Вложение пространства Бесова, аналитических в области функций, в пространство Смирнова

Т. С. Мардвилко и А. А. Пекарский (Минск, Беларусь)

Пусть $G \subset \mathbf{C}$ — область, граница которой $\partial G \neq \emptyset$; $\rho(z, \partial G)$ — расстояние от точки z до границы ∂G. Для $p > 0$ и $\alpha > 0$ через $B_p^\alpha = B_p^\alpha(G)$ обозначим пространство Бесова аналитических в G функций f, для которых

$$\|f\|_{B_p^\alpha} = \left(\int\limits_G \left(\rho\left(z, \partial G\right)\right)^{p(s-\alpha)-1} \left| f^{(s)}\left(z\right)\right|^p dm_2\left(z\right) \right)^{1/p} < \infty,$$

где $s = [\alpha] + 1$, а m_2 — плоская мера Лебега в $\mathbf{C}$.

В предположении, что G ограничена спрямляемой кривой Жордана ∂G, будем рассматривать также $E_q = E_q\left(G\right)$, $0 < q < \infty$, — пространство Смирнова [1], аналитических в G функций f, наделённых стандартной квазинормой $\|f\|_{E_q} = \|f\|_{L_q(\partial G)}$. Область G будем называть областью Лаврентьева, если ∂G является спрямляемой кривой Жордана и существует $\kappa > 1$, такое, что для любых ξ_1, $\xi_2 \in \partial G$ выполняется неравенство $|\Gamma(\xi_1, \xi_2)| \leq \kappa |\xi_1 - \xi_2|$. Здесь $|\Gamma(\xi_1, \xi_2)|$ — длина наименьшей $\Gamma(\xi_1, \xi_2)$ из двух дуг ∂G, соединяющей ξ_1 и ξ_2.

Теорема 1. Пусть G — область Лаврентьева, $0 < p < q < \infty$ и $\alpha > 0$ таковы, что $1/p - 1/q = \alpha$. Тогда имеет место вложение

$$B_p^\alpha \subset E_q.$$

Если G — круг, то теорема 1 известна (смотрите подробности в [2]). В частном случае, когда G — правильный треугольник, теорема 1 применялась нами [2] при доказательстве неравенства, связывающего квазинормы рациональных функций относительно линейной и плоской мер.

Литература

2. *Привалов И. И.* Граничные свойства аналитических функций. М.–Л.: ГИТТЛ (1950).

2. *Мардвилко Т. С., Пекарский А. А.* Прямая и обратная теоремы рациональной аппроксимации в пространстве Бергмана. *Матем. сб.* Т. **202** (9)(2011) 77-96.