Кроме того, в экваториальной области ($\omega \approx 10^{-6}$ c^{-1}) профиль вектора скорости по глубине имеет несколько максимумов, причем каждый последующий меньше предыдущего. Интересно отметить, что изменение с глубиной угла поворота вектора скорости вблизи экватора носит ступенчатый характер и резко отличается от линейного (см. рис. 3). Рис. 2,3 показывают, что зависимость скорости периодического дрейфового течения от периода возмущающей силы значительно сильнее, чем от характера изменения вертикального коэффициента турбулентного обмена. Однако при увеличении ν_0 при любых σ скорость течения возрастает.

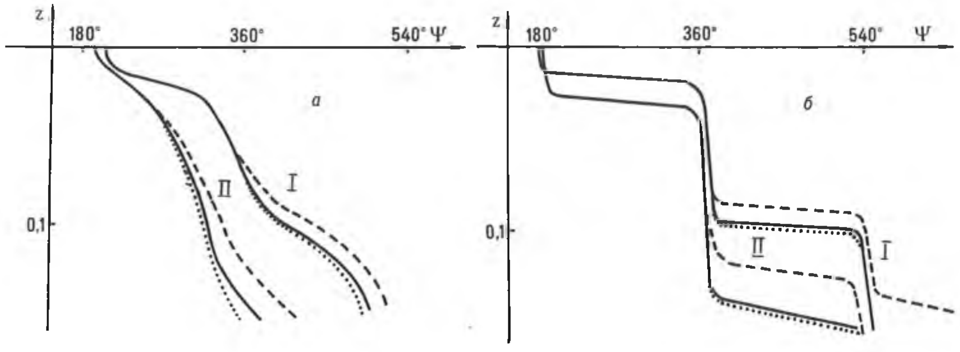

Рис. 3. Зависимость угла ψ от безразмерной глубины. Обозначения те же, что и на рис. 2

Отметим также, что в периодических дрейфовых течениях угол отклонения вектора скорости течения на свободной поверхности от направления вектора касательных напряжений составляет уже не 45°, как в случае чисто дрейфовых течений, а зависит от периода возмущающей силы. Так, например, на рис. 3 видно, что этот угол равен почти 180°.

3. Аналогичные расчеты проводились и для случая частичного скольжения на дне. В работе [5] показано, что учет этого условия на твердой границе приводит к существенному изменению волнового поля в случае, когда к свободной поверхности прикладываются периодические поверхностные давления. Однако, как показали расчеты, для периодических дрейфовых течений вид граничных условий на дне бассейна практически не сказывается на волновом поле. С физической точки зрения этот факт понятен, так как скорость дрейфовых течений имеет существенное значение лишь в приповерхностном слое, а при увеличении глубины быстро стремится к нулю.

1. Колесников А. Г. и др. // Океанология. 1961. № 4. С. 17.
2. Доброклонский С. В. // Там же. 1969. № 1. С. 35.
3. Доценко С. Ф. // Морские гидрофизические исследования. 1971. № 1. С. 81.
4. Куфтарков Ю. М. // Там же. 1970. № 4. С. 23.
5. Чинь Л. К. Влияние частичного скольжения на распространение длинных волн в вязкой жидкости: Автореф. дисс. канд. физ. -мат. наук. Мн., 1987.

Поступила в редакцию 03.03.95.

УДК 62-752.534

В. П. САВЧУК, В. А. САВЕНКОВ, О. Н. ВЯРЬВИЛЬСКАЯ

КОЛЕБАНИЯ НАТЯНУТОГО ПРОЛЕТА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ДВИЖУЩИХСЯ НАГРУЗОК

The vibrations of the span during the motion at a constant speed of a single load or a load stream are investigated. The case, when the span rigidity is neglected, is considered in detail. The non — resonance regimes of the motion are found.

Пролет существующих транспортных систем, если отвлечься от незначительных деталей, представляет собой одну или несколько параллельных балок, работающих на изгиб. Несущая способность такого пролета в конечном счете определяется жесткостью его балок. Колебания однопролетной балки при движении по ней нагрузки подробно изучены (см., например, [1]). В последнее время для высокоскоростных транспортных систем предложена конструкция пролета, несущая способность которого в значительной степени обеспечивается сильно натянутыми гибкими элементами. В простейшем случае этот пролет представляет собой цилиндрический гибкий элемент (трос, пакет гибких полос и т. п.), заключенный в тонкостенный металлический корпус. В данной работе исследуются колебания этого пролета под действием одиночной и потока нагрузок (сил), движущихся с постоянной скоростью v, с учетом натяжения T гибкого элемента.

Уравнение поперечных колебаний пролета возьмем в виде [1]

$$EI\left(\frac{\partial^4}{\partial x^4}+\mu\frac{\partial^5}{\partial t\partial x^4}\right)u-T\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=f, \qquad (1)$$

где EI — жесткость пролета, μ — коэффициент затухания, ρ — масса единицы длины пролета, f — интенсивность внешних сил, действующих на пролет. Ось Ox считаем горизонтальной и совпадающей с осью пролета при $f(x, t)=0$, ось Ou направлена вертикально вниз.

Корпус пролета будем считать свободно опертым о жесткие опоры в точках $x=0$, l_0. Тогда

$$u(0,t)=u(l_0,t)=\frac{\partial^2 u(0,t)}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 u(l_0,t)}{\partial x^2}=0, \qquad (2)$$

и решение уравнения (1) имеет вид

$$u(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}q_n(t)\cdot\sin\frac{\pi nx}{l_0}. \qquad (3)$$

Функция $q_n(t)$ удовлетворяет уравнению

$$\rho\ddot{q}_n+\mu EIn_1^4\dot{q}_n+(EIn_1^4+Tn_1^2)q_n=f_n, \qquad (4)$$

где

$$f_n(t)=\frac{2}{l_0}\int_0^{l_0}f(x,t)\sin\frac{\pi nx}{l_0}dx,\ n_1=\frac{\pi n}{l_0}.$$

В дальнейшем будем считать $u(x, t)$ отклонением точек пролета от равновесной формы, принимаемой пролетом под действием собственного веса.

Одиночная нагрузка. Пусть в момент времени $t=0$ на покоящийся пролет вступает одиночная нагрузка величины P, движущаяся с постоянной скоростью v. В этом случае

$$f=\begin{cases}P\delta(x-vt),\ 0<t<t_1;\\ 0,\ t\geq t_1;\end{cases}$$

$$f_n=\begin{cases}\dfrac{2P}{l_0}\sin n_1vt,\ 0<t<t_1,\\ 0,\ t\geq t_1,\end{cases}$$

где $t_1=l_0/\text{v}$.

Из уравнения (4) при нулевых начальных условиях имеем

$$q_n=\frac{P}{l_0\beta_n}\left\{\frac{\alpha_n\left(\cos n_1vt-e^{-\alpha_n t}\cos\beta_n t\right)+(n_1v+\beta_n)\left(\sin n_1vt+e^{-\alpha_n t}\sin\beta_n t\right)}{EIn_1^4+Tn_1^2+\rho n_1v(n_1v+2\beta_n)}-\right.$$

$$-\frac{\alpha_n(\cos(n_1 v+2\beta_n)t-e^{-\alpha_n t}\cos\beta_n t)+(n_1 v-\beta_n)(\sin(n_1 v+2\beta_n)t-e^{-\alpha_n t}\sin\beta_n t}{EIn_1^4+Tn_1^2+\rho n_1 v(n_1 v-2\beta_n)}\Bigg\},$$

$$0<t<t_1; \qquad (5)$$

$$q_n=\frac{Pe^{-\alpha_n t}}{l_0\beta_n}\left\{\frac{\alpha_n\left(e^{\alpha_n t_1}\cos\gamma_n-\cos\beta_n t\right)+\left(n_1 v+\beta_n\right)\left(e^{\alpha_n t_1}\sin\gamma_n+\sin\beta_n t\right)}{EIn_1^4+Tn_1^2+\rho n_1 v(n_1 v+2\beta_n)}-\right.$$

$$\left.-\frac{\alpha_n\left(e^{\alpha_n t_1}\cos\delta_n-\cos\beta_n t\right)+\left(n_1 v+\beta_n\right)\left(e^{\alpha_n t_1}\sin\delta_n+\sin\beta_n t\right)}{EIn_1^4+Tn_1^2+\rho n_1 v(n_1 v-2\beta_n)}\right\},\ t\ge t_1. \qquad (6)$$

Здесь

$$\gamma_n=\left(n_1 v+\beta_n\right)t_1-\beta_n t,\ \delta_n=\gamma_n+2\beta_n t,\ \alpha_n=\frac{\mu EIn_1^4}{2\rho},\ \beta_n^2=\frac{EIn_1^4+n_1^2}{\rho}-\alpha_n^2.$$

Отметим тот факт, что при $t>t_1$, т. е. при собственных колебаниях пролета, колебательный характер изменения амплитуды имеет лишь конечное число гармоник пролета. Это следует из того факта, что при $\mu\neq 0$ и достаточно больших n величина β_n становится чисто мнимой.

Рассмотрим подробнее случай, когда жесткостью пролета можно пренебречь. Тогда формулы (5), (6) упростятся и примут вид

$$q_n=\frac{2Pl_0}{\rho n^2\pi^2 a(v^2-a^2)}\begin{cases} v\sin(an_1 t)-a\sin(vn_1 t),\ 0<t<t_1;\\ v\left[\sin(an_1 t)+\sin n_1\left(l_0+l_0\dfrac{a}{v}-at\right)\right],\ t\ge t_1,\end{cases} \qquad (7)$$

где $a=(T/\rho)^{1/2}$ — скорость распространения поперечных возмущений вдоль гибкого пролета. Легко убедиться, что $q_n\equiv 0$ для $t\ge t_1$ при

$$a=(2k+1)v,\ k=1,2\dots\ . \qquad (8)$$

Это означает, что имеет место следующий интересный факт: если скорость движения нагрузки удовлетворяет условию (8), то после схода нагрузки с пролета деформация последнего отсутствует.

Благодаря простоте функции (7) ряд (3) можно просуммировать для любых значений v. В частности, при $v>a$ и $0\le t\le t_1$

$$u=\frac{P}{\rho a(v^2-a^2)}\begin{cases}(v-a)x,\ 0\le x<at;\\ a(vt-x),\ at\le x<vt;\\ 0,\ vt\le x\le l_0.\end{cases}$$

Отсюда следует, что при скорости $v>a$ нагрузка опережает деформацию гибкого пролета и движется по его невозмущенной поверхности. Если, считая $v>a$, найти конечное выражение для u при $t_1<t<l_0/a$, то для величины максимального динамического прогиба пролета получим формулу

$$u_{\max}=\frac{Pl_0}{2v\sqrt{\rho T}}.$$

Поток нагрузок. Пусть в момент времени $t=0$ на покоящийся пролет вступает первая из потока i_0 нагрузок, движущихся с постоянной скоростью v. Тогда, в силу линейности задачи, динамический прогиб пролета, очевидно, будет определяться формулой (3), в которой $q_n(t)$ должно быть заменено на

$$Q_n(t)=q_n(t)+\sum_{i=2}^{i_0}q_n\left(t\frac{l_1+\ldots+l_{i-1}}{v}\right)\sigma\left(\frac{l_1+\ldots+l_{i-1}}{v}\right),$$

где l_i — расстояние между i-й и $(i+l)$-й нагрузками,

$$\sigma(b) = \begin{cases} 1, t \ge b; \\ 0, t < b. \end{cases}$$

Величины нагрузок могут быть различными.

Из равенства (6) следует, что после схода нагрузки с пролета вызванные ею колебания при $\mu \neq 0$ быстро затухают. Поэтому ясно, что при любых значениях постоянных v, i_0, l_i динамический прогиб пролета будет конечным. Если же $\mu = 0$, то при движении потока нагрузок максимальный динамический прогиб пролета может неограниченно возрастать с увеличением i_0, т. е. возможны резонансные режимы движения. Определение в общем случае резонансных режимов и режимов движения в некотором смысле наиболее выгодных является темой отдельного исследования. Здесь же ограничимся рассмотрением частных случаев для гибкого ($EI = 0$) пролета, считая нагрузки одинаковыми по величине.

1. При $v = a/(2k+1)$, $k = 1,2...$, как уже указывалось, деформация пролета, вызванная нагрузкой, после схода ее с пролета исчезает. Следовательно, динамический прогиб определяется лишь нагрузками, находящимися на пролете. Анализ характера деформации пролета позволяет сделать вывод, что при

$$l_i \ge \frac{2k}{2k+1} l_0$$

каждая нагрузка движется по невозмущенному участку пролета, т. е. все нагрузки находятся в одинаковых условиях движения.

2. Предположим, что расстояния между нагрузками одинаковы, т. е. $l_i = l$ и $v = a/2k$, $l = l_0(j-0{,}5)/k$, $k, j = 1,2...$.

Нетрудно убедиться, что в этом случае $Q_n(t) = q_n(t)\sum_{i=1}^{i_0}(-1)^{i-1}$ для $t > l_0/v + l(i_0-1)/v$. Это значит, что при рассматриваемом режиме движения прогиб пролета после прохождения i_0-й нагрузки равен прогибу после прохождения одной нагрузки, если i нечетно, и равен нулю, если i четно.

3. Пусть $l_i = l = 2jl_0v/a$, $v \neq a/(2k+1)$, j, $k = 1,2...$.

В этом случае $Q_n(t) = i_0 q_n(t)$ для $t > l_0/v + l(i-1)/v$. Это значит, что динамический прогиб растет пропорционально количеству прошедших по пролету нагрузок, т. е. происходит резонансная раскачка пролета.

1. Ф и л и п п о в А. П. Колебания деформируемых систем. М., 1970.

Поступила в редакцию 29.03.95.

УДК 517.95

А. И. ГЛУШЦОВ

МЕТОДЫ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И ДИСКРЕТНЫХ ИСТОЧНИКОВ В ЗАДАЧАХ ЭКРАНИРОВАНИЯ

The problem of shielding of electromagnetic fields is investigated by integral equation method and by discrete sources method.

Под экраном понимается тонкостенная замкнутая оболочка, защищающая внутреннюю область от внешнего электромагнитного воздействия. При строгом рассмотрении экранирующих оболочек необходимо учитывать поле в самом экране, что усложняет геометрию задачи, ее математическую формулировку и решение. В связи с этим вводятся так называемые усредненные граничные условия [1], которые связывают поля по обе стороны экрана и ставятся на воображаемой бесконечно тон-