

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе
и образовательным инновациям

О.Н.Здрок

«19» апреля 2020 г.

Регистрационный № УД-8073 /уч.

ПРАКТИКУМ ПО РЕШЕНИЮ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:**

1-31 80 03 Математика и компьютерные науки
профилизация Математика и дидактика математики

2020 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 80 03-2019 и учебных планов G31-088/уч., №G31з -089/уч., утвержденных 11.04.2019.

СОСТАВИТЕЛЬ:

Мардвилко Татьяна Сергеевна – доцент кафедры теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Гриб Николай Васильевич – доцент кафедры математики и методики преподавания математики Белорусского государственного педагогического университета имени Максима Танка, кандидат физико-математических наук, доцент;

Иванишко Ия Александровна – доцент кафедры функционального анализа и аналитической экономики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой теории функций
механико-математического факультета Белорусского государственного
университета
(протокол № 9 от 23.03.2020);

Научно-методическим Советом Белорусского государственного университета
(протокол № 4 от 25.03.2020).

Зав.кафедрой теории функций



В.Г. Кротов

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная дисциплина «Практикум по решению исследовательских математических задач» включает обзор основных методов и приемов, применяемых при решении олимпиадных и исследовательских задач. Данная дисциплина дает возможность получить знания и навыки необходимые для решения олимпиадных и исследовательских задач, как школьных так и студенческих, различных уровней сложности.

Целью учебной дисциплины «Практикум по решению исследовательских математических задач» является повышение уровня профессиональной компетенции педагога-математика.

Образовательная цель: систематизация, обобщение и развитие знаний о методах и приемах решения олимпиадных и исследовательских математических задач.

Развивающая цель: развитие математического мышления, повышение математической культуры слушателей.

Основные задачи, решаемые в рамках изучения дисциплины «Практикум по решению исследовательских математических задач»:

- ☐ усвоение теоретического материала, предлагаемого на занятиях,
- ☐ развитие знаний о методах и приемах решения олимпиадных и исследовательских математических задач,
- ☐ приобретение навыков решения олимпиадных и исследовательских математических задач.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием (магистра).

Учебная дисциплина «Практикум по решению исследовательских математических задач» относится к дисциплинам по выбору компонента учреждения высшего образования.

Эта дисциплина опирается на знания, полученные при изучении дисциплины «Методика преподавания математики».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Практикум по решению исследовательских математических задач» должно обеспечить формирование следующей *специализированной* компетенции:

СК-7. Быть способным применять актуальные методы, приемы и технологии обучения математике с учетом типа учреждения образования, психолого-дидактических закономерностей обучения, уровня подготовки и мотивации обучаемых.

В результате изучения этой дисциплины студент должен

знать: основные методы и приёмы решения олимпиадных и исследовательских математических задач;

уметь: применять методы и приёмы решения олимпиадных и исследовательских задач в разнообразных типах задач по математике;

владеть: навыками самообразования и способами использования методов и приемов решения олимпиадных задач для проведения математических и междисциплинарных исследований.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 3 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Практикум по решению исследовательских математических задач» отведено:

– для очной формы получения высшего образования - 198 часов, в том числе 70 аудиторных часов, из них: лекции – 10 часов, лекции (дистанционное обучение) – 12 часов, лабораторные занятия – 10 часов, лабораторные занятия (дистанционное обучение) – 12 часов, управляемая самостоятельная работа (внеаудиторный контроль) – 26 часов.

– для заочной формы получения высшего образования -198 часов , в том числе 16 аудиторных часов, из них: лекции – 8 часов, лабораторные занятия – 4 часа, управляемая самостоятельная работа (аудиторный контроль) – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

Форма текущей аттестации по учебной дисциплине – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Методы решения олимпиадных задач

Принцип Дирихле. Инварианты и полуинварианты. Правило крайнего. Уход на бесконечность и малые шевеления. Игры, турниры. Раскраски, укладки, замощения. Метод математической индукции.

Тема 2. Теория чисел

Основная теорема арифметики. НОД, НОК, алгоритм Евклида. Цепные дроби. Диофантовы уравнения. Мультипликативные функции. Теория сравнений. Китайская теорема об остатках.

Тема 3. Множества. Комбинаторика и теория вероятностей

Множества: операции, разбиения, отношения, формула включения-исключения. Бином Ньютона. Основные комбинаторные и вероятностные принципы и формулы, соединения. Делимость многочленов. Теорема Безу. Схема Горнера. Основная теорема алгебры.

Тема 4. Графы

Характеристики и типы графов. Классические теоремы теории графов. Знакомства. Теория Дилворта. Теория Рамсея.

Тема 5. Неравенства

Векторный метод решения неравенств. Классические неравенства о средних. Неравенства Коши-Буняковского, Бернулли, Йенсена, Гёльдера, Чебышёва. Применение методов дифференциального исчисления для доказательства неравенств. Геометрические неравенства.

Тема 6. Методы анализа

Последовательности. Предел последовательности. Свойства функций. Анализ графиков функций. Методы дифференциального и интегрального исчисления для решения олимпиадных и исследовательских задач.

Тема 7. Геометрия

Метод площадей. Метод координат. Построения. Векторы. Аффинные и проективные преобразования. Инверсия.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением дистанционных образовательных технологий

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР (внеаудиторный контроль)	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Методы решения олимпиадных задач	2 2 (ДО)			2 2 (ДО)		4	рефераты (презентации)
2	Теория чисел	2 2 (ДО)			2 2 (ДО)		4	рефераты (презентации)
3	Множества. Комбинаторика и теория вероятностей	2 (ДО)			2 (ДО)		4	рефераты (презентации)
4	Графы	2			2 2 (ДО)		4	рефераты (презентации)
5	Неравенства	2 2 (ДО)			2 2 (ДО)		4	рефераты (презентации)
6	Методы анализа	2 (ДО)			2		4	рефераты (презентации)
7	Геометрия	2 2 (ДО)			2 (ДО)		2	рефераты (презентации)
	Всего по дисциплине	10 12 (ДО)			10 12 (ДО)		26	

Заочная форма

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Аудиторный контроль УСР	
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Методы решения олимпиадных задач	2			2		рефераты (презентации)
2	Теория чисел						
3	Множества. Комбинаторика и теория вероятностей	2			2		рефераты (презентации)
4	Графы						
5	Неравенства	2				2	рефераты (презентации)
6	Методы анализа						
7	Геометрия	2				2	рефераты (презентации)
	Всего по дисциплине	8			4	4	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Д. Поля, Сеге «Задачи и теоремы анализа. В 2 томах», М., Наука, 1978.
2. Д.Ф. Базылев «Диофантовы уравнения», Минск: НТЦ «АПИ», 1999.
3. Н.В. Горбачёв «Сборник олимпиадных задач по математике», Москва, МЦНМО, 2004.
4. Садовничий В.А., Григорьян А.А., Конягин С.В. «Задачи студенческих математических олимпиад», Москва, Наука, 1987.
5. О.И. Мельников «Занимательные задачи по теории графов», Минск, НТООО «ТетраСистемс», 2001.
6. Барабанов Е.А., Воронович И.И., Каскевич В.И., Мазаник С.А. Задачи белорусских математических олимпиад: 2014-2015 учебный год, 2015-2016 учебный год // Мн.: Бел. ассоц. «Конкурс», 2016.

Перечень дополнительной литературы

1. Н.Б. Васильев, А.А. Егоров «Задачи всесоюзных математических олимпиад», Москва, Наука, 1988.
2. А.Д. Блинков «Классические средние в арифметике и геометрии», Москва, МЦНМО, 2012.
3. Воронович И.И., Мазаник С.А. 65-я Белорусская математическая олимпиада: 65th Belarusian Mathematical Olympiad. Мн.: «Бел. ассоц. «Конкурс», 2015.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Контроль освоения навыков учебной дисциплины «Практикум по решению исследовательских математических задач» осуществляется в форме подготовки и выступлений с индивидуальными рефератами (презентациями).

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Формой текущей аттестации по дисциплине учебным планом предусмотрен экзамен.

Итоговая оценка формируется на основе 3-х документов:

1. Правила проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования (Постановление Министерства образования Республики Беларусь № 53 от 29.05.2012 г.).

2. Положение о рейтинговой системе оценки знаний студентов по дисциплине в Белорусском государственном университете (Приказ ректора БГУ от 18.08.2015 № 382-ОД) (с изменениями, согласно приказу 491-ОД от 29.08.2018г.)

3. Критерии оценки знаний и компетенций студентов по 10-балльной шкале (Письмо Министерства образования Республики Беларусь от 22.12.2003 № 21-04-1/105).

Весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в рейтинговую оценку:

Формирование оценки за текущую успеваемость:

☐ рефераты, презентации – 100 %.

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценки по текущей успеваемости составляет 50 %, экзаменационная оценка – 50 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Перечень заданий включает тематику рефератов (презентаций), которая согласуется с материалами по учебной дисциплине «Практикум по решению исследовательских математических задач» и предназначен для самостоятельной подготовки магистрантами согласно требованиям, представленным в части: Другая значимая информация.

Темы реферативных работ

1. Пифагоровы тройки.
2. Теорема Эйлера. Малая теорема Ферма. Теорема Вильсона.
3. Решение диофантовых уравнений с помощью алгоритма Евклида.
4. Решение диофантовых уравнений с помощью цепных дробей.
5. Симметрические многочлены. Неравенство Мюрхеда.
6. Многочлены Шура. Связь с представлениями симметрической группы.
7. Многочлены Чебышёва.
8. Арифметика биномиальных коэффициентов.
9. Числа Бернулли.
10. Теорема Чевы.
11. Общая теорема Менелая и ей обратная.
12. Треугольник Понселе. Точка Нагеля, точка Жергонна, точка Торричелли.
13. Окружность девяти точек.
14. Теорема Стюарта и ее приложения.
15. Теорема Шаля.
16. Обход лабиринтов.
17. Хроматические числа.

18. Проективная плоскость. Проективные шахматы.
19. Возвратные последовательности.
20. Кривые Пеано. Построение кривой Пеано.
21. Геометрия масс. Правило рычага. Правило группировки.
22. Формула Пика. Триангуляция многоугольника.
23. Инверсия. Приложение инверсии к решению задач на построение.
24. Метод Штурма решения уравнений высших степеней.
25. Лабораторно-исследовательские проекты с применением пакета GeoGebra.

Примерная тематика лабораторных занятий

- Занятие № 1. Инварианты и полуинварианты.
- Занятие № 2. Китайская теорема об остатках.
- Занятие № 3. Диофантовы уравнения.
- Занятие № 4. Классические неравенства о средних и их применение к решению олимпиадных задач.
- Занятие № 5. Применение методов дифференциального исчисления для доказательства неравенств.
- Занятие № 6. Метод площадей. Метод координат.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используются:

- **эвристический подход**, который предполагает выбор содержания и способа его организации при подготовке образовательных продуктов (сообщений, докладов, презентаций) по проблемам методологии математики и их соотнесения и многообразием решений большинства профессиональных задач и жизненных проблем; творческую самореализацию обучающихся в процессе создания образовательных продуктов; индивидуализацию обучения через возможность самостоятельно ставить цели, осуществлять рефлекссию собственной образовательной деятельности;

- **метод учебной дискуссии**, который предполагает участие студентов в целенаправленном обмене мнениями, идеями для предъявления и/или согласования существующих позиций по определенной проблеме. Использование метода обеспечивает появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения.

- **методы и приемы развития критического мышления**, которые представляют собой систему, формирующую навыки работы с информацией в процессе чтения и письма; понимании информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

При изучении учебной дисциплины следующие формы самостоятельной работы:

- поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников по индивидуально заданной проблеме дисциплины;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельную проработку;
- подготовка к лекциям и лабораторным занятиям;
- работы, предусматривающие подготовку отчетов по индивидуальным заданиям;
- подготовка рефератов (презентаций).

Тем самым, имеется в виду постепенное превращение обучения в самообучение, когда магистрант должен получать знания главным образом за счет креативной самостоятельной работы, самостоятельно осуществляя поиск необходимой информации и созидательно прорабатывая её с тем, чтобы выполнить необходимые умозаключения и получить результаты.

В этом случае, выполняя учебные задачи, магистранты самостоятельно приобретают новые знания, навыки и умения (в частности, умение анализировать и принимать решения в нестандартных ситуациях), что очень важно для эффективной будущей самостоятельной профессиональной деятельности.

Другая значимая информация

Требования к рефератам

Цель написания рефератов

Реферат как форма промежуточной аттестации стимулирует раскрытие исследовательского потенциала магистранта, способность к творческому поиску, сотрудничеству, самораскрытию и проявлению возможностей. Подготовка реферата и выступление с ним на семинаре - одна из форм промежуточной аттестации.

Требования к реферату

1. Необходимо правильно сформулировать тему, выбрать по ней необходимый материал.
2. Использовать только тот материал, который отражает сущность темы.
3. Во введении к реферату необходимо обосновать выбор темы.
4. После цитаты необходимо делать ссылку на автора, например [№ произведения по списку, стр.].
5. Изложение должно быть последовательным. Недопустимы нечеткие формулировки, речевые и орфографические ошибки.
6. Оформление реферата (в том числе титульный лист, литература) должно быть грамотным.

7. Список литературы оформляется с указанием автора, названия источника, места издания, года издания, названия издательства, использованных страниц.

Рекомендации по оформлению презентаций

Электронная презентация – электронный документ, представляющий собой набор слайдов, предназначенных для демонстрации проделанной работы.

Целью презентации является визуальное представление замысла автора, максимально удобное для восприятия. Электронная презентация должна показать то, что трудно объяснить на словах.

Схема презентации:

1. титульный слайд (соответствует титульному листу работы);
2. цели и задачи работы;
3. общая часть;
4. защищаемые положения (для магистерских диссертаций);
5. основная часть;
6. выводы;
7. благодарности (выражается благодарность аудитории за внимание).

Требования к оформлению слайдов. Титульный слайд-презентация начинается со слайда, содержащего название работы (доклада) и имя автора. Эти элементы обычно выделяются более крупным шрифтом, чем основной текст презентации. В качестве фона первого слайда можно использовать рисунок или фотографию, имеющую непосредственное отношение к теме презентации, однако текст поверх такого изображения должен читаться очень легко. Подобное правило соблюдается и для фона остальных слайдов. Тем не менее, монотонный фон или фон в виде мягкого градиента смотрятся на первом слайде тоже вполне эффектно.

Общие требования. Средний расчет времени, необходимого на презентацию ведется исходя из количества слайдов. Обычно на один слайд необходимо не более двух-трех минут. Необходимо использовать максимальное пространство экрана (слайда) – например, растянув рисунки. Дизайн должен быть простым и лаконичным. Каждый слайд должен иметь заголовки. Оформление слайда не должно отвлекать внимание слушателей от его содержательной части. Завершать презентацию следует кратким резюме, содержащим ее основные положения, важные данные, прозвучавшие в докладе, и т. д.

Оформление заголовков. Назначение заголовка – однозначное информирование аудитории о содержании слайда. В заголовке нужно указать основную мысль слайда. Все заголовки должны быть выполнены в едином стиле (цвет, шрифт, размер, начертание). Текст заголовков должен быть размером 24 – 36 пунктов. Точку в конце заголовков не ставить.

Содержание и расположение информационных блоков на слайде. Желательно присутствие на странице блоков с разнотипной информацией (текст, графики, диаграммы, таблицы, рисунки), дополняющей друг друга.

Ключевые слова в информационном блоке необходимо выделить. Информационные блоки лучше располагать горизонтально, связанные по смыслу блоки — слева направо. Наиболее важную информацию следует поместить в центр слайда. Логика предъявления информации на слайдах в презентации должна соответствовать логике ее изложения.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Принцип Дирихле.
2. Инварианты и полуинварианты.
3. Правило крайнего. Уход на бесконечность и малые шевеления.
4. Игры, турниры. Раскраски, укладки, замощения.
5. Метод математической индукции.
6. Основная теорема арифметики. НОД, НОК, алгоритм Евклида.
7. Цепные дроби.
8. Диофантовы уравнения.
9. Мультипликативные функции.
10. Теория сравнений.
11. Китайская теорема об остатках.
12. Делимость многочленов. Теорема Безу. Схема Горнера. Основная теорема алгебры.
13. Знакомства. Теория Дилворта. Теория Рамсея.
14. Векторный метод решения неравенств.
15. Классические неравенства о средних.
16. Неравенства Коши-Буняковского, Бернулли, Йенсена, Гёльдера, Чебышёва.
17. Применение методов дифференциального исчисления для доказательства неравенств.
18. Геометрические неравенства.
19. Свойства функций. Анализ графиков функций.
20. Метод площадей.
21. Метод координат.
22. Инверсия.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1.			
2.			

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____/____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 201_ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета
