# О взаимодействии университета и школы в работе с одаренными в области математики учащимися

## Е. П. Гринько,

заведующий кафедрой методики преподавания физико-математических дисциплин, кандидат педагогических наук, доцент, Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина

В последние годы во многих странах наблюдается значительный рост интереса к развитию математической одаренности. Это связано с математизацией наук (физики, астрономии, химии, биологии, медицины, метеорологии, экономики, лингвистики и др.), развитием информационно-коммуникационных технологий (ИКТ). Математика, являясь одной из важнейших составляющих научно-технического прогресса, играет системообразующую роль в образовании и направлена не только на усвоение определенной базы знаний, но и на развитие личности в целом, ее познавательных и созидательных способностей [1].

Одаренность в области математики относят к одному из видов специальной интеллектуальной одаренности. Исследованием проблемы одаренности занимались известные психологи и педагоги К. Тэкэкс, Ф. Гальтон, Дж. Рензулли, Р. Стернберг, И. А. Соколянский, А. В. Петровский и др. Общие аспекты теории способностей представлены в трудах Л. С. Выготского, А. Н. Леонтьева, Н. Ф. Талызиной, Б. М. Теплова и др. Интеллектуальное развитие в процессе обучения изучали Б. Г. Ананьев, Д. Н. Блонский, В. А. Крутецкий, Н. Д. Левитов, Н. С. Лейтес, С. Л. Ру-

Рукапіс паступіў у рэдакцыю 21.03.2019.

бинштейн, Ю. А. Самарин и др. Математические способности и механизмы их развития рассматривались А. Н. Колмогоровым, В. А. Крутецким, Н. А. Менчинской, Н. В. Метельским, А. Я. Хинчиным, Ж. Адамаром, А. Пуанкаре и др. В разработке теории создания образовательных систем, направленных на формирование учащихся как субъектов жизнетворчества, основополагающими являются работы педагогов А. В. Гаврилина, К. В. Гавриловец, В. Т. Кабуша, И. И. Казимирской, В. А. Караковского, Л. И. Новиковой, Г. В. Пальчика, М. М. Поташника, Н. Л. Селивановой, Е. Н. Степанова и др. Вопросы совершенствования педагогического образования разрабатывали В. А. Болотов, В. В. Буткевич, А. И. Жук, И. И. Казимирская, В. А. Капранова, Н. И. Мицкевич, В. П. Тарантей, Л. Н. Тихонов, А. В. Торхова, Л. А. Трубина

Анализ психолого-педагогической литературы позволяет выделить следующие важнейшие для развития одаренности положения:

- 1) развитие природных задатков и способностей человека зависит от психогенетических факторов и внешних условий (среды и воспитания);
- 2) создание особых условий (развивающей среды) ведет к стимуляции творческой активности, выявлению потенциальной одаренности;
- 3) одаренность динамичное образование, которое может с неодинаковой степенью интенсивности проявляться в разные периоды жизни ребенка, а может и угаснуть [3; 4].

Под одаренностью в области математики будем понимать системное, развивающееся качество психики, которое определяет возможность достижения учащимся более высоких результатов в математической деятельности по сравнению со сверстниками. Феноменология развития одаренности учащегося в области математики — это педагогическое явление, выражающееся в развитии математических способностей учащихся путем создания специально организованной образовательной среды, воздействующей на личностный, духовнонравственный и социокультурный потенциал обучаемых [2–4].

В настоящее время все социально-образовательные изменения рассматриваются с позиций глобализации. Этому способствуют технологический прогресс, всеобщая информатизация и развитие системы коммуникаций в образовательном пространстве. Происходит смена образовательной парадигмы от индивидуально ориентированной к кооперативной, подразумевающей объединение групповых и индивидуальных потребностей, возможностей, стратегических целей, тактических задач, получение общего результата от совместной деятельности разных сфер общества. Для этого требуется внедрить в систему образования новые подходы и организационно-экономические механизмы, которые обеспечат эффективное ис-

пользование имеющихся ресурсов, привлекут дополнительные средства, что повысит качество образования на основе обновления его структуры, современных технологий и содержания.

Научные исследования последних лет раскрывают отдельные аспекты модернизации системы работы с одаренными учащимися, но не охватывают всего многообразия видов и форм таких занятий. Университеты обладают огромным потенциалом и опытом работы, который не в полной мере изучен и используется для развития одаренности подрастающего поколения. Взаимодействие университета и школы, формируя особую гибкую, нецентрализованную систему ценностей, в которой все являются партнерами, способно оказывать положительное влияние на единое образовательное пространство региона, значительно повышая качество работы с одаренными учащимися. Цели взаимодействия:

- интеграция интеллектуальных ресурсов, актуальные проблемы развития педагогического образования;
- преемственность в подборе и подготовке компетентных педагогических кадров с мотивированием на педагогическую профессию лучших абитуриентов;
- практико-ориентированная подготовка будущих педагогов и, безусловно, непосредственная работа с одаренными учащимися.

Педагогическое взаимодействие университета и школы входит в более сложную иерархическую систему взаимодействия в образовательном процессе: в этой системе находятся такие подсистемы, как преподавательские и учительские коллективы, классы, группы, родители и др. Разработанная нами модель взаимодействия университета и школы ориентирована на создание организационно-педагогических условий для системы работы по выявлению, поддержке и развитию математической одаренности у учащихся путем организации интегрированной системы обучения. В рамках данной модели реализуются следующие научно-практические основания:

- работа с одаренными студентами и учащимися;
- учебно-методическая и научно-исследовательская работа со студентами, учащимися и учителями:
  - научное консультирование;
- научно-методическое обеспечение учебного процесса;
- апробация современных образовательных технологий:
  - разработка и апробация совместных проектов.

В мировой практике накоплен положительный опыт организации различных взаимодействий в системе образования. К примеру, в России большой популярностью пользуются математические кружки для школьников, действующие в универси-

тетах Санкт-Петербурга, Москвы, Новосибирска, Омска и др. Каждый университет Беларуси также может быть центром интеллектуальной работы с учащимися. Студенты, магистранты, аспиранты и преподаватели могут проводить с одаренными учащимися занятия, знакомить их с интересными математическими задачами и теорией, приучать к логически строгим рассуждениям, постигать красоту и гармонию математики, развивать мышление. Кроме этого, сегодня существует необходимость в создании специальных педагогических условий для сопровождения одаренных детей. Можно выделить следующие основные направления взаимодействия университета и школы:

- организация при университете объединений (центров, творческих групп), в состав которых входят одаренные школьники, студенты, молодые ученые;
- создание клуба одаренных школьников и студентов победителей олимпиад, конкурсов, соревнований, выставок;
- организация института наставничества с привлечением успешных студентов к работе с одаренными учащимися;
- координация работы объединений, в состав которых входят одаренные школьники и студенты;
- организация деятельности на базе физико-математического факультета городского ресурсного центра по работе с одаренными в области математики учащимися, школы юного математика;
- работа преподавателей и студентов в профильных лагерях для одаренных школьников, на факультативах и сборах по подготовке к олимпиадам высокого уровня.

Такие виды взаимодействия полезны не только для одаренных учащихся, но и для преподавателей, магистрантов, аспирантов и студентов. Вуз при тесном взаимодействии с общеобразовательными учреждениями приобретает свою лабораторию по изучению различных аспектов одаренности и разработке технологий обучения и воспитания одаренных учащихся. Современные школы, развивающиеся как открытые образовательные системы, заинтересованы в интенсивном содружестве с университетами. Все чаще внеурочная деятельность становится центром совместной творческой работы ученых и учителей. Основная цель общеобразовательного учреждения в развитии взаимодействия с университетом - поиск дополнительных средств для создания условий и развития способностей учащихся.

Преподавателями кафедры методики преподавания физико-математических дисциплин БрГУ имени А. С. Пушкина разработано содержание занятий для одаренных учащихся школ по следующей тематике:

1. Элементы теории чисел (Простые и составные числа. Основная теорема арифметики. НОД и НОК,

алгоритм Евклида. Цепные дроби. Линейные диофантовы уравнения. Системы линейных диофантовых уравнений. Простейшие диофантовы уравнения второй степени. Диофантовы уравнения высших степеней. Пифагоровы тройки. Элементы теории сравнений. Малая теорема Ферма, теорема Эйлера, теорема Вильсона. Китайская теорема об остатках. Мультипликативные функции теории чисел. Квадратичные вычеты. Уравнения типа Каталана).

- 2. Элементы теории множеств (Язык теории множеств. Операции над множествами. Отображения множеств. Формула включения-исключения. Разбиения множеств. Отношения множеств. Конечные, бесконечные множества. Топология точечных множеств на прямой и плоскости).
- 3. Элементы комбинаторики (Основные комбинаторные принципы. Соединения: перестановки, размещения, сочетания, сочетания с повторениями. Бином Ньютона).
- 4. Элементы теории многочленов (Делимость многочленов. Корни многочленов. Теорема Безу. Схема Горнера. Теорема Виета для многочленов произвольных степеней. Основная теорема арифметики многочленов. Основная теорема алгебры. Многочлены с действительными, целыми, рациональными коэффициентами. Неприводимые многочлены. Признаки неприводимости многочленов. Многочлены нескольких переменных. Симметрические многочлены).
- 5. Элементы теории графов (Язык теории графов. Простейшие числовые характеристики и типы графов. Классические теоремы теории графов. Теория Дилворта. Теория Рамсея).
- 6. Последовательности (Арифметическая и геометрическая прогрессии. Рекуррентные последовательности. Возвратные последовательности. Пределы последовательностей).
- 7. Неравенства (Векторный метод решения неравенств. Построение геометрической модели неравенств. Использование производной при решении неравенств. Классические неравенства о средних. Неравенства Коши-Буняковского, Бернулли, Йенсена, Гельдера, Чебышева. Теория Мюрхеда. Геометрические неравенства).
- 8. Функции. Функциональные уравнения (Задачи на использование свойств функций: области определения, множества значений, непрерывности, монотонности, четности (нечетности), периодичности; анализ графиков функций. Функциональный подход при решении уравнений и неравенств. Функциональные уравнения с условиями непрерывности, ограниченности, с дискретной областью определения. Метод Коши. Функциональные замены).
- 9. Комплексные числа (Алгебраическая и тригонометрическая формы. Формула Муавра. Решение алгебраических задач с применением комплексных чисел).

- 10. Планиметрия (Треугольник (замечательные точки и линии треугольника и их свойства). Теорема Менелая. Теорема Чевы. Теорема Морлея. Теорема Штейнера-Лемуса. Четырехугольники. Окружности, комбинации многоугольников и окружностей. Геометрические места точек. Комплексные числа в геометрии).
- 11. Стереометрия (Призмы и пирамиды. Теорема Польке-Шварца. Сечения многогранников. Тела вращения. Комбинации многогранников и тел вращения).
- 12. Комбинаторная геометрия (Язык комбинаторной геометрии: выпуклые фигуры, выпуклая оболочка, опорные прямые, диаметр фигуры).
- 13. Аналитические и синтетические методы в геометрии (Метод площадей. Дополнительные построения как метод решения задач. Метод координат. Векторы и их применение. Геометрия масс. Геометрия преобразований. Теорема Шаля. Преобразования подобия. Гомотетия. Аффинные и проективные преобразования. Композиции преобразований).
- 14. Методы решения олимпиадных задач (Матричный метод. Круги Эйлера. Принцип Дирихле. Правило крайнего. Инварианты. Четность, нечетность. Игры, турниры, стратегии и алгоритмы. Задачи на раскраски, укладки, замощения. Задачи комбинаторно-логического характера. Метод математической индукции).

Разработанное содержание реализуется на занятиях с учащимися. Занятия проводятся на базе физико-математического факультета. Это факультативы «Готовимся к олимпиадам по математике» и «Методы решения задач по математике», школа юного математика, занятия в ресурсном центре, консультации. Подготовлены ЭУМК (размещены на сайте кафедры), изданы учебно-методические пособия по различным аспектам развития одаренности.

В целях информационного обеспечения процесса подготовки учащихся к олимпиадам высокого уровня на кафедре:

- создана база данных о современных образовательных технологиях, применяемых для подготовки учащихся к олимпиадам высокого уровня;
  - проводятся олимпиады и конкурсы;
- обобщается передовой опыт работы по подготовке учащихся к олимпиадам высокого уровня;
- проводятся семинары, мастер-классы, тренинги для повышения методической подготовки преподавателей к работе с учащимися в обозначенном выше контексте;
- осуществляется научно-методическая поддержка работы общеобразовательных учреждений по подготовке учащихся к олимпиадам высокого уровня.

С одаренными школьниками работают будущие учителя математики. К примеру, студенты А. Головач и П. Белоус разработали и внедрили в образо-

вательный процесс серию занятий с учащимися по теме «Методы решения диофантовых уравнений»: история диофантовых уравнений; методы решения диофантовых уравнений (метод полного перебора всех возможных значений переменных, входящих в уравнение; метод разложения на множители; метод, основанный на выражении одной переменной через другую и выделении целой части дроби; метод, основанный на выделении полного квадрата; метод решения уравнения с двумя переменными как квадратного относительно одной из переменных; метод, основанный на оценке выражений, входящих в уравнение; метод бесконечного (непрерывного) спуска; решение диофантовых уравнений с помощью алгоритма Евклида; решение диофантовых уравнений с помощью цепных дробей; решение диофантовых уравнений с помощью сравнений; методы решения диофантовых уравнений второй степени и выше).

С 2015 г. проводится Международная математическая олимпиада Приграничья для студентов и учащихся 9–11 классов учреждений общего среднего образования (Брест – Белосток – Вильнюс – Смоленск – Одесса). Ее организаторы – кафедра методики преподавания физико-математических дисциплин БрГУ имени А. С. Пушкина и кафедра дидактики и новейших технологий в профессиональном образовании университета в Белостоке (Польша). Олимпиада проводится при содействии управления по образованию Брестского облисполкома и Брестского филиала компании ЕРАМ Systems в три тура.

Первый интернет-тур проходит с 1 декабря по 20 декабря.

Второй тур проводится в феврале в каждом из университетов; участникам олимпиады предлагается в течение четырех часов решить шесть задач (задачи от представителей стран-участниц).

Третий очный тур проводится в марте в университете одной из стран-участниц (для победителей второго тура).

Для проведения интернет-тура олимпиады разработана платформа «Оскар» (разработчик – аспирант кафедры В. Я. Логвинович) [5] (рис. 1).

На основе платформы создан сайт «Международная олимпиада по математике». Проект «Белорусско-польская интернет-олимпиада по математике» стал финалистом конкурса «APP4EDUCATION в поддержку идеи «Экспресс ООН–70» в номинации «Образование без границ».

Кроме олимпиады кафедрой проводится Международный конкурс эрудитов для учащихся 8-х классов (Брест – Белосток).

При проведении научных исследований учащиеся часто испытывают определенные трудности. В ходе консультаций в университете они имеют возможность получить квалифицированную помощь по различным аспектам научно-ис-

следовательской работы, среди которых: основные понятия научно-исследовательской работы; методологические категории, характеризующие научное исследование: проблема, тема, актуальность, объект и предмет исследования, цель, задачи, гипотеза и защищаемые положения, новизна, теоретическая и практическая значимость; организация и техника научного исследования; теоретические и экспериментальные исследования; выбор направления исследования; этапы научно-исследовательской работы; выбор методов исследования; эксперимент; анализ результатов исследования; обработка результатов научных исследований; основные требования к содержанию излагаемого исследовательского материала; концептуальная направленность; определенность и однозначность употребляемых понятий и терминов; четкое выделение нового, найденного в исследовательском поиске, и авторской позиции; требования к логике и методике изложения исследовательского материала и др.

В рамках работы студенческих научно-исследовательских групп практикуется выполнение совместных с учащимися научно-исследовательских проектов. Так, исследуя тему «Теорема Пифагора и способы ее доказательства», учащиеся и студенты совместно открывают много нового для себя. Во-первых, это богатейший исторический материал. Во-вторых, существуют сотни способов доказательства теоремы Пифагора: доказательство Эйнштейна, доказательство с помощью разбиения ан-Найризия, доказательство методом разложения квадратов на равные части («колесо с лопастями»), доказательство методом достроения, доказательство Нассир-эд-Дина, доказательство Гофмана, доказательство Бхаскари, доказательство Мельманна, доказательство Гарфилда и др. Преподаватели и студенты университета квалифицированно и увлекательно знакомят учащихся с интереснейшими математическими фактами, открытиями и достижениями современной математики. К примеру, основная часть научно-исследовательской работы по теме «Четырехмерное пространство», выполненной группой школьников и студентом, содержит:

- аксиоматику четырехмерного евклидова пространства;
- подпространства четырехмерного векторного пространства;
  - основные объекты четырехмерной геометрии;
- основные метрические понятия четырехмерной геометрии;
- четырехмерный симплекс (обобщение понятия отрезка, треугольника, тетраэдра);
- выпуклые фигуры (многогранники, сфера) четырехмерной геометрии;
- теорему Эйлера для выпуклых сверхмногогранников;

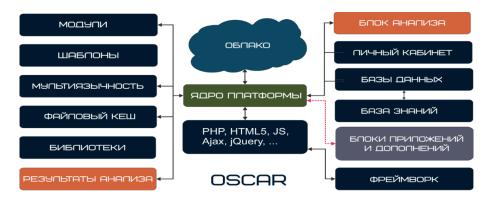


Рис. 1. Модель платформы «Оскар»

- преобразования четырехмерного пространства:
  - геометрию Минковского;
- связь пространства событий специальной теории относительности и геометрии Минковского;
  - преобразования Лоренца и их следствия.
- В рамках данной темы исследования решены следующие задачи:

Задача 1. Как выглядит развертка сверхкуба?

Задача 2. Какая получится фигура, если сверхкуб пересечь гиперплоскостью, проходящей через его центр и перпендикулярной его диагонали?

Задача 3. Вычислить расстояние между гранью сверхкуба с единичным ребром и его диагональю, не пересекающей эту грань.

Задача 4. Вычислить угол между диагональю сверхкуба и гиперплоскостью, проходящей через концы четырех его ребер, имеющих с этой диагональю одну и ту же общую вершину сверхкуба.

*Задача 5*. Вычислить угол между диагональю сверхкуба и его ребром; гранью; гипергранью.

 $3a\partial a 4a$  6. Что представляет собой сечение сверхкуба гиперплоскостью  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1$ ?

*Задача 7.* Чему равна длина диагонали сверхкуба, ребро которого равно 1?

Кроме помощи преподавателей кафедры в подготовке научно-исследовательских работ, учащиеся и учителя школ г. Бреста имеют возможность познакомиться с тем, как это направление деятельности осуществляется в Польше и Венгрии. На международном научно-практическом семинаре «Путь в профессию: о работе с одаренными детьми», который ежегодно проводится кафедрой методики преподавания физико-математических дисциплин, профессор из университета имени Лоранда Этвёша (Будапешт) Иштван Ленарт рассказал об исследованиях в сферической геометрии, познакомил участников с работами венгерских учащихся по этой теме. Большой интерес проявлен и к исследованиям профессора И. Ленарта по теории чисел. Присутствующим была продемонстрирована связь между периодическими и иррациональными числами, введен новый метод преобразования некоторых чисел в периодическую форму в факториальном ряду, который является обобщением системы факторных чисел. Доктор Анна Рыбак из университета г. Белостока на семинаре представила исследовательские работы польских учащихся по проблеме доказательства математических утверждений.

Ежегодно кафедра методики преподавания физико-математических дисциплин БрГУ имени А. С. Пушкина проводит международную научно-практическую конференцию «Формирование готовности будущего учителя математики к работе с одаренными учащимися». В мероприятии принимают участие представители из различных регионов Беларуси, России (Белгород, Москва, Смоленск, Сочи), Польши (Белосток), Венгрии (Будапешт), США (Нью-Йорк). Это научные работники, преподаватели вузов, учителя общеобразовательных учреждений, аспиранты, магистранты, студенты, учащиеся школ (совместно с научными руководителями). По результатам конференции издается сборник материалов, в котором публикуются наиболее интересные работы одаренных учащихся.

Педагогическая практика студентов – еще один из примеров тесного взаимодействия университета и школы, который затрагивает работу с одаренными учащимися. Педагогическая практика играет важную роль в профессиональном становлении будущих учителей математики, соединяя их теоретическую подготовку в университете с практической деятельностью в общеобразовательных учебных заведениях. Цели педпрактики - завершение формирования профессиональных компетенций студента-педагога, практическое освоение основных функций работы учителя-предметника, непосредственное знакомство с ключевыми элементами работы классного руководителя. В ходе практики происходит интеграция теоретических представлений в области психолого-педагогических дисциплин, приобретается опыт работы учителя в реальных условиях, формируются необходимые профессиональные умения и навыки, возникают необходимые условия для деятельностного и рефлексивного отношения к педагогическому труду.

Студенты педагогических специальностей физико-математического факультета нацеливаются на включение при конструировании учебного процесса эвристических, игровых, проблемных и активных методов обучения, системы задач, направленных на достижение целей развития одаренных учащихся.

Студентам рекомендуются следующие принципы разработки урока, направленного на развитие одаренных в области математики учащихся:

- усложнение содержания учебной деятельности за счет углубления и большей абстрактности предлагаемого материала;
- ориентация на интеллектуальную инициативу учащихся;
- преобладание мыслительной деятельности учащегося над репродуктивным усвоением знаний;
- актуализация лидерских возможностей школьников;
- активная самостоятельная деятельность школьников:
  - развитие познавательной потребности.

Эффективность педагогической практики серьезно повышается за счет активизации деятельности студенческих научно-исследовательских групп на базе филиалов кафедры (ГУО «Лицей N 1 имени А. С. Пушкина г. Бреста» и ГУО «Средняя школа M 7 г. Бреста») и привлечения учащихся старших классов к исследовательской работе на базе университета.

В работе с одаренными учащимися в условиях взаимодействия университета и школы активно используются дистанционные технологии — образовательные технологии, реализуемые с применением информационно-телекоммуникационных сетей при опосредованном (на расстоянии) взаимодействии обучающихся и педагогических работников [6].

Дистанционные технологии обладают высокой эффективностью (одаренные дети, как правило, являются еще и активистами, поэтому они могут в зависимости от своих способностей обучаться по индивидуальному учебному плану, отвечающему личным потребностям, а также выбирая время, место и темп решения задач).

По технической основе передачи данных предпочтение отдано таким формам дистанционного обучения, как:

- средства аудиографики (интерактивные доски, а также учебное кино, радио, телевидение);
  - интерактивное Web TV и видеоконференции;
  - телеконференции Usenet, IRC;
  - электронная почта и листы (списки) рассылки;
  - web-страницы;
- средства обмена сообщениями по компьютерной сети в режиме реального времени (чат, Skype, Вайбер, Wiki, web-форум и др.).

Дистанционная поддержка одаренных учащихся в условиях взаимодействия университета и общеобразовательной школы способствует:

- эффективной реализации индивидуального подхода и личностной ориентации содержания обучения учащихся;
- активизации работы учащихся на основе использования творческих заданий и проектирования;
- расширению возможностей в работе с одаренными учащимися, особенно в организации их самостоятельной работы во внеурочное время;
- увеличению доступности использования дополнительного материала учащимися для углубленного изучения отдельных тем и разделов математики;
- расширению доступа учащихся к различным источникам информации.

# Список использованных источников

- 1. Главный информационно-аналитический центр. Инструктивно-методические письма [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.giac.unibel.by/ru/main.aspx?guid=17081. Дата доступа: 15.04.2018.
- 2. Современный словарь по педагогике / сост. Е. С. Рапацевич. Минск: Современ. слово, 2001. 928 с.
- 3. Рабочая концепция одаренности / Д. Б. Богоявленская [и др.]; под ред. В. Д. Шадрикова. М., 1998. 420 с.
- 4. *Гринько, Е. П.* Подготовка в университете будущего учителя математики к работе с одаренными учащимися: монография / Е. П. Гринько; М-во образования Респ. Беларусь; Брест. гос. ун-т им. А. С. Пушкина. Брест: БрГУ, 2017. 241 с
- 5. Логвинович, В. Я. Информационные и игровые технологии в инклюзивном образовании. Возможности платформы «ОСКАР» / В. Я. Логвинович // Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. 2017. № 9. С. 38—43.
- 6. *Полат, Е. С.* Теория и практика дистанционного обучения: учеб. пособие для студентов высш. пед. учеб. заведений / Е. С. Полат, М. Ю. Бухаркина, М. В. Моисеева; под ред. Е. С. Полат. М.: Академия, 2004. 416 с.

## Аннотапия

В статье представлена модель взаимодействия университета и общеобразовательных учреждений как одно из эффективных условий сопровождения и развития одаренности учащихся в области математики. Раскрываются основные направления взаимодействия вуза и школы. Предложена система конкретных мероприятий.

# Abstract

The article presents a model of interaction between the university and educational institutions as one of the effective conditions for the maintenance and development of students' talent in the field of mathematics. The main directions of interaction of the university and the school are revealed; proposed a system of specific activities.