


**Белорусский государственный университет
Физический факультет**

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
и образовательным инновациям
О.И. Чуприс
2019 г.
Регистрационный № УД- 761 Нуч.



ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:**

1-31 04 08 Компьютерная физика

2019 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта высшего образования ОСВО 1-31 04 08 -2018 и учебного плана № G 31- 220/уч. от 13.07.2018

СОСТАВИТЕЛИ:

Н.Г. Абрашина-Жадаева – заведующая кафедрой высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук Российской Федерации, доцент;

И.А. Тимощенко – старший преподаватель кафедры высшей математики и математической физики Белорусского государственного университета.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Г.Ф.Громько – Заведующая отделом вычислительной математики Института математики НАН РБ, кандидат физ-мат. наук.

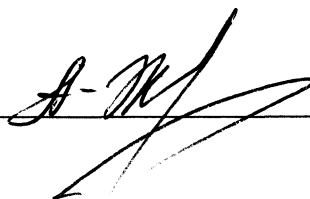
В.М.Волков – Заведующий кафедрой вэб-технологий и компьютерного моделирования, доктор физ-мат. наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой высшей математики и математической физики
(протокол № 4 от 28 ноября 2019);

Научно-методическим Советом БГУ
(протокол № 2 от 3 декабря 2019)

Заведующая кафедрой



Абрашина-Жадаева Н.Г.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины – сформировать у студентов представление о возможностях применения современных методов математического моделирования в физике и развить навыки использования математических моделей для анализа и прогнозирования явлений в различных физических процессах.

Задачи учебной дисциплины:

1. изучение основных положений и выработка навыков построения математических моделей физических явлений
2. формирование знаний о методах решения получающихся при этом математических задач.
3. обучение исследованию математическими методами свойств модели для получения сведений об объекте исследования;
4. обучение выбору и/или разработке алгоритма для реализации численной модели и созданию соответствующих компьютерных программ.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием. Любые современные науки пользуются в настоящее время плодами развития математического моделирования. Студенты физического факультета уже применяют элементы математического моделирования для решения физических задач. Данная дисциплина призвана вычлнить философию моделирования и обобщить его методы для решения исследовательских задач, объединяя и дополняя при этом знания по математике, физике и программированию.

Учебная дисциплина «Основы математического моделирования» относится к модулю «Высшая математика 2» государственного компонента.

Связи с другими учебными дисциплинами «Основы математического моделирования» базируется на знаниях, приобретенных в результате освоения дисциплин «Математический анализ», «Аналитическая геометрия и линейная алгебра», «Основы векторного и тензорного анализа», «Теория функций комплексного переменного», «Дифференциальные уравнения», «Уравнения математической физики», «Механика», «Молекулярная физика», «Электричество и Магнетизм», «Программирование», «Численные методы в физике».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Основы математического моделирования» должно обеспечить формирование следующих компетенций:

базовые профессиональные компетенции:

БПК-6. Владеть методами теории вероятностей и математической статистики для обработки экспериментальных данных и результатов мониторинга технологических процессов; демонстрировать способность

применять аппарат математической физики для моделирования и решения стандартных задач в области прикладной физики.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- принципы построения математических моделей физических процессов и проведения вычислительного эксперимента;

уметь:

- построить математическую модель физического процесса и явления;
- анализировать математические аспекты и физические характеристики моделируемых систем для объяснения физических явлений и технологических процессов
- решать задачи с использованием интерпретируемых языков высокого уровня (Wolfram, Python);
- верифицировать математические модели;

владеть:

- навыками построения математических моделей
- методами решения и анализа задач в соответствии с целями образовательной программы

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 4 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 108 часов, в том числе 54 аудиторных часа, из них: лекции – 30 часов, лабораторные работы – 20 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа, из них управляемая самостоятельная работа (ДО) – 2 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Введение

Тема 1.1. Основные этапы построения математической модели. Прямые и обратные задачи математического моделирования.

Тема 1.2. Современные интерпретируемые языки компьютерного моделирования

Раздел 2. Методы построения математических моделей

Тема 2.1. Метод аналогий и модели соперничества.

Тема 2.2. Получение моделей из фундаментальных законов природы. Моделирование процессов тепло- и массопереноса.

Тема 2.3. Модели из вариационных принципов.

Тема 2.4. Универсальность математических моделей.

Тема 2.5. Иерархия моделей.

Раздел 3. Исследование и анализ математических моделей

Тема 3.1. Исследование поведения решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

Тема 3.2. Анализ размерностей и групповой анализ моделей

Тема 3.3. Автомодельные процессы

Раздел 4. Основы вычислительного эксперимента

Тема 4.1. Методы перехода к дискретным моделям.

Тема 4.2 Устойчивость и сходимость разностных схем. Консервативные разностные схемы.

Тема 4.3 Экономичные разностные схемы для решения многомерных задач.

Тема 4.4. Вариационные проекционные алгоритмы. Метод Ритца. Метод Галеркина.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением дистанционных образовательных технологий

Номер темы	Название темы	Количество аудиторных часов		Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Лабораторные занятия		
1	Введение	2			
1.1	Основные этапы построения математической модели. Прямые и обратные задачи математического моделирования.	2			Устный опрос
1.2	Современные интерпретируемые языки компьютерного моделирования			2(ДО)	Отчет
2	Методы построения математических моделей	10			
2.1	Метод аналогий и модели соперничества.	2			Устный опрос
2.2	Получение моделей из фундаментальных законов природы. Моделирование процессов тепло- и массопереноса.	2			Устный опрос
2.3	Модели из вариационных принципов.	2			Устный опрос
2.4	Универсальность математических моделей.	2			Устный опрос
2.5	Иерархия моделей.	2			Устный опрос
3	Исследование и анализ математических моделей	8	4		
3.1	Исследование поведения решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений.	3	4		Устный опрос
3.2	Анализ размерностей и групповой анализ моделей	2			Устный опрос
3.3	Автомодельные процессы	3			Устный опрос
4	Основы вычислительного эксперимента	10	16		
4.1	Методы перехода к дискретным моделям.	2	4		Устный опрос
4.2	Устойчивость и сходимости разностных схем. Консервативные разностные схемы.	2	4		Устный опрос
4.3	Экономичные разностные схемы для решения многомерных задач.	2	4		Устный опрос
4.4	Вариационные проекционные алгоритмы. Метод Рунге. Метод Галеркина.	4	4	2	Контрольная работа по разделам 1-4.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Ильин В.П. Математическое моделирование. Часть 1. Непрерывные и дискретные модели / В. П. Ильин. — Новосибирск : Изд-во Сиб. отделения Рос. акад. наук, 2017. — 428 с.
2. Самарский, А. А. Математическое моделирование / А. А. Самарский, А. П. Михайлов. — Москва: Наука. Физматлит, 2001. — 320 с.
3. Мышкис, А. Д. Элементы теории математических моделей / А. Д. Мышкис. — Москва: КомКнига, 2007. — 192 с.
4. Тихонов, Н. А. Основы математического моделирования: учебное пособие. Части 1—2 // Н. А. Тихонов, М. Г. Токмачев. — Москва: Физический факультет МГУ, 2013. — 175 с.
5. Введение в математическое моделирование: Учеб. пособие / Под ред. П. В. Трусова. — Москва: Университетская книга, Логос, 2007. — 440 с.
6. Самарский А.А. Вычислительная теплопередача / А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич. — М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. — 784 с.
7. Андерсон Д. Вычислительная гидромеханика и теплообмен / Д. Андерсон, Дж. Таннехилл, Р. Плетчер // В 2-х т. Т. 1. — М.: Мир, 1990. — 384 с.
8. Андерсон Д. Вычислительная гидромеханика и теплообмен / Д. Андерсон, Дж. Таннехилл, Р. Плетчер // В 2-х т. Т. 2. — М.: Мир, 1990. — 392 с.

Перечень дополнительной литературы

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский. — М.: Дрофа, 2003. — 840 с.
2. Баренблатт Г.И. Автомодельные явления – анализ размерностей и скейлинг / Г.И.Баренблатт. — Долгопрудный: Издательский дом «Интеллект», 2009. — 216 с.
3. Кудряшов Н.А. Методы нелинейной математической физики / Н.А.Кудряшов. — М.: МИФИ, 2008. — 352 с.
4. Скот.Э. Нелинейная наука. Рождение и развитие когерентных структур / Э.Скот. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. — 560 с.
5. Тарасов В.Е. Модели теоретической физики с интегро-дифференцированием дробного порядка. / В.Е.Тарасов. — М.-Ижевск, 2011. — 568 с.
6. Учайкин, В. В. Метод дробных производных / В. В. Учайкин. — Ульяновск: Артишок, 2008. — 512 с.
7. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики / Г.И. Марчук. — СПб, Издательство "Лань", 2009. — 608 с.
8. Самарский А.А. Аддитивные схемы для задач математической физики / А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич. — М.: Наука. 2001. — 319 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Для диагностики компетенций и текущего контроля качества усвоения знаний по дисциплине рекомендуется использовать устные вопросы по разделам дисциплины, отчеты по лабораторным работам, контрольная работа. Контрольные мероприятия проводятся в соответствии с учебно-методической картой дисциплины. В случае неявки на контрольное мероприятие по уважительной причине студент вправе по согласованию с преподавателем выполнить его в дополнительное время. Для студентов, получивших неудовлетворительные оценки за контрольные мероприятия, либо не явившихся по неуважительной причине, по согласованию с преподавателем и с разрешения заведующего кафедрой мероприятие может быть проведено повторно. Предлагается аналогичное домашнее задание, обязательное выполнение которого является необходимым условием для получения зачета и допуска к экзамену.

Контрольная работа проводится в письменной форме. На выполнение контрольной работы отводится 90 мин.

Отчет по результатам дистанционного изучения заданной темы загружается студентом в соответствующий курс на образовательном портале физического факультета (eduphys.bsu.by).

Оценка всех форм текущего контроля проводится по десятибалльной шкале.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Основы математического моделирования» учебным планом предусмотрен экзамен.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в рейтинговую оценку:

Формирование оценки за текущую успеваемость:

- контрольная работа – 30 %;
- средняя оценка по лабораторным работам – 60 %;
- отчет (ДО) – 10 %.

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценка по текущей успеваемости составляет 40 %, экзаменационная оценка – 60 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

В качестве управляемой самостоятельной работы студентов планируется решение задач, выполнение упражнений, проведение математического моделирования и вычислительного эксперимента. Форма контроля: контрольная работа, защита лабораторных работ, отчет по теме «Современные интерпретируемые языки компьютерного моделирования (Wolfram, Python)» - 2ч(ДО).

Примерный перечень тем контрольной работы:

1. Методы и принципы построения математических моделей.
2. Иерархия математических моделей.
3. Исследование и анализ математических моделей.
4. Вычислительный эксперимент.

Примерный перечень заданий для отчета (ДО):

1. Создать список из миллиона чисел и найти сумму его элементов четырьмя способами. Указать самый быстрый по времени выполнения способ и объяснить, почему это так.
2. Изобразить траекторию случайных блужданий, в которых длина прыжка распределена нормально и прыжки совершаются через равные промежутки времени
3. Нарисовать ковер Серпинского, используя рекурсию (итерации)
4. Используя «pure function» и встроенную функцию «FixedPoint» написать функцию «newton[f_, x0_]», находящую решение нелинейного уравнения $f(x) = 0$ с начальным приближением x_0 методом Ньютона.
Решить уравнение $x \ln x = 5$

Отчет с выполненными заданиями загружается студентом в соответствующий курс на образовательном портале БГУ (eduphys.bsu.by).

Примерная тематика лабораторных занятий

1. Модели соперничества.
2. Линейное и нелинейное уравнение теплопроводности.
3. Задача Стефана.
4. Процессы переноса.
5. Вариационные задачи.
6. Методы генерации сеток.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса рекомендуется использовать следующие инновационные подходы и методы:

1. *Практико-ориентированный подход*, который предполагает освоение содержания образования через решения практических задач, которые

способствуют формированию основ дальнейшей профессиональной деятельности.

2. Развитие *критического мышления*: формирование навыков работы с информацией в процессе чтения и письма; понимания информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления.
3. *Метод проектного обучения*, который предполагает развитие актуальных для учебной и профессиональной деятельности навыков планирования, самоорганизации, сотрудничества, решения открытых исследовательских задач.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся, кроме подготовки к экзамену

Самостоятельная работа студентов по данной дисциплине предполагает проработку основной и дополнительной литературы, самостоятельный поиск сведений, расширение конспекта лекций по результатам данной проработки, выполнение и защиту лабораторных работ. Самостоятельную работу студентов следует организовывать на основе принципов системности и регулярности. В помощь студентам рекомендуется разрабатывать и совершенствовать дистанционный курс на образовательном портале физического факультета.

Экзамен

С целью развития у студентов навыков математического моделирования, решения открытых исследовательских задач, планирования, самоорганизации, сотрудничества экзамен рекомендуется проводить в форме защиты исследовательского задания, которое выполняется на протяжении семестра.

Примерный перечень исследовательских заданий:

1. **Упругий маятник.** Изучите поведение маятника, в котором груз прикреплён к пружине или упругой ленте, а затем к жёсткому стержню.
2. **Слинки.** Подвесьте мягкую пружину (слинки) вертикально и отпустите ее. Исследуйте характеристики свободного падения слинки.
3. **Упругий обруч.** Упругий обруч прижимается к твердой поверхности, а затем внезапно освобождается. Обруч может прыгать высоко в воздухе. Исследуйте, как высота прыжка зависит от соответствующих параметров.
4. **Нагруженный обруч.** Закрепите небольшой груз внутри обруча и катните обруч легким толчком. Исследуйте движение обруча.
5. **Упругое пространство.** Динамика и кажущиеся взаимодействия массивных шариков, катящихся по растянутой горизонтальной мембране, часто используются для иллюстрации гравитации. Исследуйте систему

дальше. Можно ли определить и измерить кажущуюся «гравитационную постоянную» в таком «мире»?

6. **Солитон.** Цепочка одинаковых маятников закреплена на равном расстоянии вдоль некоторого стержня, причем маятники могут только двигаться перпендикулярно стержню. Соседние маятники соединены легкой упругой нитью. Исследуйте распространение отклонения маятников вдоль цепочки. Какова скорость солитона, если каждый маятник совершает полный оборот вокруг оси?
7. **Вращающееся седло.** Поместите шарик в центр вращающегося седла. Исследуйте динамику шарика и условия, при которых он не упадет с седла.
8. **Пятно от жидкости.** После высыхания капли жидкости (например, капли кофе) на гладкой поверхности остается пятно по границам капли. Исследуйте, почему пятно остается именно на границе капли, и установите параметры, влияющие на характеристики пятна.
9. **Левитация.** Легкий шарик может поддерживаться в восходящем воздушном потоке. Если воздушный поток можно наклонить, то он может продолжить поддерживать мяч. Исследуйте эффект и оптимизируйте систему, чтобы получить максимальный угол наклона, обеспечивающий стабильное положение мяча.
10. **Хаос в цепях.** Известно, что некоторые электрические цепи проявляют хаотическое поведение. Составьте простую цепь с таким свойством, и исследуйте ее поведение.
11. **Голограмма.** Утверждается, что голограмму можно создать своими руками царапая кусок пластика. Сделайте модель подобной «голограммы», дающую изображение «PHYSICS» и исследуйте ее поведение.
12. **Замерзающие капли.** Поместите каплю воды на пластинку, охлажденную примерно до $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$. Замерзая, капля может принять конусовидную форму с острой вершиной. Исследуйте это явление.
13. **Масляные звезды.** При вертикальной вибрации круглого сосуда, заполненного толстым слоем вязкой жидкости (например, силиконовым маслом), можно наблюдать симметричные стоячие волны. Исследуйте и объясните форму и поведение таких стоячих волн.
14. **Магнитные тормоза.** Когда сильный магнит падает внутри ферромагнитной металлической трубы, он испытывает силу сопротивления. Исследуйте явление.
15. **Два воздушных шарика.** Два резиновых воздушных шарика частично заполнены воздухом и соединены между собой трубкой с клапаном.

Оказывается, что в зависимости от начального объема шариков, воздух может течь в различных направлениях. Исследуйте данное явление.

16. **Планер Магнуса.** Склейте доньшки двух легких стаканчиков вместе. Намотайте эластичную ленту вокруг места склейки и зажмите оставшийся свободный конец. Удерживая планер, растяните свободный конец эластичной ленты и затем отпустите планер. Исследуйте движение планера.
17. **Воздушная подушка.** Простая модель судна на воздушной подушке может быть построена с использованием CD-диска и воздушного шарика, наполненного воздухом, которые соединены с помощью трубки. Выходящий воздух может приподнять судно и заставить его плыть над поверхностью с низким коэффициентом трения. Исследуйте, как существенные параметры влияют на время парения над поверхностью.
18. **Поющая трава.** Известно, что дунув вдоль травинки, полоски бумаги и т.п. можно вызвать некоторый звук. Исследуйте данное явление.
19. **Толстая линза.** Сосуд, наполненный жидкостью, может быть использован как линза. Существует мнение, что данная линза может быть опасна, если её оставить на столе в солнечный день. Может ли подобная "линза" опалить поверхность?
20. **Магнитный маятник.** Сделайте лёгкий маятник с маленьким магнитом на свободном конце. Близко расположенный электромагнит, подсоединённый к источнику переменного тока, частота которого гораздо больше собственной частоты маятника, может вызвать незатухающие колебания с различными амплитудами. Изучите и объясните данное явление.
21. **Чашка кофе.** Физики любят пить кофе, однако прогулка с чашкой кофе между лабораториями может быть проблематичной. Исследуйте как форма кружки, скорость передвижения и другие параметры могут влиять на вероятность того, что кофе разольётся.
22. **Запаздывающий маятник.** Если точка подвеса маятника, состоящего из прочной веревки и груза, начинает двигаться вдоль горизонтальной окружности, то при некоторых условиях груз может описать окружность меньшего радиуса. Исследуйте движение маятника и его устойчивые траектории.
23. **Метод ван дер Пау.** Известно, что проводимость материала можно измерить независимо от формы образца, пока он является односвязным (не имеет дырок). Каковы границы применимости такого метода? Исследуйте возможность измерения подобным методом проводимости многосвязных образцов?

24. **Быстрая цепочка** Цепочка, состоящая из деревянных блоков, наклоненных относительно вертикали и соединенных двумя нитями, подвешивается вертикально и затем отпускается. Если цепочка падает на горизонтальную поверхность, то она упадет быстрее по сравнению со случаем свободного падения. Объясните данное явление и исследуйте, как существенные параметры влияют на движение.
25. **Крутильный гироскоп.** Прикрепите ось колеса к вертикальной нити, которая обладает сопротивлением скручиванию. Закрутите нить, раскрутите колесо и отпустите ось колеса. Исследуйте динамику данной системы.
26. **Синхронизация метрономов.** Поместите некоторое число механических метрономов рядом друг с другом и задайте их колебания со случайной фазой. При определенных условиях метрономы синхронизируются в течение несколько минут. Исследуйте явление.
27. **Вакуумная базука** "Вакуумную базуку" можно сконструировать, используя пластиковую трубу, легкий снаряд и пылесос. Создайте такое устройство и найдите условия, при которых скорость снаряда будет максимальной.
28. **Свеча в воде.** Прикрепите небольшой груз к свече так, чтобы она едва плавала в воде. Когда свеча горит, она может продолжать плавать, а может и утонуть. Исследуйте и объясните это явление.
29. **Азимутально-радиальный маятник.** Закрепите один конец горизонтального упругого стержня на жесткой подставке. Поддержите другой конец стержня тугой струной, чтобы избежать вертикального отклонения, и подвесьте груз к стержню на другой струне. В результирующем маятнике радиальные колебания (параллельные стержню) могут спонтанно превращаться в азимутальные колебания (перпендикулярно стержню) и наоборот. Исследуйте явление.
30. **Акустическая левитация** Небольшие объекты могут удерживаться в акустических стоячих волнах. Исследуйте, каким образом и в какой степени можно манипулировать объектами.
31. **Сладкий Мираж.** Фата Моргана – это имя, данное определенной форме миража. Подобный эффект может быть достигнут при освещении лазером жидкости с градиентом показателя преломления. Исследуйте это явление.
32. **Шарики на струне.** Пропустите струну через шар с отверстием в нем, чтобы шар мог свободно перемещаться вдоль струны. Прикрепите другой шар к одному концу веревки. Когда вы периодически перемещаете свободный конец, вы можете наблюдать сложные движения двух шаров. Исследуйте это явление.
33. **Мембранный фильтр.** Тяжелая частица может провалиться сквозь горизонтальную мыльную пленку, не разрывая ее. Однако легкая частица может не проникать сквозь пленку и может оставаться на ее поверхности. Изучите свойства такого мембранного фильтра.

34. **Генератор трения.** Массивный объект помещается на два одинаковых параллельных горизонтальных цилиндра. Каждый из двух цилиндров вращается с одинаковой угловой скоростью, но в противоположных направлениях. Исследуйте, как движение объекта на цилиндрах зависит от соответствующих параметров.
35. **Воронка и шар.** Легкий шарик можно взять с помощью воронки, продув воздухом через него. Объясните явление и исследуйте соответствующие параметры.
36. **Петлевой маятник.** Соедините два груза, один тяжелый и один легкий, нитью на горизонтальном стержне и поднимите тяжелый груз, потянув вниз легкий. Отпустите легкий груз, и он закрутит нить вокруг стержня, удерживая тяжелый груз от падения на землю. Исследуйте это явление.
37. **Тонущие пузыри.** Когда емкость с жидкостью (например, вода) колеблется вертикально, возможно, что пузырьки в жидкости движутся вниз, а не поднимаются. Исследуйте это явление.
38. **Яркие пятна.** Яркие пятна можно увидеть на каплях росы, если смотреть на них под разными углами. Исследуйте это явление с точки зрения количества пятен, их расположения и угла наблюдения.
39. **Гидравлический прыжок.** Когда струя воды падает на горизонтальную плоскость, она вытекает радиально. На каком-то расстоянии от центра его высота слоя растекающейся жидкости внезапно увеличивается. Исследуйте природу явления. Что произойдет, если использовать жидкость более вязкую, чем вода?
40. **Восходящий пузырь.** Вертикальная труба заполнена вязкой жидкостью. На дне трубки выдувается большой воздушный пузырь. Исследуйте форму пузыря в процессе подъема.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Численные методы в физике	Кафедра высшей математики и математической физики	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения	Рекомендовать к утверждению учебную программу в представленном варианте. Протокол № 4 от 28.11.2019г.

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УВО
на 2020/2021 учебный год

№№ пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
высшей математики и математической физики
(протокол № от 2020 г.)

Заведующая кафедрой высшей математики
и математической физики _____ Н.Г. Абрашина-Жадаева

УТВЕРЖДАЮ
Декан физического факультета
к.ф.-м.н., доцент _____ М.С. Тиванов