Н.В. МАРКОВСКАЯ

ОЦЕНКА КОВАРИАЦИОННОЙ ФУНКЦИИ СТАЦИОНАРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

The estimate of covariance function of stationary stochastic process with discretic time is built. The moments of this estimate are found and their asymptotic behavior is investigated.

Рассмотрим действительный стационарный случайный процесс $x(t)$, $t \in Z = \{0, \pm 1, \ldots\}$. Предположим, что $Mx(t) = 0$ и для рассматриваемого случайного процесса неизвестны ковариационная функция $R(\tau), \tau \in Z$ и спектральная плотность $f(\lambda), \lambda \in \Pi = [-\pi, \pi]$.

Пусть имеются T последовательных наблюдений

$$x(0), x(1), \ldots, x(T-1) \tag{1}$$

за процессом $x(t), t \in Z$.

Рассмотрим следующую оценку ковариационной функции

$$\hat{R}(\tau) = \frac{1}{\sum\limits_{t=0}^{T-\tau-1} h_T(t+\tau) h_T(t)} \sum_{t=0}^{T-\tau-1} h_T(t+\tau) x(t+\tau) h_T(t) x(t), \tag{2}$$

для $\tau = \overline{0, T-1}$ и такую, что $\hat{R}(\tau) = \hat{R}(-\tau)$, где $h_T(t)$ – окна просмотра данных, свойства которых исследованы в работе [1].

В дальнейшем нам будут нужны следующие вспомогательные результаты.

Лемма. Функция

$$\Phi_{T-l, T-g}(z) = \frac{1}{2\pi \sum\limits_{t=0}^{T-1-\max(l,g)} h_T^2(t+\max(l,g)) h_T^2(t)} \varphi_{T-l}(z) \overline{\varphi_{T-g}(z)}, \tag{3}$$

где

$$\varphi_{T-l}(z) = \sum_{t=0}^{T-l-1} h_T(t+l) h_T(t) e^{itz}, \tag{4}$$

$l, g = \overline{0, T-1}$, $z \in \Pi$, является периодической с периодом 2π и

$$\int_{-\pi}^{\pi} \Phi_{T-l, T-g}(z) dz = 1. \tag{5}$$

Доказательство. Свойство периодичности вытекает из определения функции $\Phi_{T-l, T-g}(z)$. Докажем (5).

$$\int_{-\pi}^{\pi} \Phi_{T-l, T-g}(z) dz = \frac{1}{2\pi \sum\limits_{t=0}^{T-1-\max(l,g)} h_T^2(t+\max(l,g)) h_T^2(t)} \int_{-\pi}^{\pi} \varphi_{T-l}(z) \overline{\varphi_{T-g}(z)} dz. \tag{6}$$

Найдем интеграл $\int\limits_{-\pi}^{\pi} \varphi_{T-l}(z) \overline{\varphi_{T-g}(z)} dz$. Подставим вместо $\varphi_{T-l}(z)$ и $\overline{\varphi_{T-g}(z)}$ их выражения в явном виде, задаваемом (4). Тогда

$$\int_{-\pi}^{\pi} \varphi_{T-l}(z) \overline{\varphi_{T-g}(z)} dz = \sum_{t_1=0}^{T-l-1} h_T(t_1+l) h_T(t_1) \sum_{t_2=0}^{T-g-1} h_T(t_2+g) h_T(t_2) \int_{-\pi}^{\pi} e^{iz(t_1-t_2)} dz.$$

Воспользуемся тем, что

$$\int_{-\pi}^{\pi} e^{izt} dz = \begin{cases} 2\pi, t = 0, \\ 0, t \neq 0 \end{cases}$$

для целочисленных t. Следовательно, получим, что

$$\int_{-\pi}^{\pi} \varphi_{T-l}(z)\overline{\varphi_{T-g}(z)}dz = 2\pi \sum_{t=0}^{T-1-\max(l,g)} h_T^2\left(t+\max(l,g)\right)h_T^2(t) . \qquad (7)$$

Подставляя правую часть (7) в правую часть (6), получим требуемое.

Теорема. Для оценки ковариационной функции $\hat{R}(\tau)$, задаваемой (2), $M\hat{R}(\tau)=R(\tau)$, $\tau=\overline{0,T-1}$,

$$\operatorname{cov}\left\{\hat{R}(l),\hat{R}(g)\right\} = \frac{2\pi \sum_{t=0}^{T-1-\max(l,g)} h_T^2\left(t+\max(l,g)\right)h_T^2(t)}{\sum_{t_1=0}^{T-l-1} h_T(t_1+l)h_T(t_1) \sum_{t_2=0}^{T-g-1} h_T(t_2+g)h_T(t_2)} \int_{\Pi} \Phi_{T-l,T-g}(z)\times$$

$$\times\left[g(z)+g_1(z)+g_2(z)\right]dz,$$

$$D\hat{R}(l) = \frac{2\pi \sum_{t=0}^{T-l-1} h_T^2(t+l)h_T^2(t)}{\left[\sum_{t=0}^{T-l-1} h_T(t+l)h_T(t)\right]^2} \int_{\Pi} \Phi_{T-l}(z)\left[g(z)+g_1(z)+g_2(z)\right]dz ,$$

где $l,g=\overline{0,T-1}$, $g(z)=\iint_{\Pi^2}\left(f_4 x_1, z-x_1, x_3\right)e^{i(lx_1+gx_3)}dx_1dx_3$,

$$g_1(z)=\int_{\Pi} f(x)f(z-x)e^{ix(l-g)}dx , \quad g_2(z)=\int_{\Pi} f(x)f(z-x)e^{ix(l+g)-izg}dx ,$$

$\Phi_{T-l,T-g}(z)$ задается равенством (3), $\Phi_{T-l}(z)=\Phi_{T-l,T-l}(z)$,

$f_4(x_1,x_2,x_3)$ – семиинвариантная спектральная плотность четвертого порядка.

Доказательство. Воспользуемся свойствами математического ожидания и определением ковариационной функции.

$$M\hat{R}(\tau) = \frac{1}{\sum_{t=0}^{T-\tau-1} h_T(t+\tau)h_T(t)} \sum_{t=0}^{T-\tau-1} h_T(t+\tau)h_T(t)Mx(t+\tau)x(t) = R(\tau).$$

Найдем $\operatorname{cov}\left\{\hat{R}(l),\hat{R}(g)\right\}$, $l,g=\overline{0,T-1}$. Используя определение ковариации и подставляя вместо $\hat{R}(\tau)$ ее выражение в явном виде, получим

$$\operatorname{cov}\left\{\hat{R}(l),\hat{R}(g)\right\} = M\hat{R}(l)\hat{R}(g) - M\hat{R}(l)M\hat{R}(g) =$$

$$= \frac{1}{\sum_{t_1=0}^{T-l-1} h_T(t_1+l)h_T(t_1) \sum_{t_2=0}^{T-g-1} h_T(t_2+g)h_T(t_2)} \sum_{t_1=0}^{T-l-1} \sum_{t_2=0}^{T-g-1} h_T(t_1+l)h_T(t_1)h_T(t_2+g)h_T(t_2)\times$$

$$\times\left[M\left[x(t_1+l)x(t_1)x(t_2+g)x(t_2)\right] - M\left[x(t_1+l)x(t_1)\right]M\left[x(t_2+g)x(t_2)\right]\right].$$

Используя определения смешанных моментов $m_4(t_1,t_2,t_3,t_4)$ и семиинвариантов $c_4(t_1,t_2,t_3,t_4)$ четвертого порядка, а также связывающие их соотношения (см. [2]), получим, что для стационарного процесса $x(t)$, $t \in Z$,

$$M\left[x(t_1+l)x(t_1)x(t_2+g)x(t_2)\right]-M\left[x(t_1+l)x(t_1)\right]M\left[x(t_2+g)x(t_2)\right]=$$
$$=c_4(t_1+l-t_2,t_1-t_2,g)+R(t_1+l-t_2-g)R(t_1-t_2)+R(t_1+l-t_2)R(t_1-t_2-g).$$

Таким образом, $\operatorname{cov}\left\{\hat{R}(l),\hat{R}(g)\right\}=A_1+A_2+A_3$, где

$$A_1=\frac{1}{\sum\limits_{t_1=0}^{T-l-1}h_T(t_1+l)h_T(t_1)\sum\limits_{t_2=0}^{T-g-1}h_T(t_2+g)h_T(t_2)}\sum_{t_1=0}^{T-l-1}\sum_{t_2=0}^{T-g-1}h_T(t_1+l)h_T(t_1)h_T(t_2+g)h_T(t_2)\times$$
$$\times c_4(t_1+l-t_2,t_1-t_2,g),$$

$$A_2=\frac{1}{\sum\limits_{t_1=0}^{T-l-1}h_T(t_1+l)h_T(t_1)\sum\limits_{t_2=0}^{T-g-1}h_T(t_2+g)h_T(t_2)}\sum_{t_1=0}^{T-l-1}\sum_{t_2=0}^{T-g-1}h_T(t_1+l)h_T(t_1)h_T(t_2+g)h_T(t_2)\times$$
$$\times R(t_1+l-t_2-g)R(t_1-t_2),$$

$$A_3=\frac{1}{\sum\limits_{t_1=0}^{T-l-1}h_T(t_1+l)h_T(t_1)\sum\limits_{t_2=0}^{T-g-1}h_T(t_2+g)h_T(t_2)}\sum_{t_1=0}^{T-l-1}\sum_{t_2=0}^{T-g-1}h_T(t_1+l)h_T(t_1)h_T(t_2+g)h_T(t_2)\times$$
$$\times R(t_1+l-t_2)R(t_1-t_2-g).$$

Рассмотрим A_1. Вместо семиинварианта четвертого порядка подставим его выражение через семиинвариантную спектральную плотность четвертого порядка

$$c_4(\tau_1,\tau_2,\tau_3)=\iiint\limits_{\Pi^3}f_4(x_1,x_2,x_3)e^{i\sum\limits_{j=1}^{3}x_j\tau_j}dx_1dx_2dx_3\ , \tag{8}$$

получим

$$A_1=\frac{1}{\sum\limits_{t_1=0}^{T-l-1}h_T(t_1+l)h_T(t_1)\sum\limits_{t_2=0}^{T-g-1}h_T(t_2+g)h_T(t_2)}\iiint\limits_{\Pi^3}\varphi_{T-l}(x_1+x_2)\,\overline{\varphi_{T-g}(x_1+x_2)}\times$$
$$\times\ f_4(x_1,x_2,x_3)e^{i(lx_1+gx_3)}dx_1dx_2dx_3,$$

где функции $\varphi_{T-l}(z)$ заданы соотношением (4).

Сделаем замену переменных интегрирования $x_1=x_1, x_1+x_2=z, x_3=x_3$ и, используя обозначение $g(z)$, запишем, что

$$A_1=\frac{2\pi\sum\limits_{t=0}^{T-1-\max(l,g)}h_T^2(t+\max(l,g))h_T^2(t)}{\sum\limits_{t_1=0}^{T-l-1}h_T(t_1+l)h_T(t_1)\sum\limits_{t_2=0}^{T-g-1}h_T(t_2+g)h_T(t_2)}\int\limits_{\Pi}\Phi_{T-l,T-g}(z)g(z)dz\ ,$$

где $\Phi_{T-l,T-g}(z)$ задана выражением (3).

Рассмотрим A_2. Используя соотношение

$$R(\tau) = \int_{\Pi} f(x) e^{i\tau x} dx, \tag{9}$$

$\tau \in Z$, получим

$$A_2 = \frac{1}{\sum_{t_1=0}^{T-l-1} h_T(t_1 + l) h_T(t_1) \sum_{t_2=0}^{T-g-1} h_T(t_2 + g) h_T(t_2)} \iint_{\Pi^2} f(x) f(y) \varphi_{T-l}(x+y) \overline{\varphi_{T-g}(x+y) e^{ix(l-g)}} dx dy .$$

Сделаем замену переменных интегрирования $x = x, x + y = z$ и, используя обозначение $g_1(z)$, запишем, что

$$A_2 = \frac{2\pi \sum_{t=0}^{T-1-\max(l,g)} h_T^2(t + \max(l,g)) h_T^2(t)}{\sum_{t_1=0}^{T-l-1} h_T(t_1 + l) h_T(t_1) \sum_{t_2=0}^{T-g-1} h_T(t_2 + g) h_T(t_2)} \int_{\Pi} \Phi_{T-l,T-g}(z) g_1(z) dz ,$$

где $\Phi_{T-l,T-g}(z)$ задана выражением (3).

Рассмотрим A_3. Используя соотношение (9), получим

$$A_3 = \frac{1}{\sum_{t_1=0}^{T-l-1} h_T(t_1 + l) h_T(t_1) \sum_{t_2=0}^{T-g-1} h_T(t_2 + g) h_T(t_2)} \iint_{\Pi^2} f(x) f(y) \varphi_{T-l}(x+y) \overline{\varphi_{T-g}(x+y) e^{ixl - iyg}} dx dy .$$

Сделаем замену переменных интегрирования $x = x, x + y = z$ и, используя обозначение $g_2(z)$, запишем, что

$$A_3 = \frac{2\pi \sum_{t=0}^{T-1-\max(l,g)} h_T^2(t + \max(l,g)) h_T^2(t)}{\sum_{t_1=0}^{T-l-1} h_T(t_1 + l) h_T(t_1) \sum_{t_2=0}^{T-g-1} h_T(t_2 + g) h_T(t_2)} \int_{\Pi} \Phi_{T-l,T-g}(z) g_2(z) dz ,$$

где $\Phi_{T-l,T-g}(z)$ задана выражением (3). Таким образом, получаем выражение для ковариации оценки ковариационной функции $\hat{R}(\tau)$. Выражение для дисперсии нетрудно получить из выражения для ковариации, полагая $g = l$. Теорема доказана.

Теорема. Если $f_4(x_1, x_2, x_3)$, $x_i \in \Pi, i = 1,2,3$ и $f(x)$ непрерывны, $\iiint_{\Pi^3} |f_4(x_1, x_2, x_3)| dx_1 dx_2 dx_3 < \infty$, $\int_{\Pi} f^2(x) dx < \infty$, то $\lim_{T \to \infty} \operatorname{cov}\{\hat{R}(l), \hat{R}(g)\} = 0$, т.е. оценка $\hat{R}(\tau)$ является состоятельной оценкой для $R(\tau)$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Рассмотрим выражение для ковариации. Найдем $\lim_{T \to \infty} \int_{\Pi} \Phi_{T-l,T-g}(z) g(z) dz$. Из определения функции $g(z)$ в предположении, что $f_4(x_1, x_2, x_3)$ непрерывна, $g(z)$ будет непрерывна. Докажем, что $\lim_{T \to \infty} \int_{\Pi} \Phi_{T-l,T-g}(z) g(z) dz = g(0)$. Используя свойство $\Phi_{T-l,T-g}(z)$, из леммы запишем $\left|\int\limits_{\Pi}\Phi_{T-l,T-g}(z)g(z)dz-g(0)\right| = \left|\int\limits_{\Pi}\Phi_{T-l,T-g}(z)g(z)dz-\int\limits_{\Pi}\Phi_{T-l,T-g}(z)g(0)dz\right| \le$ $\le\int\limits_{\Pi}\left|\Phi_{T-l,T-g}(z)\right|\left|g(z)-g(0)\right|dz$. Так как $g(z)$ непрерывная функция при $z=0$, то для $\forall\varepsilon>0\ \ \exists\delta>0$, что для $|z|\le\delta$ будет $|g(z)-g(0)|\le\varepsilon$. Представим интеграл в следующем виде:

$$\int\limits_{\Pi}\left|\Phi_{T-l,T-g}(z)\right|\left|g(z)-g(0)\right|dz=\int\limits_{-\pi}^{-\delta}\left|\Phi_{T-l,T-g}(z)\right|\left|g(z)-g(0)\right|dz+$$
$$\int\limits_{-\delta}^{\delta}\left|\Phi_{T-l,T-g}(z)\right|\left|g(z)-g(0)\right|dz+\int\limits_{\delta}^{\pi}\left|\Phi_{T-l,T-g}(z)\right|\left|g(z)-g(0)\right|dz=B_1+B_2+B_3.$$

Рассмотрим каждое из слагаемых B_1, B_2, B_3 по отдельности.

$$B_2=\int\limits_{-\delta}^{\delta}\left|\Phi_{T-l,T-g}(z)\right|\left|g(z)-g(0)\right|dz\le\varepsilon\int\limits_{-\delta}^{\delta}\left|\Phi_{T-l,T-g}(z)\right|dz\le\varepsilon\int\limits_{-\pi}^{\pi}\left|\Phi_{T-l,T-g}(z)\right|dz.$$

Используя неравенство Коши–Буняковского, имеем

$$\int\limits_{\Pi}\left|\varphi_{T-l}(z)\right|\left|\overline{\varphi_{T-g}(z)}\right|dz\le\sqrt{\int\limits_{\Pi}\left|\varphi_{T-l}(z)\right|^2dz\int\limits_{\Pi}\left|\overline{\varphi_{T-g}(z)}\right|^2dz}.$$

Тогда

$$\int\limits_{\Pi}\left|\varphi_{T-l}(z)\right|^2dz=\int\limits_{\Pi}\varphi_{T-l}(z)\overline{\varphi_{T-l}(z)}dz=\int\limits_{\Pi}\sum_{t_1=0}^{T-l-1}h_T(t_1+l)h_T(t_1)\sum_{t_2=0}^{T-l-1}h_T(t_2+l)h_T(t_2)e^{iz(t_1-t_2)}dz=$$
$$=2\pi\sum_{t=0}^{T-l-1}h_T^2(t+l)h_T^2(t).$$

Из работы [1] известно, что правая часть последнего равенства эквивалентна выражению

$$(T-l)2\pi\int\limits_0^1 h^2(x+l)h^2(x)dx. \qquad (10)$$

Видим, что

$$\lim_{T\to\infty}\int\limits_{-\pi}^{\pi}\left|\Phi_{T-l,T-g}(z)\right|dz\le\frac{\sqrt{\int\limits_0^1 h^2(x+l)h^2(x)dx\int\limits_0^1 h^2(y+g)h^2(y)dy}}{\int\limits_0^1 h^2(x+\max(l,g))h^2(x)dx}.$$

Значит,

$$B_2\le\varepsilon\frac{\sqrt{\int\limits_0^1 h^2(x+l)h^2(x)dx\int\limits_0^1 h^2(y+g)h^2(y)dy}}{\int\limits_0^1 h^2(x+\max(l,g))h^2(x)dx}.$$

Отсюда, за счет произвольности выбора ε, B_2 можно сделать сколь угодно малым.

Рассмотрим B_3.

$$B_3 = \int_{\delta}^{\pi} \left|\Phi_{T-l,T-g}(z)\right| \left|g(z) - g(0)\right| dz .$$

Функция $g(z)$ ограничена на Π и $\left|g(z) - g(0)\right| \le \left|g(z)\right| + \left|g(0)\right|$.

$$B_3 \le 2 \max_{z \in [\delta,\pi]} \left|g(z)\right| \int_{\delta}^{\pi} \left|\Phi_{T-l,T-g}(z)\right| dz ,$$

$$\int_{\delta}^{\pi} \left|\Phi_{T-l,T-g}(z)\right| dz = \frac{1}{2\pi \sum\limits_{t=0}^{T-1-\max(l,g)} h_T^2\left(t + \max(l,g)\right) h_T^2(t)} \int_{\delta}^{\pi} \left|\varphi_{T-l}(z)\right| \left|\overline{\varphi_{T-g}(z)}\right| dz .$$

Так как $\left|\varphi_T(z)\right| \le \frac{V}{\left|\sin\frac{\delta}{2}\right|}$, $\delta < |z| \le \pi$, где V – некоторая положительная постоянная (см.[1]), имеем, что выражение справа меньше либо равно

$$\frac{1}{2\pi \sum\limits_{t=0}^{T-1-\max(l,g)} h_T^2\left(t + \max(l,g)\right) h_T^2(t)} \cdot \frac{V^2(\pi - \delta)}{\sin^2 \frac{\delta}{2}} ,$$

которое, используя (10), стремится к нулю при $T \to \infty$.

Таким образом, $B_3 \xrightarrow[T \to \infty]{} 0$. Аналогично доказывается, что $B_1 \xrightarrow[T \to \infty]{} 0$.

Значит, $\lim\limits_{T \to \infty} \int_{-\pi}^{\pi} \Phi_{T-l,T-g}(z) g(z) dz = g(0)$. Аналогично $\lim\limits_{T \to \infty} \int_{-\pi}^{\pi} \Phi_{T-l,T-g}(z) g_1(z) dz =$
$= g_1(0)$ и $\lim\limits_{T \to \infty} \int_{-\pi}^{\pi} \Phi_{T-l,T-g}(z) g_2(z) dz = g_2(0)$.

Значит,

$$\lim_{T \to \infty} \frac{\sum\limits_{t_1=0}^{T-l-1} h_T(t_1 + l) h_T(t_1) \sum\limits_{t_2=0}^{T-g-1} h_T(t_2 + g) h_T(t_2)}{2\pi \sum\limits_{t=0}^{T-1-\max(l,g)} h_T^2\left(t + \max(l,g)\right) h_T^2(t)} \operatorname{cov}\left\{\hat{R}(l), \hat{R}(g)\right\} = g(0) + g_1(0) + g_2(0).$$

Отсюда вытекает, что так как функции $g(0)$, $g_1(0)$, $g_2(0)$ являются ограниченными и, используя (10), $\lim\limits_{T \to \infty} \operatorname{cov}\left\{\hat{R}(l), \hat{R}(g)\right\} = 0$. Аналогично $\lim\limits_{T \to \infty} D\hat{R}(\tau) = 0$.

Некоторые вопросы построения оценок ковариационной функции и исследование их свойств можно найти в работе [3].

В дальнейшем предполагается провести сравнительный анализ построенной оценки с классической и указать ее предельное распределение.

1. Бриллинджер Д. Временные ряды. Обработка данных и теория. М., 1980.
2. Ширяев А.Н. Вероятность. М., !980.
3. Бендат Дж., Пирсол А. Применение корреляционного и спектрального анализа. М., 1983.

Поступила в редакцию 03.10.95