

НЕСТАЦИОНАРНАЯ МОДЕЛЬ ВЯЗКОУПРУГОЙ ПЕРИОДОНТАЛЬНОЙ ОБОЛОЧКИ

С. М. Босяков, К. С. Юркевич (Минск, Беларусь)

Проведенные в работе [1] тесты на ползучесть и циклическую нагрузку периодонта показали, что по своей природе периодонтальная оболочка является вязкоупругой. Наличие вязкоупругих свойств у тканей периодонта также экспериментально подтверждено исследованием [2]. Настоящая работа посвящена математическому моделированию вязкоупругой периодонтальной оболочки с учетом жесткого закрепления ее внешней поверхности и начальных перемещений зуба.

Уравнения движения представлены в виде

$$\int_F (\vec{n} \cdot \sigma) dF + m \frac{d^2 \vec{u}^{(0)}(t)}{dt^2} = \vec{P}, \quad \int_F (\vec{r} \times (\vec{n} \cdot \sigma)) dF + J \frac{d^2 \vec{\varphi}(t)}{dt^2} = \vec{M}, \quad (1)$$

где $\vec{P}$ и $\vec{M}$ - главный вектор и момент внешних сил; $\vec{n}$ - единичный вектор нормали к внутренней поверхности периодонта; $\sigma = \sigma(\vec{r}, t)$ - тензор напряжений; $\vec{r}$ - радиус-вектор, проведенный из вершины корня зуба; m - масса зуба; J - осевой момент инерции; $\vec{u}^{(0)}(t)$ - вектор поступательных перемещений корня; $\vec{\varphi}(t)$ - вектор углов поворота корня зуба.

Зависимость между напряжениями и деформациями для вязкоупругой периодонтальной связки принималась в виде:

$$\sigma_{ij} = 2G \left(e_{ij} + \frac{\nu \delta_{ij} \theta}{1 - 2\nu} - \int_0^t K(t - \tau) \left(e_{ij} + \frac{\nu \delta_{ij} \theta}{1 - 2\nu} \right) d\tau \right). \quad (2)$$

Здесь G - мгновенный модуль сдвига; $\nu = const$ - коэффициент поперечной деформации; $K(t)$ - ядро релаксации для объемных и сдвиговых напряжений; $e_{ij} = e_{ij}(\vec{r}, t)$ - компоненты тензора деформаций; $\theta = \theta(\vec{r}, t)$ - объемное расширение; δ_{ij} - символ Кронеккера; $i = \overline{1, 3}$.

На основании системы уравнений (1) и соотношений (2) проведен анализ зависимости вертикальных перемещений однокоренного зуба от времени при интрузии и возникающих при этом напряжений при действии постоянной нагрузки. С учетом результатов клинических наблюдений определены параметры ядер релаксации для модели Максвелла и Фойхта.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке БРФФИ (проект Ф11М-040).

References

1. Komatsu K. Mechanical strength and viscoelastic response of the periodontal ligament in relation to structure. *Journal of Dental Biomechanics*. **1** (2010), 1-18.
2. Ferrari M. Non-linear viscoelastic finite element analysis of the effect of the length of glass fiber posts on the biomechanical behaviour of directly restored incisors and surrounding alveolar bone. *Dental Material Journal*. **27** (4) (2008), 485-498.