**БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

 **УТВЕРЖДАЮ**

 Проректор по учебной работе

 и образовательным инновациям

 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_О.Н.Здрок

 «\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2020 г.

 Регистрационный № УД-\_\_\_\_ /уч.

**ПРАКТИКУМ ПО РЕШЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ**

**Учебная программа учреждения высшего образования**

**по учебной дисциплине для специальности:**

1-31 03 01 Математика (по направлениям)

Направление специальности

1-31 03 01-02

Математика (научно-педагогическая деятельность)

2020 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта ОСВО 1-31 03 01-2013, утвержденного 30.08.2013 № 88 и учебных планов G31-138/уч. и G31з-183/уч., утвержденных 30.05.2013.

**Составители:**

**Бровка Наталья Владимировна** – профессор, доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор кафедры теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета.

**Ляцкая Анастасия Викторовна** – ассистент кафедры теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета.

**Рецензенты:**

**Мазаник Сергей Алексеевич** – профессор, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой высшей математики факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета;

**Хвощинская Людмила Аркадьевна** – доцент кафедры высшей математики Белорусского государственного аграрно-технического университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета

(протокол № 9 от 23.03.2020);

Научно-методическим Советом Белорусского государственного университета

(протокол № 4 от 25.03.2020).

Зав.кафедрой теории функций В.Г. Кротов

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

 **Цели и задачи учебной дисциплины**

Цель учебной дисциплины – усвоение студентами основных понятий и методов решения задач школьного курса математики, устранение пробелов в знаниях, создание прочных связей между школьным и вузовским курсом математики, развитие умений логически мыслить, анализировать и систематизировать изучаемый материал.

**Задачи учебной дисциплины**:

1. закрепить знания студентов по элементарной математике и систематизировать междисциплинарные связи элементарной и высшей математики ;

2. сформировать навыки по решению различных задач;

3. развивать и углублять навыки применения основных методов решения и конструирования систем задач.

**Место учебной дисциплины** в системе подготовки специалиста с высшим образованием (бакалавра).

Дисциплина «Практикум по решению математических задач» относится к циклу дисциплин специализации компонента учреждения высшего образования. Овладение навыками и методами решения задач по элементарной математике является важным компонентом обучения. В частности, в курсе дисциплины специализации рассматривается решение уравнений, систем уравнений, неравенств аналитическим и графическим способом, с применением методов решений, основанных на свойствах функций (ограниченность, сравнение областей определения и множеств значений, монотонность, четность функций и др.), что позволяет сформировать логическое мышление; умения анализировать, систематизировать, моделировать поведение различных математических объектов; навыки для решения задач не только школьного курса математики, но и некоторых задач высшей математики. Изучение данной дисциплины является важным компонентом подготовки молодого специалиста, в том числе будущих учителей и преподавателей математики.

**Связи** с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Дисциплина тесно связана с курсами математического анализа, алгебры, математической логики, методики преподавания математики.

**Требования к компетенциям**

Освоение учебной дисциплины «Практикум по решению математических задач» должно обеспечить формирование следующих академических, социально-личностных и профессиональныхкомпетенций:

***академические*** компетенции:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-5. Быть способным вырабатывать новые идеи (обладать креативностью).

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникаций..

АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

***социально-личностные*** компетенции:

СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.

СЛК-6. Уметь работать в команде.

***профессиональные*** компетенции:

ПК-2. Владеть основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации. Применять современные методы проектирования информационных систем, использовать веб-сервисы, оформлять техническую документацию.

ПК-5. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области математики и информационных технологий.

ПК-8. Работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой.

ПК-9. Осуществлять выбор оптимального варианта проведения научно-исследовательских работ.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

**знать**: основные методы и приемы решения различных математических задач.

**уметь:** применять методы и приёмы решения задач в разнообразных типах задач по математике.

**владеть:** методами и приемами решения задач.

**Структура учебной дисциплины**

 Дисциплина изучается в 3, 4, 5 семестрах дневной формы обучения и 3, 4 семестрах заочной формы обучения. Всего на изучение учебной дисциплины «Практикум по решению математических задач» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 214 часов, в том числе 106 аудиторных часов, из них:

3 семестр: всего – 60 часов, в том числе – 36 аудиторных часов, из них: лекции – 18 часов, практические занятия – 14 часов, управляемая самостоятельная работа –4 часа;

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единиц.

Форма текущей аттестации – зачет.

4 семестр: всего – 56 часов, в том числе – 34 аудиторных часов, из них: лекции – 16 часов, практические занятия – 14 часов, управляемая самостоятельная работа –4 часа;

5 семестр: всего – 98 часов, в том числе – 36 аудиторных часа, из них: лекции – 30 часов, управляемая самостоятельная работа – 6 часов.

 Трудоемкость учебной дисциплины составляет 2,5 зачетных единиц.

 Форма текущей аттестации – экзамен.

 – для заочной формы получения высшего образования – 108 часов, в том числе 18 аудиторных часов, из них:

3 семестр: всего – 60 часов, в том числе – 10 аудиторных часа, из них: лекции – 6 часов, практические занятия –4 часа;

4 семестр: всего – 48 часов, в том числе – 8 аудиторных часа, из них: лекции – 4 часа, практические занятия –4 часа.

 Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

 Форма текущей аттестации – зачет.

**СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА**

**Тема 1. Элементы теории чисел**

Признаки делимости. Делимость многочленов. Теорема Безу. Прогрессии. Комбинированные задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии. Сочетания и бином Ньютона.

**Тема 2. Функции и их свойства**

Построение графиков основных элементарных функций, их преобразования и свойства. Построение графиков тригонометрических функций, их преобразования и свойства. Гиперболические функции и их свойства. Графики функций, аналитическое выражение которых содержит знак абсолютной величины, их преобразования и свойства.

**Тема 3. Теория равносильности уравнений и неравенств**

Основные определения, связанные с функциональной зависимостью: область определения уравнения, неравенства, уравнения-следствия, равносильность и уравнений, неравенств и т.п. Теоремы о равносильности уравнений и неравенств, их доказательство.

**Тема 4. Линейные уравнения и неравенства**

Линейные уравнения, зависящие от параметров, и уравнения, сводящиеся к линейным. Линейные неравенства с параметрами: теория и ее иллюстрация в примерах.

**Тема 5. Квадратные уравнения и неравенства**

Неполные и полные квадратные уравнения. Уравнения, сводящиеся к квадратным. Прямая и обратная теорема Виета. Квадратные уравнения, зависящие от параметров, и уравнения, сводящиеся к квадратным: определение, решение в общем виде и рассмотрение различных примеров, их анализ. Квадратные неравенства с параметрами.

**Тема 6. Уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля**

Абсолютная величина: определение, простейшие свойства. Решение уравнений, содержащих знак абсолютной величины. Графическое решение уравнений c модулем. Решение неравенств, содержащих знак абсолютной величины. Графические способы решения неравенств. Решение уравнений, содержащих знак абсолютной величины с параметрами. Решение неравенств, содержащих знак абсолютной величины с параметрами. Решение задач, при которых используется понятие абсолютной величины.

**Тема 7. Системы рациональных уравнений и неравенств**

Системы уравнений: основные понятия. Основные методы решения систем уравнений. Системы линейных уравнений и системы, сводящиеся к ним. Нелинейные системы уравнений. Однородные системы. Симметрические системы. Системы и совокупности неравенств. Системы уравнений с параметрами. Системы неравенств с параметрами. Графическое решение системы уравнений.

**Тема 8. Задачи на составление уравнений, неравенств и систем уравнений**

Задачи на числовые зависимости. Задачи на прогрессии. Задачи на совместную работу. Задачи на сплавы и смеси. Задачи на движение. Задачи на составление неравенств.

**Тема 9. Иррациональные уравнения и неравенства**

Свойства арифметического корня $$-ой степени. Свойства степени с рациональным показателем. Основные методы решения иррациональных уравнений и неравенств. Системы иррациональных уравнений и неравенств. Определение иррациональных уравнений с параметрами и рассмотрение различных способов решения таких уравнений.Определение иррациональных неравенств с параметрами и рассмотрение различных способов решения таких уравнений.Системы уравнений и неравенств с параметрами.

**Тема 10. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства**

Основные методы решения показательных и логарифмических уравнений. Основные методы решения показательных и логарифмических неравенств. Системы показательных и логарифмических уравнений и неравенств. Определение элементарного показательного и логарифмических уравнений, их решения в общем виде. Решение различных показательных логарифмических уравнений с параметрами. Определение элементарного показательного и логарифмических неравенств, их решения в общем виде. Решение различных показательных логарифмических неравенств с параметрами. Системы показательных и логарифмических уравнений и неравенств с параметрами.

**Тема 11. Тригонометрические выражения**

Определение основных тригонометрических функций и обратных к ним. Формулы приведения. Теоремы сложения. Преобразование сумм тригонометрических функций в произведение и обратно. Метод вспомогательного аргумента. Тождественное преобразование тригонометрических выражений и выражений, содержащих обратные тригонометрические функции.

**Тема 12. Тригонометрические уравнения и неравенства**

Решение тригонометрических уравнений и неравенств. Сведение к квадратным уравнениям. Группировка и разложение на множители. Сведение к однородным уравнениям. Системы уравнений. Решение различных тригонометрических уравнений с параметрами. Смешанная тригонометрия. Решение различных тригонометрических неравенств с параметрами. Системы уравнений и неравенств с параметрами.

**Тема 13. Нестандартные методы решения уравнений и неравенств**

Основные методы решения задач с использованием свойств функций – монотонности, ограниченности, выпуклости. Метод мажорант. Подстановка и группировка. Логические задачи. Необходимость и достаточность. Геометрический подход. Задачи, содержащие одновременно логарифмы, модули, радикалы и т.п.

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Дневная форма получения образования

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер раздела, темы | Название раздела, темы | Количество аудиторных часов | Количество часовУСР | Форма контроля знаний |
| Лекции | Практическиезанятия | Семинарские занятия | Лабораторныезанятия | Иное |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|  | 3 семестр |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | Элементы теории чисел | 2 | 4 |  |  |  | 2 | Опрос, контрольная работа |
| 2 | Функции и их свойства | 6 |  |  |  |  |  | Собеседование |
| 3 | Теория равносильности уравнений и неравенств | 2 |  |  |  |  |  | Опрос |
| 4 | Линейные уравнения и неравенства | 2 | 2 |  |  |  |  | Опрос, проверка индивидуальных заданий |
| 5 | Квадратные уравнения и неравенства | 4 | 2 |  |  |  |  | Опрос, проверка индивидуальных заданий |
| 6 | Уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля | 2 | 6 |  |  |  | 2 | Опрос, проверка индивидуальных заданий, контрольная работа |
|  | **Всего**  | **18** | **14** |  |  |  | **4** |  |
|  | 4 семестр |  |  |  |  |  |  |  |
| 7 | Системы рациональных уравнений и неравенств | 6 | 6 |  |  |  | 2 | Собеседование, проверка индивидуальных заданий, контрольная работа |
| 8 | Задачи на составление уравнений, неравенств и систем уравнений | 4 | 4 |  |  |  |  | Проверка индивидуальных заданий |
| 9 | Иррациональные уравнения и неравенства | 6 | 4 |  |  |  | 2 | Собеседование, проверка индивидуальных заданий, контрольная работа |
|  | **Всего**  | **16** | **14** |  |  |  | **4** |  |
|  | 5 семестр  |  |  |  |  |  |  |  |
| 10 | Показательные и логарифмические уравнения и неравенства | 8 |  |  |  |  | 2 | Контрольная работа |
| 11 | Тригонометрические выражения | 6 |  |  |  |  |  | Собеседование |
| 12 | Тригонометрические уравнения и неравенства | 8 |  |  |  |  | 2 | Опрос, проверка индивидуальных заданий, контрольная работа |
| 13 | Нестандартные методы решения уравнений и неравенств | 8 |  |  |  |  | 2 | Собеседование, проверка индивидуальных заданий, контрольная работа |
|  | **Всего**  | **30** |  |  |  |  | **6** |  |

Заочная форма получения образования

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер раздела, темы | Название раздела, темы | Количество аудиторных часов | Количество часовУСР | Форма контроля знаний |
| Лекции | Практическиезанятия | Семинарские занятия | Лабораторныезанятия | Иное |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|  | 3 семестр |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | Элементы теории чисел | 1 |  |  |  |  |  | Опрос |
| 2 | Функции и их свойства | 1 |  |  |  |  |  | Собеседование |
| 3 | Теория равносильности уравнений и неравенств | 1 |  |  |  |  |  | Опрос |
| 4 | Линейные уравнения и неравенства |  | 2 |  |  |  |  | Проверка индивидуальных заданий |
| 5 | Квадратные уравнения и неравенства |  | 2 |  |  |  |  | Проверка индивидуальных заданий |
| 6 | Уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля | 1 |  |  |  |  |  | Опрос |
| 7 | Системы рациональных уравнений и неравенств | 2 |  |  |  |  |  | Собеседование |
|  | **Всего** | **6** | **4** |  |  |  |  |  |
|  | 4 семестр |  |  |  |  |  |  |  |
| 8 | Задачи на составление уравнений, неравенств и систем уравнений |  | 2 |  |  |  |  | Проверка индивидуальных заданий |
| 9 | Иррациональные уравнения и неравенства | 1 |  |  |  |  |  | Собеседование |
| 10 | Показательные и логарифмические уравнения и неравенства | 1 |  |  |  |  |  | Опрос |
| 11 | Тригонометрические выражения | 1 |  |  |  |  |  | Собеседование |
| 12 | Тригонометрические уравнения и неравенства | 1 |  |  |  |  |  | Опрос |
| 13 | Нестандартные методы решения уравнений и неравенств |  | 2 |  |  |  |  | Проверка индивидуальных заданий |
|  | **Всего**  | **4** | **4** |  |  |  |  |  |

**ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

**Перечень основной литературы**

1. Азаров А.И., Федосенко В.С., Барвенов С.А. Экзамен по математике. Задачи с параметрами: Функциональные методы решения. (В помощь абитуриентам). – Мн.: Полымя, 2001. – 352 с.
2. Галицкий М.Л. Сборник задач по алгебре. 8 – 9 классы: пособие для учащихся общеобразоват. учреждений / М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич. – 17-е изд. – М.: Просвещение, 2012. – 301 с.
3. Горништейн П.И., Полонский В.Б., Якир М.С. Задачи с параметрами. – М.: Инекса, Харьков: Гимназия, 1998. – 336 с.
4. Далингер, В. А. Обучение математике на основе когнитивно-визуального подхода / В. А. Далингер // Вестник Брянского государственного университета. – 2011. - № 1. – 346 с.
5. Дорофеев Г.В., Потапов М.К., Розов Н.Х. Пособие по математике для поступающих в вузы. – М.: Наука, 1976. – 640 с.
6. И.Арнольд, Теория чисел. Изд.: ЛЕНАНД, 2019. – 288 с.
7. Математика, Алгебра. Начало математического анализа. Профильный уровень. /М.И.Шабунин, А.А.Прокофьев.–3-е изд., испр. и доп. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2018.– 393 с.
8. Рывкин А.А. Сборник задач по математике для поступающих в вузы / А.А. Рывкин, Е.Б. Ваховский. – 3-е изд., испр. и доп. – М.: ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век»: ООО «Издательство «Мир и образование», 2003. – 544 с.
9. Темербекова, А. А. Методика обучения математике: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / А. А. Темербекова, И. В. Чугунова, Г. А. Байгонакова. – Горно-Алтайск: РИО ГАГУ, 2013. – 365 с.
10. Фридман, Л. М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: Учителю математики о пед. психологии. – М.: Просвещение, 1983. – 160 с.
11. Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике. Решение задач. Учебное пособие для X класса средней школы. – М.: Просвещение, 1989. – 252 с.
12. Ястребинецкий Г.А. Задачи с параметрами: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1986. – 128 с.: ил.

**Перечень дополнительной литературы**

1. Башмаков, М. И. Развитие визуального мышления на уроках математики / М. И. Башмаков, Н. А. Резник // Математика в школе. – 1991. – № 1. – С. 4–8.
2. Ивлев Б.М. Задачи повышенной трудности по алгебре и началам анализа / Б.М. Ивлев, А.М. Абрамов, Ю.П. Дудницын, С.И. Шварцбург / Учеб. пособие. – М.: Просвещение, 1990.
3. Кузьмич, В. В. Мониторинг влияния технологий визуализации на процесс обучения / В. В. Кузьмич // Профессиональное образование. – 2015. – № 1. – С. 11-16.
4. Литвиненко В.Н., Мордкович А.Г. Практикум по элементарной математике: Алгебра. Тригонометрия: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов. – М.: «ABF», 1995. – 352 с.
5. Петров К. Сборник задач по алгебре: Кн. для учителя. Пер. с болг.– М.: Просвещение, 1984. – 208 с.
6. Терешин, Н. А. Прикладная направленность школьного курса математики: Кн.для учащихся / Н.А. Терешин. – М: Просвещение, 1990. – 96 с.

**Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки**

Для текущего контроля качества усвоения знаний студентами используется следующий диагностический инструментарий:

– опросы;

– собеседование;

– проверка индивидуальных заданий;

– контрольные работы.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Практикум по решению математических задач» учебным планом предусмотрен зачет в 3 семестре и экзамен в 5 семестре дневной формы обучения, и зачет в 4 семестре заочной формы обучения.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в рейтинговую оценку:

* ответы на лекционных занятиях – 10 %;
* ответы на практических занятиях – 10 %;
* выполнение индивидуальных работ – 50 %;
* выполнение контрольных работ – 30 %.

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценки по текущей успеваемости составляет 50 %, экзаменационная оценка – 50 %.

**Примерный перечень заданий**

**для управляемой самостоятельной работы студентов**

**Тема № 1. Элементы теории чисел**

1. Верно ли, что три числа, взятые в одном и том же порядке и составляющие арифметическую и геометрическую прогрессии одновременно, равны между собой?

2. Для бинома $\left(\frac{1}{5}x+\frac{2}{5}\right)^{n}$ найдите натуральный показатель $n$, если известно, что десятый член разложения этого бинома имеет наибольший коэффициент.

3. Четыре числа составляют геометрическую прогрессию. Если из них вычесть соответственно 2, 1, 7 и 27, то вновь полученные числа составят арифметическую прогрессию. Найти эти числа.

Форма контроля - контрольная работа.

**Тема № 6. Уравнения и неравеснтва, содержащие переменную под знаком модуля**

1. Решить неравенство: $\left|x-3a\right|-\left|x+a\right|>2a$.

2. Найти все значения параметра *а*, при которых *x* удовлетворяет уравнению |*x-2*|+*a*|*x+3*|=5.

Форма контроля - контрольная работа.

**Тема № 7. Системы рациональных уравнений и неравенств**

1. Найти все значения параметра *а*, при каждом из которых существует хотя бы одно *х*, удовлетворяющее условию:

$$\left\{\begin{array}{c}x^{2}+\left(5a+2\right)x+4a^{2}+2a<0\\x^{2}+a^{2}=4. \end{array}\right.$$

2. Решить систему: $\left\{\begin{array}{c}x+е^{x}=y+е^{y} \\x^{2}+xy+y^{2}=12\end{array}\right.$

3. Решить систему уравнений: $\left\{\begin{array}{c}\sin(\left(x+y\right))=5\cos(x)\cos(y)\\\sin(x)\sin(y)=6 \cos(x)\cos(y)\end{array}\right.$

Форма контроля - контрольная работа.

**Тема № 9. Иррациональные уравнения и неравенства**

1. Решить уравнение: $\sqrt{a-\sqrt{a+x} }=x$

2. Найти среднее арифметическое корней уравнения $5\sqrt[15]{x^{22}}-4\sqrt[15]{x^{14}\sqrt{x}}=12\sqrt[15]{x^{7}}.$

Форма контроля - контрольная работа.

**Тема № 10. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства**

1. Решить уравнение: $3^{x}+4^{x}+5^{x}= 6^{x}$.

2. Решить неравенство: $\frac{2+log\_{3}x}{x-1}>\frac{6}{2x-1}$

3. Найти все значения параметра *а*, при каждом из которых число решений уравнения: $2\left(7x^{2}-a^{2}\right)+a^{2}=12\left(a^{2}+1\right)x$ не превосходит числа решений уравнения:

$$x^{3}+(2a-\frac{1}{2})^{2}7^{x}=\left(49^{2a}\right)log\_{7}\left(7^{30}-\frac{1}{4}\right)-7x$$

Форма контроля - контрольная работа.

**Тема № 12. Тригонометрические уравнения и неравенства**

1. Доказать неравенство: $(\sin(a))^{2}(\cos(a))^{2}\leq \frac{1}{4}$

2. Найти отношение $\frac{ctgβ}{ctgα}$, если известно, что $\frac{sin(α+β)}{\sin((α-β))}=\frac{p}{q}.$

Форма контроля - контрольная работа.

**Тема № 13 Нестандартные методы решения уравнений и неравенств**

1. Решить уравнение: $\frac{3x}{x^{2}-4x+1}-\frac{2x}{x^{2}+x+1}=\frac{8}{3}$

2. Квадратное уравнение $ax^{2}+bx+c=0 $не имеет действительных корней.

Найти знак числа *с*, если *a*+*b*+*c*<0.

3. Решить неравенство $x^{2lg2}∙2^{-lgx}\leq 2.$

Форма контроля - контрольная работа.

**Примерная тематика практических занятий**

**Тема 1. Элементы теории чисел**

Занятие 1. Прогрессии. Комбинированные задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии.

Занятие 2. Сочетания и бином Ньютона.

**Тема 2. Функции и их свойства**

Занятие 3. Построение графиков основных элементарных функций, их преобразования и свойства.

Занятие 4. Построение графиков тригонометрических функций, их преобразования и свойства.

Занятие 5. Гиперболические функции и их свойства.

Занятие 6. Графики функций, аналитическое выражение которых содержит знак абсолютной величины, их преобразования и свойства.

**Тема 3. Теория равносильности уравнений и неравенств**

Занятие 7. Основные определения, связанные с функциональной зависимостью: область определения уравнения, неравенства, уравнения-следствия, равносильность и уравнений, неравенств и т.п.

Занятие 8. Теоремы о равносильности уравнений и неравенств, их доказательство.

**Тема 4. Линейные уравнения и неравенства**

Занятие 9. Линейные уравнения, зависящие от параметров, и уравнения, сводящиеся к линейным.

Занятие 10. Линейные неравенства с параметрами: теория и ее иллюстрация в примерах.

**Тема 5. Квадратные уравнения и неравенства**

Занятие 11. Неполные и полные квадратные уравнения. Уравнения, сводящиеся к квадратным. Прямая и обратная теорема Виета.

Занятие 12. Квадратные уравнения, зависящие от параметров, и уравнения, сводящиеся к квадратным: определение, решение в общем виде и рассмотрение различных примеров, их анализ.

Занятие 13. Квадратные неравенства с параметрами.

**Тема 6. Уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля**

Занятие 14. Абсолютная величина: определение, простейшие свойства.

Занятие 15. Решение уравнений, содержащих знак абсолютной величины. Графическое решение уравнений c модулем.

Занятие 16. Решение неравенств, содержащих знак абсолютной величины. Графические способы решения неравенств.

Занятие 17. Решение уравнений, содержащих знак абсолютной величины с параметрами.

Занятие 18. Решение неравенств, содержащих знак абсолютной величины с параметрами.

Занятие 19. Решение задач, при которых используется понятие абсолютной величины.

**Тема 7. Системы рациональных уравнений и неравенств**

Занятие 20. Системы уравнений: основные понятия. Основные методы решения систем уравнений.

Занятие 21. Системы линейных уравнений и системы, сводящиеся к ним.

Занятие 22. Нелинейные системы уравнений. Однородные системы. Симметрические системы.

Занятие 23. Системы и совокупности неравенств.

Занятие 24. Системы уравнений с параметрами. Системы неравенств с параметрами.

Занятие 25. Графическое решение системы уравнений.

**Тема 8. Задачи на составление уравнений, неравенств и систем уравнений**

Занятие 26. Задачи на числовые зависимости. Задачи на прогрессии.

Занятие 27. Задачи на совместную работу. Задачи на сплавы и смеси. Задачи на движение.

Занятие 28. Задачи на составление неравенств.

**Тема 9. Иррациональные уравнения и неравенства**

Занятие 29. Свойства арифметического корня $$-ой степени. Свойства степени с рациональным показателем.

Занятие 30. Основные методы решения иррациональных уравнений и неравенств.

Занятие 31. Системы иррациональных уравнений и неравенств.

Занятие 32. Определение иррациональных уравнений с параметрами и рассмотрение различных способов решения таких уравнений.

Занятие 33. Определение иррациональных неравенств с параметрами и рассмотрение различных способов решения таких уравнений.

Занятие 34.Системы уравнений и неравенств с параметрами.

**Тема 10. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства**

Занятие 35. Основные методы решения показательных и логарифмических уравнений.

Занятие 36. Основные методы решения показательных и логарифмических неравенств. Системы показательных и логарифмических уравнений и неравенств.

Занятие 37. Определение элементарного показательного и логарифмических уравнений, их решения в общем виде. Решение различных показательных логарифмических уравнений с параметрами.

Занятие 38. Определение элементарного показательного и логарифмических неравенств, их решения в общем виде. Решение различных показательных логарифмических неравенств с параметрами.

Занятие 39. Системы показательных и логарифмических уравнений и неравенств с параметрами.

**Тема 11. Тригонометрические выражения**

Занятие 40. Определение основных тригонометрических функций и обратных к ним. Формулы приведения. Теоремы сложения. Преобразование сумм тригонометрических функций в произведение и обратно. Метод вспомогательного аргумента.

Занятие 41. Тождественное преобразование тригонометрических выражений и выражений, содержащих обратные тригонометрические функции.

**Тема 12. Тригонометрические уравнения и неравенства**

Занятие 42. Решение тригонометрических уравнений и неравенств. Сведение к квадратным уравнениям. Группировка и разложение на множители. Сведение к однородным уравнениям. Системы уравнений.

Занятие 43. Решение различных тригонометрических уравнений с параметрами. Смешанная тригонометрия. Решение различных тригонометрических неравенств с параметрами.

Занятие 44. Системы уравнений и неравенств с параметрами.

**Тема 13. Нестандартные методы решения уравнений и неравенств**

Занятие 45. Основные методы решения задач с использованием свойств функций – монотонности, ограниченности, выпуклости. Метод мажорант. Подстановка и группировка.

Занятие 46. Логические задачи. Необходимость и достаточность. Геометрический подход. Задачи, содержащие одновременно логарифмы, модули, радикалы и т.п.

**Описание инновационных подходов и методов к преподаванию**

**учебной дисциплины**

При организации образовательного процесса используются:

1. ***практико-ориентированный подход,*** который предполагает:освоение содержание образования через решения практических задач;приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов;использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

2. ***метод учебной дискуссии,*** которыйпредполагает участие студентов в целенаправленном обмене мнениями, идеями для предъявления и/или согласования существующих позиций по определенной проблеме. Использование метода обеспечивает появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения.

3. ***методы и приемы развития критического мышления,*** которые представляют собой систему, формирующую навыки работы с информацией в процессе чтения и письма; понимании информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления.

**Методические рекомендации по организации**

**самостоятельной работы обучающихся**

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине используются современные информационные ресурсы: размещается на образовательном портале комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, учебное издание для теоретического изучения дисциплины, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к зачету, задания, вопросы для самоконтроля и др., список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

При составлении заданий УСР по учебной дисциплине задания располагаются в порядке возрастания их сложности: задания, формирующие достаточные знания по изученному учебному материалу на уровне узнавания; задания, формирующие компетенции на уровне воспроизведения; задания, формирующие компетенции на уровне применения полученных знаний.

**Примерный перечень вопросов к зачету**

1. Делимость многочленов. Теорема Безу.
2. Сочетания и бином Ньютона.
3. Графики основных элементарных функций и их свойства.
4. Основные определения, связанные с функциональной зависимостью: область определения уравнения, неравенства, уравнения-следствия, равносильность и уравнений, неравенств и т.п.
5. Теоремы о равносильности уравнений и неравенств, их доказательство.
6. Основные методы решений линейных уравнений и неравенств.
7. Неполные и полные квадратные уравнения. Прямая и обратная теорема Виета.
8. Абсолютная величина: определение, простейшие свойства.
9. Основные методы решения задач, при которых используется понятие абсолютной величины.
10. Системы уравнений: основные понятия. Основные методы решения систем уравнений. Системы линейных уравнений и системы, сводящиеся к ним.
11. Нелинейные системы уравнений. Однородные системы. Симметрические системы.
12. Основные методы решения текстовых задач.
13. Свойства арифметического корня $$-ой степени. Свойства степени с рациональным показателем. Основные методы решения иррациональных уравнений и неравенств.
14. Основные методы решения показательных и логарифмических уравнений. Основные методы решения показательных и логарифмических неравенств.
15. Определение основных тригонометрических функций и обратных к ним. Формулы приведения. Теоремы сложения.
16. Основные методы решения тригонометрических уравнений и неравенств.
17. Основные методы решения задач с использованием свойств функций – монотонности, ограниченности, выпуклости. Метод мажорант.

**Примерный перечень вопросов к экзамену**

1. Признаки делимости. Делимость многочленов. Теорема Безу.
2. Прогрессии. Комбинированные задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии.
3. Сочетания и бином Ньютона.
4. Функции и их свойства.
5. Теоремы о равносильности уравнений и неравенств, их доказательство.
6. Неполные и полные квадратные уравнения. Уравнения, сводящиеся к квадратным. Прямая и обратная теорема Виета.
7. Абсолютная величина: определение, простейшие свойства.
8. Системы уравнений: основные понятия. Основные методы решения систем уравнений.
9. Свойства арифметического корня $$-ой степени. Свойства степени с рациональным показателем. Основные методы решения иррациональных уравнений и неравенств.
10. Определение элементарного показательного и логарифмических уравнений и неравенств, их решения в общем виде.
11. Определение основных тригонометрических функций и обратных к ним. Формулы приведения. Теоремы сложения. Преобразование сумм тригонометрических функций в произведение и обратно. Метод вспомогательного аргумента.
12. Основные методы решения тригонометрических уравнений и неравенств.
13. Основные методы решения задач с использование свойств функций – монотонности, ограниченности, выпуклости. Метод мажорант.

**ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование | Название кафедры | Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине | Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола) |
| 1. |  |  |  |
| 2. |  |  |  |

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ**

**ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на \_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_ учебный год

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| №п/п | Дополнения и изменения | Основание |
|  |  |  |

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_\_\_\_ 202\_ г.)

 (название кафедры)

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(ученая степень, ученое звание) (подпись) (И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(ученая степень, ученое звание) (подпись) (И.О.Фамилия)