**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебной работе и

образовательным инновациям \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ О.И. Чуприс

(подпись) (И.О.Фамилия)

«\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_\_\_ г.

Регистрационный № УД-\_\_\_\_\_\_ /уч.

***КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ*** ***ТЕОРИИ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ***

**Учебная программа учреждения высшего образования**

**по учебной дисциплине для специальности:**

1-31 80 03 Математика и компьютерные науки

*профилизация:*

*Математика и дидактика математики*

2019 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 80 03-2019 и учебных планов G31-088/уч., №G31з -089/уч., утвержденных 11.04.2019.

**СОСТАВИТЕЛЬ:**

**О.Б. Долгополова** – доцент кафедры теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой теории функций

(протокол № 9 от 18.06.2019)

Научно-методическим советом

Белорусского государственного университета

(протокол № 5 от 28.06.2019)

Зав.кафедрой теории функций В.Г. Кротов

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

Дисциплина «Краевые задачи теории аналитических функций» посвящена современному изложению свойств интеграла типа Коши, основных линейных краевых задач теории аналитических функций (задачи Римана, Гильберта, Дирихле, Неймана). Кроме того, изучаются связи указанных краевых задач с теорией интегральных уравнений и теорией конформных отображений.

Особое внимание уделяется методам решения краевых задач в замкнутой форме (в квадратурах). При этом существенно используются методы теории аналитических функций. Общим методом решения краевых задач является метод интегральных уравнений. Используя формулы Сохоцкого, краевые задачи сводятся к интегральным уравнениям, и для их анализа используется теория интегральных уравнений. Суть этой теории в том, что для искомых функций используются интегральные представления в форме интегралов типа Коши.

**Целью учебной дисциплины** «Краевые задачи теории аналитических функций» является повышение уровня профессиональной компетенции студентов в области приложений методов комплексного анализа.

**Образовательная цель:** изложение методов решения основных краевых задач теории аналитических функций и их применения.

**Развивающая цель:** формирование у студентов умений самостоятельно решать различные краевые задачи теории аналитических функций.

**Основные задачи*,*** решаемые в рамках изучения дисциплины «Краевые задачи теории аналитических функций»:

– освоение различных свойств интеграла типа Коши, в частности методов их вычисления;

– освоение методов решения краевых задач Римана, Гильберта, Карлемана, Газемана и других;

– освоение методов исследования различных видов сингулярных интегральных уравнений с ядрами Коши и Гильберта;

– понимать связи между краевыми задачами и сингулярными интегральными уравнениями.

**Место учебной дисциплины** в системе подготовки специалиста с высшим образованием (магистра).

Учебная дисциплина «Краевые задачи теории аналитических функций» относится к модулю «Дисциплины по выбору» компонента учреждения высшего образования.

Дисциплина «Краевые задачи теории аналитических теорий» связана в первую очередь с дисциплиной «Теория функций комплексного переменного». Краевые задачи теории аналитических функций имеют большие приложения к задачам теории упругости, гидродинамики, электродинамики, теории вероятностей и теории приближений.

Освоение учебной дисциплины «Краевые задачи теории аналитических функций» должно обеспечить формирование следующей специализированной компетенции:

СК-5. Быть способным применять современные методы гармонического анализа и дифференциальных уравнений в задачах естественных наук и экономики.

В результате изучения дисциплины студент должен:

**знать:**

– основные свойства интегралов типа Коши и Гильберта;

– доказательства основных свойств интегралов типа Коши и Гильберта;

– алгоритмы решений основных краевых задач;

– основные свойства сингулярных интегральных уравнений;

**уметь:**

**–** решать основные краевые задачи;

– решатьсингулярные интегральные уравнения;

–применять теорию краевых задач к задачам естественных наук и экономики;

**владеть:**

– методами теории краевых задач;

– методами решения основных краевых задач теории аналитических функций.

**Структура учебной дисциплины**

Дисциплина изучается в 1 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Краевые задачи теории аналитических функций» отведено 108 часов:

– для очной формы получения высшего образования – 52 аудиторных часа, из них: лекции – 36 часов, лабораторные занятия – 12 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

– для заочной формы получения высшего образования – 12 аудиторных часов, из них 8 часов лекции, 4 часа лабораторные занятия.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации по учебной дисциплине – экзамен.

**СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА**

**Тема 1. Интеграл типа Коши и его свойства**

Интеграл типа Коши и его свойства. Функции, удовлетворяющие условию Гёльдера. Главное значение особого интеграла. Основная лемма. Формулы Сохоцкого и их приложения. Формулы перестановки.

**Тема 2. Краевая задача Римана (простейшие случаи) и ее приложения**

Краевая задача Римана (простейшие случаи) и ее приложения. Постановка задачи и ее решения. Решение характеристического сингулярного уравнения.

**Тема 3. Задачи Дирихле, Щварца и Неймана для односвязных областей**

Задачи Дирихле, Щварца и Неймана для односвязных областей. Решение задач Дирихле и Шварца. Решение задачи Неймана.

**Тема 4. Краевая задача Гильберта для односвязной области**

Краевая задача Гильберта для односвязной области. Постановка задачи и ее решение методом регуляризующего множества. Решение задачи для круга и полуплоскости. Сингулярное уравнение с ядром Гильберта.

**Тема 5. Сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши**

Сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши. Основные понятия, обозначения и предварительные сведения. Теоремы Фредгольма. Регуляризация сингулярных уравнений. Теоремы Нётера.

**Тема 6. Краевые задачи со сдвигом для односвязных областей**

Краевые задачи со сдвигом для односвязных областей. Задача Газемана и ее решение. Метод конформного склеивания. Задача типа задачи Газемана. Задача Карлемана и ее решение методом конформного склеивания. Задача типа задачи Карлемана.

**Тема 7. Некоторые краевые задачи для многосвязных областей**

Некоторые краевые задачи для многосвязных областей. Задача Гильберта для кругового кольца. Задача Дирихле и Шварца для многосвязной области. Задача Гильберта для многосвязной области.

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

дневная форма получения образования

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер раздела, темы | Название раздела, темы | Количество аудиторных часов | | | | | | Форма контроля знаний |
| Лекции | Практические  занятия | Семинарские  занятия | Лабораторные  занятия | Иное | Количество часов  УСР |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | Интеграл типа Коши и его свойства | 4 |  |  |  |  |  | Устный опрос |
| 2 | Краевая задача Римана (простейшие случаи) и ее приложения | 4 |  |  | 2 |  |  | Контрольная работа |
| 3 | Задачи Дирихле, Щварца и Неймана для односвязных областей | 4 |  |  | 2 |  | 2 | Проверка индивидуальных заданий |
| 4 | Краевая задача Гильберта для односвязной области | 6 |  |  | 2 |  |  | Устный опрос |
| 5 | Сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши | 6 |  |  | 2 |  |  | Контрольная работа |
| 6 | Краевые задачи со сдвигом для односвязных областей | 6 |  |  | 2 |  |  | Устный опрос |
| 7 | Некоторые краевые задачи для многосвязных областей | 6 |  |  | 2 |  | 2 | Проверка индивидуальных заданий |
|  | **Всего по дисциплине:** | **36** |  |  | **12** |  | **4** |  |

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

заочная форма получения образования

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер раздела, темы | Название раздела, темы | Количество аудиторных часов | | | | | | Форма контроля знаний |
| Лекции | Практические  занятия | Семинарские  занятия | Лабораторные  занятия | Иное | Количество часов  УСР |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | Интеграл типа Коши и его свойства | 2 |  |  |  |  |  | Устный опрос |
| 2 | Краевая задача Римана (простейшие случаи) и ее приложения |  |  |  |  |  |
| 3 | Задачи Дирихле, Щварца и Неймана для односвязных областей |  |  |  | 2 |  |  | Проверка индивидуальных заданий |
| 4 | Краевая задача Гильберта для односвязной области | 2 |  |  |  |  |  |  |
| 5 | Сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши | 2 |  |  |  |  |  | Устный опрос |
| 6 | Краевые задачи со сдвигом для односвязных областей |  |  |  |  |  |
| 7 | Некоторые краевые задачи для многосвязных областей | 2 |  |  | 2 |  |  | Проверка индивидуальных заданий |
|  | **Всего по дисциплине:** | **8** |  |  | **4** |  |  |  |

**ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

**Перечень основной литературы:**

1. Ф.Д. Гахов. Краевые задачи. – М.: Наука, 1977.
2. Э.И. Зверович. Краевые задачи теории аналитических функций (электронный учебник). – Минск, БГУ, 2014.
3. Э.И. Зверович. Линейные краевые задачи теории аналитических функций.– Минск, БГУ, 2015.

**Перечень дополнительной литературы**:

1. Н.И. Мусхелишвили. Сингулярные интегральные уравнения. – М.: Наука, 1966.
2. Э.И. Зверович. Вещественный и комплексный анализ. В 6 частях.– Минск, Вышэйшая школа, 2008.
3. В.Г.Кротов, Е.А.Ровба, А.П.Старовойтов Теория функций комплексного переменного.– Минск, Вышэйшая школа, 2019.

**Перечень рекомендуемых средств диагностики**

**и методика формирования итоговой оценки**

Контроль освоения навыков научно-исследовательской работы осуществляется в форме устных опросов, контрольных работ и проверки индивидуальных заданий.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Формой текущей аттестации по дисциплине учебным планом предусмотрен экзамен.

Итоговая оценка формируется на основе 3-х документов:

1. Правила проведения аттестации (Постановление Министерства образования Республики Беларусь №53 от 29.05.2012 г.).
2. Положение о рейтинговой системе БГУ (Приказ ректора БГУ от 18.08.2015 № 382-ОД).
3. Критерии оценки студентов (10 баллов) (Письмо Министерства образования Республики Беларусь от 22.12.2003 № 21-04-1/105).

Весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в рейтинговую оценку:

Формирование оценки за текущую успеваемость:

* устный опрос – 30 %;
* контрольная работа – 30 %;
* проверка индивидуальных заданий – 40 %.

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценка по текущей успеваемости составляет 50 %, экзаменационная оценка – 50 %.

**Примерный перечень заданий**

**для управляемой самостоятельной работы студентов**

Перечень включает индивидуальные задания, которые согласуются с материалами по учебной дисциплине «Краевые задачи теории аналитических функций»:

*Тема 1. «Интеграл типа Коши и его свойства»*

*Вариант 1.*

Вычислить: .

*Вариант 2.*

Вычислить: .

*Тема 2. «Краевая задача Римана м ее приложения»*

*Вариант 1.*

Решить краевую задачу Римана: *,* считая, что точка принадлежат области , а точки области .

*Вариант 2.*

Решить краевую задачу Римана: *,* считая, что точки принадлежат области , а точки области .

*Тема 3. «Задачи Дирихле, Щварца и Неймана для односвязных областей****»***

*Вариант 1.*

Для области решить задачу Дирихле:

.

*Вариант 2.*

Для области решить задачу Дирихле:

.

*Тема 4. «Краевая задача Гильберта для односвязной области»*

*Вариант 1.*

Решить задачу Гильберта для единичного круга:

.

*Вариант 2.*

Решить задачу Гильберта для единичного круга:

.

*Тема 5. «Сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши»*

*Вариант 1.*

Решить уравнение: .

*Вариант 2.*

Решить уравнение: .

*Тема 7. «Некоторые краевые задачи для многосвязных областей****»***

*Вариант 1.*

Для области решить задачу Дирихле:

.

*Вариант 2.*

Для области решить задачу Дирихле:

.

*Форма контроля – проверка индивидуальных заданий.*

**Примерная тематика лабораторных занятий**

**очная форма получения образования**

*Занятие 1.* Краевая задача Римана (простейшие случаи) и ее приложения.

*Занятие 2.* Задачи Дирихле, Щварца и Неймана для односвязных областей.

*Занятие 3.* Краевая задача Гильберта для односвязной области.

*Занятие 4.* Сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши.

*Занятие 5.* Краевые задачи со сдвигом для односвязных областей.

*Занятие 6.* Некоторые краевые задачи для многосвязных областей.

**заочная форма получения образования**

*Занятие 1.* Задачи Дирихле, Щварца и Неймана для односвязных областей.

*Занятие 2.* Некоторые краевые задачи для многосвязных областей.

**Описание инновационных подходов и методов к преподаванию**

**учебной дисциплины**

При организации образовательного процесса используется ***практико-ориентированный подход***, который предполагает:

* – освоение содержание образования через решения практических задач;
* – приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
* – использование процедур, способов оценивания, фиксирующих формирование профессиональных компетенций.

**Методические рекомендации**

**по организации самостоятельной работы обучающихся**

При изучении учебной дисциплины следующие формы самостоятельной работы:

– поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников по индивидуально заданной проблеме дисциплины;

– изучение материала, вынесенного на самостоятельную проработку;

– подготовка к лекциям и лабораторным занятиям;

– работы, предусматривающие подготовку отчетов по индивидуальным заданиям.

Тем самым, имеется в виду постепенное превращение обучения в самообучение, когда магистрант должен получать знания главным образом за счет креативной самостоятельной работы, самостоятельно осуществляя поиск необходимой информации и созидательно прорабатывая ее с тем, чтобы выполнить необходимые умозаключения и получить результаты.

В этом случае, выполняя учебные задачи, магистранты самостоятельно приобретают новые знания, навыки и умения (в частности, умение анализировать и принимать решения в нестандартных ситуациях), что очень важно для эффективной будущей самостоятельной профессиональной деятельности.

**Примерный перечень вопросов к экзамену**

1.Интеграл типа Коши и его свойства.

2.Функции, удовлетворяющие условию Гёльдера.

3.Главное значение особого интеграла.

4.Основная лемма. Формулы Сохоцкого и их приложения.

5.Формулы перестановки.

6.Краевая задача Римана (простейшие случаи) и ее приложения.

7.Постановка задачи и ее решения.

8.Решение характеристического сингулярного уравнения.

9.Задачи Дирихле, Щварца и Неймана для односвязных областей.

10.Решение задач Дирихле и Шварца.

11.Решение задачи Неймана.

12.Краевая задача Гильберта для односвязной области.

13.Постановка задачи и ее решение методом регуляризующего множества.

14.Решение задачи для круга и полуплоскости.

15.Сингулярное уравнение с ядром Гильберта.

16.Сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши.

17.Основные понятия, обозначения и предварительные сведения.

18.Теоремы Фредгольма.

19.Регуляризация сингулярных уравнений.

20.Теоремы Нётера.

21.Краевые задачи со сдвигом для односвязных областей.

22.Задача Газемана и ее решение.

23.Метод конформного склеивания.

24.Задача типа задачи Газемана.

25.Задача Карлемана и ее решение методом конформного склеивания.

26.Задача типа задачи Карлемана.

27.Некоторые краевые задачи для многосвязных областей.

28.Задача Гильберта для кругового кольца.

29.Задача Дирихле и Шварца для многосвязной области.

30.Задача Гильберта для многосвязной области.

**ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Название учебной  дисциплины,  с которой  требуется согласование | Название  кафедры | Предложения  об изменениях в содержании учебной программы  учреждения высшего  образования по учебной дисциплине | Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и  номера протокола) |
| Функциональный анализ и интегральные уравнения | Кафедра функционального анализа и аналитической экономики | нет | Вносить изменения не требуется  (протокол № 9 от 18.06.2019) |
|  |  |  |  |

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на \_\_\_\_\_/\_\_\_\_\_ учебный год

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| №  п/п | Дополнения и изменения | Основание |
|  |  |  |

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.)

(название кафедры)

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(ученая степень, ученое звание) (подпись) (И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(ученая степень, ученое звание) (подпись) (И.О.Фамилия)