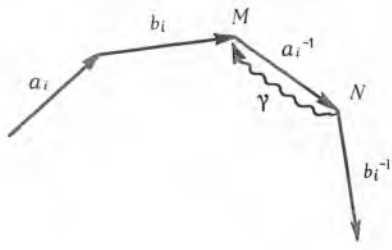
$a_i$. Поскольку все подгруппы индекса 2 нормальны, то все кривые, лежащие над $a_i$, замкнуты или разомкнуты одновременно [2]. Причем замкнуты в том и только в том случае, когда $a_i$ принадлежит подгруппе, порожденной накрытием. Итак, возьмем любую кривую над $a_i$ и проверим является ли она замкнутой. Пусть $p_i = 1$, т. е. цикл $\sigma$ включает в себя кривую $b_i$ (рисунок). Тогда после разрезания по циклу $\sigma$ и склеивания двух таких экземпляров крест-накрест точки $M$ и $N$ (рис. 1) не «склеиваются». Это две разные точки, лежащие над отмеченной точкой римановой поверхности $S$. Кривая $\gamma$ лежит над $a_i$ (см. рисунок). Она не является замкнутой. Значит, $a_i$ не принадлежит подгруппе, порожденной накрытием. Наоборот, пусть $p_i = 0$, т. е. цикл $\sigma$ не включает в себя кривую $b_i$. Тогда точки $M$ и $N$ отождествляются (они остаются «склеенными» после разрезания). Кривая $\gamma$ лежит над $a_i$. Она замкнута. Значит, $a_i$ принадлежит подгруппе, порожденной накрытием. Для $b_j$ рассуждения аналогичны.




Итак, пусть подгруппа образована словами, в которых сумма всех степеней $a_i$, $i \in M$, $b_j$, $j \in K$ четна, где $M$ и $K$ — подмножества $\{1, \ldots, g\}$. Возьмем цикл $\sigma = a_1^{k1} b_1^{p1} a_2^{k2} b_2^{p2} \ldots a_g^{kg} b_g^{pg}$, где

$$k_i = \begin{cases} 1, & \text{если } b_i \in K \\ 0, & \text{если } b_i \notin K \end{cases}, \qquad p_j = \begin{cases} 1, & \text{если } a_j \in M \\ 0, & \text{если } a_j \notin M. \end{cases}$$

Накрытие, образованное разрезанием римановой поверхности по этому циклу и склеиванием двух таких экземпляров крест-накрест, соответствует выбранной подгруппе.

Итак, для любой подгруппы индекса 2 фундаментальной группы мы можем указать такой неразбивающий цикл, что накрытие, полученное с помощью описанной выше процедуры, соответствует данной подгруппе. Следовательно, все двулистные безграничные неразветвленные накрытия римановой поверхности получаются путем разрезания ее по неразбивающему циклу и склеивания двух таких экземпляров крест-накрест. В процессе доказательства мы указали явный вид циклов, достаточных для получения всех накрытий.

1. Зейферт Г., Трельфалль В. Топология. М., 1938. С. 229.
2. Спрингер Дж. Введение в теорию римановых поверхностей. М., 1960. С. 99.

Поступила в редакцию 31.01.95.

*УДК 517.512*

*Е. А. РОВБА*

## РАЦИОНАЛЬНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ОПЕРАТОРЫ НА ОТРЕЗКЕ

Positive integral rational operators on segment $[-1; 1]$ have been constructed and the estimations of corresponding approximations for the functions $f \in ([-1, 1]$ have been obtained.

В 1956 г. М. И. Джрбашян [1] ввел рациональные и обобщающие ряды Фурье по тригонометрической системе $\{e^{inx}\}_{n=-\infty}^{+\infty}$. Основываясь на представлении ядра Дирихле, полученном в этой работе, В. Н. Русак [2] построил рациональные операторы Фейера и Джексона в периодическом случае. Позже исследования в этом направлении были продолжены,

определены операторы Фейера, Валле — Пуссена и Джексона на всей вещественной оси (см., например, [3], с. 114). Эти операторы получили широкое применение в теории рациональных приближений (см. [3—5]).

На отрезке $[-1; 1]$ изучались аппроксимационные свойства рациональных функций типа Фурье [6]. В настоящей работе на данном отрезке построены рациональные операторы Фейера и Джексона. Заметим, что подобные операторы можно вводить с помощью замены переменной, примененной к операторам, заданным на всей вещественной оси (см. [3], с. 128). Предлагаемый нами способ их построения является конструктивно более простым.

1. Пусть $\{a_k\}_{k=0}^{n}$ — произвольное множество чисел, $\alpha_0 = 0, |\alpha_k| < 1$, $k = \overline{1, n}$, причем если $\operatorname{Im} \alpha_k \neq 0$, то это множество содержит и число $\overline{\alpha_k}$.

Положим

$$\lambda_n(u) = \sum_{k=1}^{n} \frac{1-|\alpha_k|^2}{1-2|\alpha_k|\cos(u-\theta_k)+|\alpha_k|^2}, \quad \theta_k = \arg \alpha_k, \; k = \overline{1, n};$$

$$\lambda_n(t; \theta) = \frac{1}{2}\int_{\theta}^{t} (1 + \lambda_n(u))du, \qquad t, \theta \in \mathrm{R}.$$

Для всякой непрерывной на отрезке $[-1; 1]$ функции f определим следующий оператор:

$$F_n(x; f) = \int_{-\pi}^{\pi} f(\cos t)\, K_n(t; \theta)\, dt \,/\, \int_{-\pi}^{\pi} K_n(t; \theta)dt, \tag{1}$$

где $K_n(t; \theta) = \sin^2 \lambda_n(t; \theta) / \sin^2 \dfrac{t-\theta}{2}$, $x = \cos\theta$, $x \in [-1; 1]$.

**Лемма 1.** Функция $F_n(x; f)$ является рациональной порядка не выше n, причем

$$\int_{-\pi}^{\pi} K_n(t; \theta)dt = 2\pi(I + \lambda_n(\theta)), \; x = \cos\theta, \; x \in [-1; 1]. \tag{2}$$

Доказательство. Исходя из леммы 6 работы [1], будем иметь:

$$K_n(t; \theta) = \left( \sqrt{\prod_{k=0}^{n} \frac{\xi - \alpha_k}{1 - \overline{\alpha_k}\xi} \cdot \frac{1 - \overline{\alpha_k} z}{z - \alpha_k}} - \sqrt{\prod_{k=0}^{n} \frac{1 - \overline{\alpha_k}\xi}{\xi - \alpha_k} \cdot \frac{z - \alpha_k}{1 - \overline{\alpha_k} z}} \right)^2 :$$

$$: \left( e^{i\frac{t-\theta}{2}} - e^{-i\frac{t-\theta}{2}} \right)^2 = \left( \xi^2 \frac{\omega(\zeta)}{\omega(z)} - 2\xi z + z^2 \frac{\omega(z)}{\omega(\xi)} \right) / (\xi - z)^2, \tag{3}$$

где $z = e^{i\theta}$, $\xi = e^{it}$, $\omega(u) = \prod_{k=1}^{n} \dfrac{u - \alpha_k}{1 - \overline{\alpha_k} u}$.

Теперь применим тот же метод вычисления подобных интегралов, что содержится, например, в [3]. Будем иметь

$$\int_{-\pi}^{\pi} K_n(t; \theta)\, dt = \frac{1}{i} \int_{|\zeta|=1} \frac{1}{(\xi - z)^2} \left( \xi \frac{\omega(\xi)}{\omega(z)} - 2z + \frac{z^2}{\xi} \frac{\omega(z)}{\omega(\xi)} \right) d\zeta =$$

$$= \frac{2\pi}{\omega(z)} \lim_{|z|<1,\, z \to e^{i\theta}} \operatorname{res}_{\zeta = z} \frac{\xi\omega(\xi)}{(\xi - z)^2} = 2\pi(1 + \lambda_n(\theta)).$$

Учитывая приведенные на полюсы условия, нетрудно убедиться, что функция $\lambda_n(\theta)$ является четной относительно $\theta$ и рациональной порядка не выше n относительно переменной $x$, $x \in [-1; 1]$, $x = \cos\theta$.

Нетрудно видеть также, что

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(\cos t)\, K_n(t; -\theta)\, dt = \int_{-\pi}^{\pi} K_n(-t; -\theta)\, dt = \int_{-\pi}^{\pi} f(\cos t) \frac{\sin^2 \lambda_n(-t; -\theta)}{\sin^2 \dfrac{t-\theta}{2}} dt =$$

$$= \int_{-\pi}^{\pi} f(\cos t) \frac{\sin^2 \int_{\theta}^{t} (1+\lambda_n(-u))du}{\sin^2 \frac{t-\theta}{2}} dt = \int_{-\pi}^{\pi} f(\cos t)\, K_n(t;\theta)\, dt.$$

Отсюда и из (2) следует справедливость леммы 1.

Естественно назвать $F_n(x; f)$ рациональной функцией Фейера.

**Теорема 1.** Если функция $f \in MH^{\alpha}[-1; 1]$, то справедливы неравенства:

а)
$$|f(x)-F_n(x; f)| <$$
$$< 2(\pi+1)M\left(\frac{\sqrt{1-x^2}}{(1-\alpha)(1+\lambda_n(\arccos x))^{\alpha}} + \delta_n^{(\alpha)}(x)\right),\ x \in [-1; 1],\ \alpha \in (0; 1),$$

где

$$\delta_n^{(\alpha)}(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{(1-2\alpha)(1+\lambda_n(\theta))^{2\alpha}},\ \alpha \in (0; \dfrac{1}{2}); \\ \ln(1+\lambda_n(\theta)) / (1+\lambda_n(\theta)),\ \alpha = \dfrac{1}{2}; \\ \dfrac{1}{(2\alpha-1)(1+\lambda_n(\theta))},\ \alpha \in (\dfrac{1}{2}; 1),\ x = \cos\theta; \end{cases} \tag{4}$$

б)
$$|f(x)-F_n(x; f)| \le 2(\pi+3)M\left(1+\sqrt{1-x^2}\,\ln\lambda_n(\arccos x)\right) /$$
$$/(1+\lambda_n(\arccos x),\ \alpha = 1,\ x \in [-1; 1].$$

Доказательство. Очевидно, $|f(x)-F_n(x; f)| \le$
$$\le \frac{1}{2\pi(1+\lambda_n(\theta))} \int_{|t-\theta|\le\pi} |f(\cos t) - f(\cos\theta)| K_n(t;\theta)dt.$$

Будем иметь

$$|f(\cos t) - f(\cos\theta)| \le M|\cos t - \cos\theta|^{\alpha} \le$$
$$\le 2M\left(\left|\sin\frac{t-\theta}{2}\right|^{2\alpha} + \left|\sin\frac{t-\theta}{2}\right|^{\alpha} \sin^{\alpha}\theta\right),\quad x = \cos\theta,\ \theta \in [0; \pi]. \tag{5}$$

Следовательно,

$$|f(x) - F_n(x; f)| \le \frac{M}{\pi(1+\lambda_n(\theta))}(J_1 + J_2 \sin^{\alpha}\theta), \tag{6}$$

где

$$J_1 = \int_{|t-\theta|\le\pi} \sin^{2\alpha}\frac{|t-\theta|}{2} K_n(t;\theta)dt;\ J_2 = \int_{|t-\theta|\le\pi} \sin^{\alpha}\frac{|t-\theta|}{2} K_n(t;\theta)dt.$$

Теперь положим, что $E_{\theta} = \left\{t: |t-\theta| \le \frac{\pi}{1+\lambda_n(\theta)}\right\}$. Через $CE_{\theta}$ обозначим дополнение $E_{\theta}$ до множества. $\{t : |t-\theta| \le \pi\}$. Тогда

$$J_1 \le \left(\frac{\pi}{2(1+\lambda_n(\theta))}\right)^{2\alpha} \int_{E_{\theta}} K_n(t;\theta)dt + \int_{CE_n} \sin^{-2(1-\alpha)}\frac{|t-\theta|}{2} dt \le$$
$$\le \left(\frac{\pi}{2(1+\lambda_n(\theta))}\right)^{2\alpha} 2\pi(1+\lambda_n(\theta)) + 2\pi^{2(1-\alpha)} J_3, \tag{7}$$

где $J_3 \int_{\pi/(1+\lambda_n(\theta))}^{\pi} u^{-2(1-\alpha)}du.$

Если $\alpha \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$, то $J_3 < \frac{1}{1-2\alpha}\left(\frac{1+\lambda_n(\theta)}{\pi}\right)^{1-2\alpha}$; если $\alpha = \frac{1}{2}$, то $J_3 = \ln(1+\lambda_n(\theta))$; наконец, если $[\alpha \in \frac{1}{2}; 1]$, то $J_3 \le \frac{\pi^{2\alpha-1}}{2\alpha-1}$.

Учитывая полученные соотношения для $J_3$, из (7) получим

$$\frac{1}{\pi(1+\lambda_n(\theta))} J_1 \le \delta_n^{(\alpha)}(x), x \in [-1; 1] \text{ (см. (4)).}$$

Если $\alpha \in (0; 1)$, то

$$J_2 \le \left(\frac{\pi}{2(1+\lambda_n(\theta))}\right)^{\alpha} \int\limits_{E_\theta} K_n(t; \theta)dt + \int\limits_{CE_\theta} \sin^{-2+\alpha}\frac{|t-\theta|}{2}dt <$$

$$< \left(\frac{\pi}{2(1+\lambda_n(\theta))}\right)^{2} 2\pi(1+\lambda_n(\theta)) + 2\pi^{-2+\alpha} \int\limits_{\pi/(1+\lambda_n(\theta))}^{\pi} u^{-2+\alpha}du <$$

$$< (\pi+2)\pi(1+\lambda_n(\theta))^{1-\alpha} / (1-\alpha);$$

если же $\alpha=1$, то $J_2 \le (\pi+2)(1+\ln(1+\lambda_n(\theta))$.

Подставляя полученные для интегралов $J_1$ и $J_2$ оценки в (6), получим утверждение теоремы 1.

2. При тех же предположениях относительно чисел $\alpha_k$, $k = \overline{0, n}$, для всякой функции $f \in C_{[-1;1]}$ полагаем

$$G_{2n}(x; f) = \int\limits_{-\pi}^{\pi} f(\cos t)K_n^2(t; \theta)dt / \int\limits_{-\pi}^{\pi} K_n^2(t; \theta)dt, \qquad (8)$$

$x=\cos\theta$, $x \in [-1; 1]$ (см. также (1)).

**Лемма 2.** Функция $G_{2n}(x; f)$ является рациональной порядка не выше $2n$, причем

$$\int\limits_{-\pi}^{\pi} K_n^2(t; \theta)dt = \frac{2\pi}{3}\left[2\lambda_n^3(\theta) + 6\lambda_n^2(\theta) + 6\lambda_n(\theta) + 3 + \right. \qquad (9)$$

$$\left. + \sum_{k=1}^{n}\left(\frac{3(1-|\alpha_k|^4)}{(1-2|\alpha_k|\cos(\theta-\theta)_k+|\alpha_k|^2)^2} - \frac{2((1-|\alpha_k|^2)^3)}{(1-2|\alpha_k|\cos(\theta-\theta_k)+|\alpha_k|^2)^3}\right)\right],$$

$\theta \in [0; \pi]$.

Доказательство. Воспользуемся формулой (3). Будем иметь

$$K_n^2(t; \theta) = \left(\xi^4\left(\frac{\omega(\xi)}{\omega(z)}\right)^2 - 4\xi^3 z\frac{\omega(\xi)}{\omega(z)} + 3\xi^2 z^2 - 4\xi z^3\frac{\omega(z)}{\omega(\xi)} + z^4\left(\frac{\omega(z)}{\omega(\xi)}\right)\right)^2 /$$

$$/(\xi - z)^4, \xi = e^{it}, z = e^{i\theta}.$$

Первая часть леммы теперь будет вытекать из определения функции $G_{2n}(x; f)$ (см. (8)).

Далее, поступая аналогично как при вычислении интеграла из леммы 1, получим

$$\int\limits_{-\pi}^{\pi} K_n^2(t; \theta)dt = 2\pi \times$$

$$\times\left(\lim_{|z|<1,\, z\to e^{i\theta}} \frac{1}{\omega^2(z)} \operatorname{res}_{\xi=z} \frac{\xi^3\omega^2(\xi)}{(\xi-z)^4} - \lim_{|z|<1,\, z\to e^{i\theta}} \frac{4z}{\omega(z)} \operatorname{res}_{\xi=z} \frac{\xi^2\omega(\xi)}{(\xi-z)^4}\right) =$$

$$= \frac{\pi}{3}\left( \lim_{|z|<1,\ z\to e^{i\theta}} \left( \frac{1}{\omega^2(z)} \frac{d^3}{d\xi^3}\left(\xi^3\omega^2(\xi)\right) - \frac{4z}{\omega(z)} \frac{d^3}{d\xi^3}\left(\xi^2\omega\xi\right)\right)\right)\Big|_{\xi=z}.$$

Чтобы получить равенство (9), остается провести необходимые вычисления.

Функцию $G_{2n}(x;\ f)$ назовем рациональной функцией Джексона для $f \in C_{[-1;\ 1]}$.

**Лемма 3.** Справедливо неравенство

$$\int_{-\pi}^{\pi} K_n^2(t;\ \theta)dt > \frac{2\pi}{3}\lambda_n^3(\theta),\ \theta \in [0;\ \pi].$$

Данное неравенство непосредственно следует из (9), если учесть, что

$$\lambda_n^3(\theta) + \sum_{k=1}^{n}\left( \frac{3(1-|\alpha_k|^4)}{\left(1-2|\alpha_k|\cos(\theta-\theta_k)+|\alpha_k|^2\right)^2} - \frac{2(1-|\alpha_k|^2)^3}{\left(1-2|\alpha_k|\cos(\theta-\theta_k)+|\alpha_k|^2\right)^3}\right) > 0.$$

**Теорема 2.** Для всякой функции $f \in C_{[-1;\ 1]}$ справедливо неравенство:

$$|f(x) - G_{2n}(x;\ f)| \le 4\left( \omega_f\left( \frac{\sqrt{1-x^2}}{\lambda_n(\arccos x)}\right) + \omega_f\left( \frac{1}{\lambda_n^2(\arccos x)}\right)\right),$$

где $\omega_f$ — модуль непрерывности функции $f$ на отрезке $[-1;\ 1]$, $x \in [-1;\ 1]$.

Доказательство. Будем иметь

$$|f(x) - G_{2n}(x;\ f)| \le \frac{1}{g_n(\theta)} \int_{(t-\theta)\le\pi} |f(\cos t) - f(\cos\theta)|\, K_n^2(t;\ \theta)dt, \qquad (10)$$

где $g_n(\theta)\int_{-\pi}^{\pi} K_n^2(t;\ \theta)dt$, $x = \cos\theta$, $x \in [-1;\ 1]$.

Далее воспользуемся методом А. Ф. Тимана (см. [7], с. 269). Заметим вначале, что

$$|f(x) - G_{2n}(x;\ f)| \le \omega_f\left(|\cos t| - |\cos\theta|\right) \le$$

$$\le 2\omega_f\left(\sin^2\frac{t-\theta}{2} + |\sin\frac{t-\theta}{2}|\sin\theta\right) \le 2\omega_f\left(\sin^2\frac{t-\theta}{2}\right) + \omega_f\left(|\sin\frac{t-\theta}{2}|\sin\theta\right),$$

$\theta \in [0;\ \pi]$.

Отсюда и из (10) получим:

$$|f(x) - G_{2n}(x;\ f)| \le \frac{2}{g_n(\theta)}\left( \int_{-\pi}^{\pi} \omega_f\left(\sin^2\frac{t-\theta}{2}\right) K_n^2(t;\ \theta)dt + \right.$$

$$\left. + \int_{-\pi}^{\pi} \omega_f\left(\sin\frac{t-\theta}{2}\sin\theta\right) K_n^2(t;\ \theta)dt\right) \le \frac{2}{g_n(\theta)}\left[\omega_f\left(\frac{1}{\lambda_n^2(\theta)}\right) \times \right.$$

$$\times \int_{-\pi}^{\pi}\left(\sin\frac{t-\theta}{2}\lambda_n^2(\theta) + 1\right) K_n^2(t;\ \theta)dt + \omega_f\left(\frac{\sin\theta}{\lambda_n(\theta)}\right) \times$$

$$\left. \times \int_{-\pi}^{\pi}\left(\sin\frac{|t-\theta|}{2}\lambda_n(\theta) + 1\right) K_n^2(t;\ \theta)dt\right] \le \frac{2}{g_n(\theta)}\left[\omega_f\left(\frac{1}{\lambda_n^2(\theta)}\right) \times \right.$$

$$\left. \times \left(\lambda_n^2(\theta)I_1 + I_2\right) + \omega_f\left(\frac{\sin\theta}{\lambda_n(\theta)}\right)\left(\lambda_n(\theta)I_3 + I_2\right)\right],$$

где

$$I_1 = \int_{-\pi}^{\pi} K_n(t;\ \theta)dt,\ I_2 = \int_{-\pi}^{\pi} K_n^2(t;\ \theta)dt,\ I_3 = \int_{-\pi}^{\pi} \sin\frac{|t-\theta|}{2} K_n^2(t;\ \theta)dt.$$

Интегралы $I_1$ и $I_2$ вычислены в леммах 1 и 2, для оценки интеграла $I_3$ воспользуемся неравенством Коши—Буняковского:

$$I_3 \le \int_{-\pi}^{\pi} \left| \frac{\sin \lambda_n(t;\theta)}{\sin \frac{t-\theta}{2}} \right|^3 dt \le \sqrt{\int_{-\pi}^{\pi} K_n(t;\theta)dt \int_{-\pi}^{\pi} K_n^2(t;\theta)dt} \le$$
$$\le \sqrt{(1+\lambda_n(\theta))g_n(\theta)}.$$

Таким образом,

$$|f(x) - G_{2n}(x;f) \le \frac{2\left[(1+\lambda_n(\theta))\lambda_n^2(\theta) + g_n(\theta)\right]}{g_n(\theta)} \omega_f\left(\frac{1}{\lambda_n^2(\theta)}\right) +$$
$$+ \frac{2\left[\lambda_n(\theta)\sqrt{(1+\lambda_n(\theta))g_n(\theta)} + g_n(\theta)\right]}{\pi g_n(\theta)} \omega_f\left(\frac{\sin\theta}{\lambda_n(\theta)}\right) \le$$
$$\le 4\left(\omega_f\left(\frac{1}{\lambda_n^2(\theta)}\right) + \omega_f\left(\frac{\sin\theta}{\lambda_n(\theta)}\right)\right), \; x = \cos\theta, \; x \in [-1;1].$$

Теорема 2 доказана.


1. Джрбашян М. М. // Изв. АН Арм. ССР. Сер. физ-мат. 1956. Т. 9. № 7. С. 3.
2. Русак В. Н. // Докл. АН БССР. 1964. Т. 8. № 7. С. 432.
3. Он же // Рациональные функции как аппарат приближения. Мн. 1979.
4. Он же // Мат. сб. 1985. Т. 128. № 4. С. 442.
5. Пекарский А. А. // Там же. 1987. Т. 133. № 1. С. 86.
6. Ровба Е. А. // Докл. АН БССР.1979. Т. 23. № 11. С. 968.
7. Тиман А. Ф. // Теория приближения функций действительного переменного. М., 1960.



Поступила в редакцию 10.03.95.



*УДК 517.925.6*



*В. И. МАТАТОВ, Л. В. МИХАЙЛОВСКАЯ*


# НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ ОДНОЗНАЧНОСТИ ПОДВИЖНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ КУБИЧЕСКИХ СИСТЕМ ДВУХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ


The necessary conditions of uniqueness of movable singularities for a system of two differential equations with cubic nonlinearities have been obtained. The degenerative cases when the symplifying linear transformation of the unknown functions does not work have also been considered.


Рассмотрим систему дифференциальных уравнений вида

$$\begin{cases} x' = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y + \ldots + \alpha_6 x^3 + \alpha_7 x^2 y + \alpha_8 x y^2 + \alpha_9 y^3 = P_3(x, y), \\ y' = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 y + \ldots + \beta_6 x^3 + \beta_7 x^2 y + \beta_8 x y^2 + \beta_9 y^3 = Q_3(x, y), \end{cases} \quad (1)$$

где $\alpha_0 = \alpha_0(z), \ldots, \beta_9 = \beta_9(z)$ — голоморфные функции $z$ в области $D \subset \mathbf{C}$, $(P_3, Q_3)=1$, $z \in \mathbf{C}$, $(x, y) \in \hat{\mathbf{C}}^2$, $\hat{\mathbf{C}} = \mathbf{C} \cup \{\infty\}$, троеточия означают невыписанные члены второй степени относительно $x$, $y$. Целью статьи является нахождение необходимых условий однозначности подвижных особенностей системы (1), т. е. условий принадлежности ее класу $P$. Системам с кубическими нелинейностями посвящены работы [1, 2]. Следует отметить, что в данных статьях не рассматриваются вырожденные случаи, когда упрощающие линейные преобразования искомых функций не действуют.

С помощью линейного преобразования

$$x = X + \mu(z)Y, \quad y = Y, \quad (2)$$

где $\mu(z)$ — любой из корней уравнения