**БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебной работе

и образовательным инновациям

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ О.Н.Здрок

«\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2020 г.

Регистрационный № УД-\_\_\_\_\_ /уч.

***ЧИСЛОВЫЕ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА***

**Учебная программа учреждения высшего образования**

**по учебной дисциплине для специальности:**

1-31 80 03 Математика и компьютерные науки

*профилизация Математика и дидактика математики*

2020 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 80 03-2019 и учебных планов № G31-088/уч., №G31з -089/уч., утвержденных 11.04.2019.

**Составитель:**

**Александр Антонович Пекарский** – профессор кафедры теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

**Рецензенты:**

**Виктор Романович Мисюк** – доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики Гродненского государственного университета имени Янки Купалы, кандидат физико-математических наук, доцент;

**Наталья Григорьевна Абрашина-Жадаева** – заведующая кафедрой высшей математики и математической физики физического факультета Белорусского Государственного университета, доктор физико-математических наук, доцент.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета (протокол № 9 от 23.03.2020).

Научно-методическим Советом Белорусского государственного университета (протокол № 4 от 25.03.2020).

Зав. кафедрой теории функций В.Г. Кротов

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

Учебная дисциплина «Числовые и интегральные неравенства» включает обзор основных методов и приёмов, применяемых при доказательстве числовых и интегральных неравенств, возникающих в различных разделах математики и её приложений. Например, в математическом анализе, теории функций комплексного переменного, теории аппроксимации, теории операторов.

**Цели и задачи учебной дисциплины** «Числовые и интегральные неравенства»

**Целью** учебной дисциплины является повышение уровня профессиональной компетенции педагога-математика.

**Образовательная цель:** систематизация, обобщение и развитие знаний о методах и приёмах получения и доказательства неравенств, возникающих в исследовательских математических задачах.

**Развивающая цель:** развитие математического мышления, повышение математической культуры.

**Основные задачи*,*** решаемые в рамках изучения учебной дисциплины:

− усвоение теоретического материала, предлагаемого на занятиях,

− развитие знаний о методах и приёмах исследования неравенств и их доказательств,

− приобретение навыков решения исследовательских математических задач.

**Место учебной дисциплины** в системе подготовки специалиста с высшим образованием (магистра).

Учебная дисциплина «Числовые и интегральные неравенства» относится к дисциплинам по выбору компонента учреждения высшего образования.

**Связи** с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Учебная дисциплина «Числовые и интегральные неравенства» опирается на знания, полученные при изучении дисциплин «Математический анализ», «Теория функций комплексного переменного» и «Функциональный анализ».

**Требования к компетенциям**

Освоение учебной дисциплины «Числовые и интегральные неравенства» должно обеспечить формирование следующей ***специализированной***  компетенции:

СК-2. Быть способным использовать методы компьютерного моделирования на основе современных методик численного анализа прикладных дифференциальных задач.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

**знать:** основные методы и приёмы доказательства или опровержения неравенств;

**уметь:** применять методы и приёмы, связанные с неравенствами, в исследовательских задачах математики и её приложений;

**владеть:** навыками самообразования и способами использования методов и приёмов, связанными с неравенствами, для проведения математических и междисциплинарных исследований.

**Структура учебной дисциплины**

Дисциплина изучается в 3 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Числовые и интегральные неравенства» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 108 часов, в том числе 36 аудиторных часов, из них: лекции – 6 часов, лекции (дистанционное обучение) – 6 часов, лабораторные занятия – 6 часов, лабораторные занятия (дистанционное обучение) – 6 часов, управляемая самостоятельная работа (внеаудиторный контроль) – 12 часов.

– для заочной формы получения высшего образования – 108 часов , в том числе 8 аудиторных часов, из них: лекции – 4 часа, лабораторные занятия – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации по учебной дисциплине – зачёт.

**СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА**

**Тема 1.** **Неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим**

Различные методы доказательства неравенства между средним арифметическим средним геометрическим, его приложения и обобщения.

**Тема 2. Выпуклые функции и неравенство Йенсена**

Понятие выпуклой функции, дифференциальные свойства выпуклой функции, опорная прямая. Неравенство Йенсена. Применение неравенства Йенсена для доказательства неравенств.

**Тема 3. Пространство Орлича**

Дополнительные всмыслеЮнга N-функции. Классы и пространство Орлича. Обобщённое неравенство Гёльдера.

**Тема 4. Неравенства С.Н. Бернштейна и В.А. Маркова для производных тригонометрических и алгебраических полиномов**

Теорема о количестве нулей тригонометрического полинома. Неравенство С.Н. Бернштейна для производной тригонометрических полинома.

Неравенство В.А. Маркова для производной алгебраических полиномов.

**Тема 5. Произведения Бляшке и их экстремальные свойства**

Конечные произведения Бляшке. Обобщённая лемма Шварца.

Теорема Шура.

**Тема 6. Неравенства для производных рациональных функций**

Обобщённый интеграл Фейера и равенство В.Н. Русака. Весовая оценка производной рациональной функции. Неравенство Е.П. Долженко.

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Дневная форма получения образования с применением дистанционных образовательных технологий

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер раздела, темы | Название раздела, темы | Количество аудиторных часов | | | | | Количество часов  УСР (внеаудиторный контроль) | Форма контроля знаний |
| Лекции | Практические  занятия | Семинарские  занятия | Лабораторные  занятия | Иное |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | Неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим. | 2 |  |  | 2  (ДО) |  | 2 | Проверка  индивидуальных заданий |
| 2 | Выпуклые функции и неравенство Йенсена. | 2  (ДО) |  |  | 2 |  | 2 | Проверка  индивидуальных заданий |
| 3 | Пространство Орлича. | 2 |  |  | 2  (ДО) |  | 2 | Проверка  индивидуальных заданий |
| 4 | Неравенства С.Н. Бернштейна и В.А. Маркова для производных тригонометрических и алгебраических полиномов. | 2  (ДО) |  |  | 2 |  | 2 | Проверка  индивидуальных заданий |
| 5 | Произведения Бляшке и их экстремальные свойства. | 2 |  |  | 2  (ДО) |  | 2 | Проверка  индивидуальных заданий |
| 6 | Неравенства для производныхрациональных функций. | 2  (ДО) |  |  | 2 |  | 2 | Проверка  индивидуальных заданий |
|  | Всего | 6  6(ДО) |  |  | 6  6(ДО) |  | 12 |  |

Заочная форма

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер раздела, темы | Название раздела, темы | Количество аудиторных часов | | | | | Форма  контроля знаний |
| Лекции | Практические  занятия | Семинарские  занятия | Лабораторные  занятия | Иное |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | Неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим. | 1 |  |  |  |  | Проверка  индивидуальных  заданий |
| 2 | Выпуклые функции и неравенство Йенсена. | 1 |  |  |  |  | Проверка  индивидуальных  заданий |
| 3 | Пространство Орлича. | 1 |  |  |  |  | Проверка  индивидуальных  заданий |
| 4 | Неравенства С.Н. Бернштейна и В.А. Маркова для производных тригонометрических и алгебраических полиномов. | 1 |  |  |  |  | Проверка  индивидуальных  заданий |
| 5 | Произведения Бляшке и их экстремальные свойства. |  |  |  | 2 |  | Проверка  индивидуальных  заданий |
| 6 | Неравенства для производныхрациональных функций. |  |  |  | 2 |  | Проверка  индивидуальных  заданий |
|  | Всего | 4 |  |  | 4 |  |  |

**ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

**Перечень основной литературы**

1. Г.Г. Харди, Дж.Е. Литтльвуд, Г. Полиа. Неравенства, Москва, ИЛ, 1948.

2. Э. Беккенбах, Р. Беллман. Неравенства, Москва, Мир, 1965.

3. Г. Полиа, Г. Сегё. Задачи и теоремы из анализа, в 2-х частях, Москва, Наука, 1978.

4. G.G. Lorentz, M.V. Golitschek, Y. Makovoz. Constructive approximation. Advanced problems, Berlin, New York, 1996.

5. M.M. Rao, Z.D. Ren. Application of Orlich spaces. Marcel Dekker INC, New York, Basel, 2002.

**Перечень дополнительной литературы**

1. A.A. Pekarskii Approximation by rational function with free poles // East Journal on approximations, 2007, V. 13, No 3, P. 227 – 319.

2. J. Pečarié, F. Froschar, Y.L. Tong. Convex functions, partial ordering, and stastical applications, Academic Press, INC. Boston, New York, London, 1992.

**Перечень рекомендуемых средств диагностики**

**и методика формирования итоговой оценки**

Контроль освоения навыков учебной дисциплины «Числовые и интегральные неравенства» осуществляется в форме проверки индивидуальных заданий.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Итоговая оценка формируется на основе 3-х документов:

1. Правила проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования (Постановление Министерства образования Республики Беларусь № 53 от 29.05.2012 г.).
2. Положение о рейтинговой системе оценки знаний студентов по дисциплине в Белорусском государственном университете (Приказ ректора БГУ от 31.03.2020 № 189-ОД)
3. Критерии оценки знаний и компетенций студентов по 10-балльной шкале (Письмо Министерства образования Республики Беларусь от 22.12.2003 № 21-04-1/105).

Весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в рейтинговую оценку:

Формирование оценки за текущую успеваемость:

* проверка индивидуальных заданий – 100 %.

Формой текущей аттестации по дисциплине учебным планом предусмотрен зачет.

**Примерный перечень заданий**

**для управляемой самостоятельной работы студентов**

Тема 1. Неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим (2 ч.)

1. Выяснить, когда в неравенстве между средним арифметическим и средним геометрическим достигается равенство?
2. Доказать, что среди всех прямоугольников данного периметра наибольшую площадь имеет квадрат.
3. Доказать, что среди всех прямоугольных параллелепипедов с заданной суммарной площадью всех граней наибольший объём имеет куб.

(Форма контроля – проверка индивидуальных заданий)

Тема 2. Выпуклые функции и неравенство Йенсена (2 ч.)

1. Используя неравенство Йенсена, докажите неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим.
2. Будет ли выпуклой функцией сумма, разность выпуклых функций?
3. Функция непрерывна на отрезке и выпукла на нём. Будет ли она абсолютно непрерывной?

(Форма контроля – проверка индивидуальных заданий)

Тема 3. Пространство Орлича (2 ч.)

1. На действительной оси заданы функции: и  Какие из этих функций являются N-функциями Юнга?
2. Для тех функций из задания 1, которые являются N-функциями Юнга, найдите дополнительные N-функции и запишите соответствующее неравенство Юнга.

(Форма контроля – проверка индивидуальных заданий)

Тема 4. Неравенства С.Н. Бернштейна и В.А. Маркова для производных тригонометрических и алгебраических полиномов (2 ч.)

1. Приведите примеры подтверждающие, что неравенство С.Н. Бернштейна для производных тригонометрических полиномов является точным.
2. Приведите примеры подтверждающие, что неравенство В.А. Маркова для производных алгебраических полиномов является точным.
3. Получите аналоги неравенств С.Н. Бернштейна и В.А. Маркова для высших производных полиномов.

(Форма контроля – проверка индивидуальных заданий)

Тема 5. Произведения Бляшке и их экстремальные свойства (2 ч.)

1. Пусть функция  аналитична в круге , непрерывна в его замыкании и при . Докажите, что суть конечное произведение Бляшке.
2. Пусть  и  – произведения Бляшке для круга степеней  и соответственно. Докажите, что функции и также являются произведениями Бляшке для круга Чему равны их степени?
3. Пусть – произведение Бляшке степени для круга Докажите, что Выясните геометрический смысл полученного равенства.

(Форма контроля – проверка индивидуальных заданий)

Тема 6. Неравенства для производных рациональных функций (2 ч)

1. Используя теорию вычетов, найти интеграл от ядра Фейера. Именно, для каждого натурального вычислить интеграл

.

1. Выясните геометрический смысл неравенства Е.П. Долженко.
2. В каких случаях в неравенстве Е.П. Долженко имеет место равенство.

(Форма контроля – проверка индивидуальных заданий)

**Примерная тематика лабораторных занятий**

Занятие 1. Неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим.

Занятие 2. Выпуклые функции и неравенство Йенсена.

Занятие 3. Пространство Орлича.

Занятие 4. Неравенства С.Н. Бернштейна и В.А. Маркова для производных тригонометрических и алгебраических полиномов.

Занятие 5. Произведения Бляшке и их экстремальные свойства.

Занятие 6. Неравенства для производных рациональных функций.

**Описание инновационных подходов и методов к преподаванию**

**учебной дисциплины**

При организации образовательного процесса используется ***практико-ориентированный подход,*** который предполагает***:***

– освоение содержание образования через решения практических задач;

– приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;

– ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;

– использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

**Методические рекомендации**

**по организации самостоятельной работы обучающихся**

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине используются современные информационные ресурсы: размещается на образовательном портале комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, учебное издание для теоретического изучения дисциплины, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к зачету, задания, вопросы для самоконтроля и др., список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

При составлении заданий УСР по учебной дисциплине задания располагаются в порядке возрастания их сложности: задания, формирующие достаточные знания по изученному учебному материалу на уровне узнавания; задания, формирующие компетенции на уровне воспроизведения; задания, формирующие компетенции на уровне применения полученных знаний.

**Примерный перечень вопросов к зачёту**

1. Неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим и методы его доказательства.
2. Понятие выпуклой функции, её дифференциальные свойства.
3. Опорная прямая выпуклой функции.
4. Неравенство Йенсена и его приложения.
5. Дополнительные всмыслеЮнга N-функции.
6. Классы и пространство Орлича.
7. Обобщённое неравенство Гёльдера.
8. Теорема о количестве нулей тригонометрического полинома.
9. Неравенство С.Н. Бернштейна для производной тригонометрических полинома.
10. Неравенство В.А. Маркова для производной алгебраических полиномов.
11. Конечное произведения Бляшке.
12. Обобщённая лемма Шварца.
13. Теорема Шура.
14. Обобщённый интеграл Фейера и равенство В.Н. Русака.
15. Весовая оценка производной рациональной функции.
16. Неравенство Е.П. Долженко.

**ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Название учебной  дисциплины,  с которой  требуется согласование | Название  кафедры | Предложения  об изменениях в содержании учебной программы  учреждения высшего  образования по учебной дисциплине | Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и  номера протокола) |
| 1. |  |  |  |
| 2. |  |  |  |

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ**

**ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на \_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_ учебный год

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| №  п/п | Дополнения и изменения | Основание |
|  |  |  |

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_\_\_\_ 202\_ г.)

(название кафедры)

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(ученая степень, ученое звание) (подпись) (И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(ученая степень, ученое звание) (подпись) (И.О.Фамилия)