

# Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе  
и образовательным инновациям

О.И. Чуприс

«12» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Регистрационный № УД-7594 /уч.

## Современные численные методы и пакеты прикладных программ в механике

---

Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности:

1-31 80 04 Механика и математическое моделирование

*Профилизация: Теоретическая и прикладная механика*

Минск, 20\_\_ г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 80 04-2019 и учебного плана № G31-019/уч., утвержденного 11.04.2019.

**СОСТАВИТЕЛЬ:**

**Журавков М.А.**, заведующий кафедрой теоретической и прикладной механики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

**Юркевич К.С.**, доцент кафедры био- и наномеханики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

**Василевич Ю.В.**, заведующий кафедрой сопротивления материалов и теоретической механики Белорусского национального технического университета, доктор физико-математических наук, профессор;

**Коновалов О.Л.**, заведующий НИЛ факультета прикладной математики и информатики, кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой теоретической и прикладной механики механико-математического факультета Белорусского государственного университета (протокол № 11 от 14.06.2019);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 5 от 28.06.2019)

Зав.кафедрой \_\_\_\_\_ М.А. Журавков

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### Цели и задачи учебной дисциплины

**Цель** учебной дисциплины *«Современные численные методы и пакеты прикладных программ в механике»* - развитие знаний, компетенций и навыков обучающихся в области численных методов механики, современных пакетов прикладных программ.

**Задачи** учебной дисциплины *«Современные численные методы и пакеты прикладных программ в механике»*:

- знакомство с современными технологиями проведения численного анализа в механике;
- знакомство со средствами распределенных вычислений;
- знакомство с современными сопряженными методами численного анализа;
- освоение облачных средств написания программного кода и запуска расчетов;
- освоение современных методов сбора и анализа данных;
- знакомство и освоение современных пакетов прикладных программ для различных разделов механики.

**Место учебной дисциплины** в системе подготовки специалиста с высшим образованием (магистра).

Учебная дисциплина относится к модулю «Актуальные вопросы современной механики» государственного компонента.

**Связи** с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Дисциплина связана со следующими дисциплинами:

«Механика неупругого и нелинейного деформирования твердого тела», «Гидродинамическая неустойчивость и турбулентность»;

«Современная биомеханика», «Аналитические модели в биомеханике», «Механико-математические модели современной геомеханики», «Решение прикладных задач механики в специализированных пакетах»;

«Динамика многоэлементных механических систем», «Математическое моделирование многофазных, дисперсных сред и сопряженных задач механики», «Компьютерное проектирование, моделирование и анализ сложных систем», «Механика наноразмерных структур».

### Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины *«Современные численные методы и пакеты прикладных программ в механике»* должно обеспечить формирование следующей **углубленной профессиональной компетенции**:

УПК-2: обладать способностью применять численные методы и пакеты прикладных программ к прикладной и теоретической механике, уметь ориентироваться в современных алгоритмах компьютерной математики.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

**знать:**

- основные подходы к классификации современных методов численного анализа в механике и основные современные группы численных методов задач механики;
- основные современные тенденции и направления развития семейства методов сеток, основные достоинства и недостатки методов сеток, современные разделы механики эффективного использования методов сеток;
- основные современные тенденции и направления развития семейства методов интегральных уравнений и граничных элементов, основные достоинства и недостатки методов интегральных уравнений, современные разделы механики эффективного использования методов интегральных уравнений;
- основные современные тенденции и направления развития семейства методов конечных элементов, основные достоинства и недостатки методов конечных элементов применительно к различным классам задач механики;
- основы метода дискретных элементов, основные достоинства и недостатки методов дискретных элементов;
- основные направления развития и построения численных схем решения задач механики на основе смешанных технологий, основные смешанные методы численного анализа задач механики.

**уметь:**

- обоснованно выбирать численный метод для рассматриваемой задачи механики;
- корректно осуществлять построение численной модели в соответствии с выбранным численным методом;
- выполнять численный анализ состояния деформируемых тел со сложной геометрией, структурой и особенностями, и смешанными граничными условиями.

**владеть:**

- навыками построения сеточной, структурной и механической моделей численного анализа задач механики;
- разработки и отладки программного кода для численного анализа;
- интерпретации и представления результатов расчетов в необходимом виде.

### **Структура учебной дисциплины**

Дисциплина изучается в 1 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Современные численные методы и пакеты прикладных программ в механике» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 108 часов, в том числе 54 аудиторных часов, из них: лекции – 18 часов, лабораторные занятия – 36 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации по учебной дисциплине – экзамен.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### РАЗДЕЛ 1. О МЕТОДАХ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В РАМКАХ МОДЕЛЕЙ СПЛОШНОЙ И ДИСКРЕТНЫХ СРЕД

#### Тема 1.1. Введение в дисциплину. Общая характеристика численных методов механики

О подходах к классификации численных методов. Современная классификация численных методов, их краткая характеристика. Основные этапы построения численных моделей выделенных групп методов.

### РАЗДЕЛ 2. ОСНОВНЫЕ СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА В МЕХАНИКЕ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА. КОНТИНУАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ

#### Тема 2.1. Метод конечных разностей и его современные реализации.

Основные принципы метода конечных разностей. Современные подходы к построению сеток. Метод конечных объемов и иные модификации метода конечных разностей. Учет наличия трещин и нелинейный анализ в методе конечных разностей/методе конечных объемов. Современные пакеты, реализующие технологии метода конечных разностей.

#### Тема 2.2. Метод граничных элементов и его современные реализации.

Основные принципы метода граничных элементов, метода граничных интегральных уравнений. Прямая и неявная формулировки метода граничных интегральных уравнений. Моделирование нелинейности и неоднородной структуры. Моделирование трещин. Альтернативные формулировки, связанные с методом граничных элементов. Развитие метода граничных элементов. Современные пакеты, реализующие технологии метода граничных элементов /метода граничных интегральных уравнений.

#### Тема 2.3. Метод конечных элементов и родственные ему методы.

Основные принципы метода конечных элементов. Моделирование нелинейности и неоднородной структуры. Моделирование трещин и нарушений в твердых деформируемых средах. Производные технологии метода конечных элементов, их характеристика. Современные пакеты, реализующие технологии метода конечных элементов.

#### Тема 2.4. «Безсеточные» методы.

Основные понятия и принципы безсеточных методов.  $h$ -метод и  $p$ -метод сходимости. Примеры безсеточных методов, их характеристика.

Тема 2.5. Достоинства и недостатки континуальных методов применительно к решению «нестандартных» прикладных задач механики.

Основные преимущества различных классов континуальных методов и их недостатки при решении разнообразных типов задач механики.

### **РАЗДЕЛ 3. ОСНОВНЫЕ СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА В МЕХАНИКЕ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА. ДИСКРЕТНЫЕ МЕТОДЫ**

**Тема 3.1. О методах дискретных элементов. Явные и неявные реализации метода дискретных элементов.**

Общие понятия и положения метода дискретных элементов. Явные и неявные методы. Различные реализации метода дискретных элементов. Дискретизация и построение блоков. Определение связей между блоками, представление контактов. Уравнения связей блочных структур. Метод отдельных элементов. Метод анализа дискретных деформаций. Метод дискретных элементов для систем частиц. Модели покрытия динамической решеткой.

**Тема 3.2. Метод сетки дискретных трещин.**

Основные принципы метода сетки дискретных трещин. Стохастическое моделирование систем трещин. Моделирование течения жидкости в трещинах. Теория просачивания.

**Тема 3.3. Метод молекулярной динамики.**

Основные принципы и подходы метода молекулярной динамики.

**Тема 3.4. Решеточная модель.**

Основные принципы и подходы построения алгоритмов решеточных моделей. Типы решеточных моделей.

**Тема 3.5. Эффективность и недостатки дискретных методов.**

Основные преимущества различных реализаций дискретных методов и их недостатки при решении разнообразных типов задач механики.

### **РАЗДЕЛ 4. ОСНОВНЫЕ СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА В МЕХАНИКЕ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА. СОПРЯЖЕННЫЕ МЕТОДЫ.**

**Тема 4.1. Гибридные модели. Сплошные и разрывные сопряженные методы.**

Основные определения. Принципы построения гибридных моделей. Примеры задач, реализованных на базе гибридных моделей. Классификация сопряженных методов.

**Тема 4.2. Гибридные методы конечных элементов/методы граничных элементов, методы дискретных элементов/методы граничных элементов, методы конечных элементов/методы дискретных элементов модели.**

Сущность гибридных методов конечных элементов/методов граничных элементов, методов дискретных элементов/методов граничных технологий. Основные области использования различных гибридных методов.

**Тема 4.3. Многомасштабные сопряженные методы.**

Сущность технологий многомасштабного (разномасштабного) моделирования. Использование данной технологии для моделирования процессов трещинообразования и разрушения. Типы многомасштабных сопряженных методов.

## **РАЗДЕЛ 5. ОСНОВНЫЕ СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА В МЕХАНИКЕ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА. ИНЫЕ ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ.**

**Тема 5.1. Краткая характеристика численных методов, отличных от базовых (метод конечных разностей, метод конечных элементов, метод граничных элементов).**

Метод нейронных сетей. Численно-экспериментальные подходы.

## **РАЗДЕЛ 6. ПЛАТФОРМА АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ *KNOWLEDGE BRIDGE*.**

**Тема 6.1. Введение в платформу автоматизированного проектирования *Knowledge Bridge*. Концептуальные элементы *kBridge*: дизайн, модель и правила.**

История ЕТО (Engineering to Order) платформ. Обзор существующих решений. Философия и возможности платформы *Knowledge Bridge (kBridge)*. Архитектура платформы. Создание нового *kBridge* проекта.

Редактор *kBridge* проекта. Определение дизайна и модели. Виды правил в *kBridge*. Создание правил и их типы. Поведенческие флаги.

**Тема 6.2. Правила для генерации моделей. Параметры. Позиционирование и ориентация. Ссылки. Наследование.**

Специальный тип правил (child rule). Способы добавления моделей в дерево и удаления моделей из дерева. Определения параметра и правила с флагом параметра. Концепция общих дизайнов. Задание параметров верхнего уровня.

Системы координат в *kBridge*. Синтаксис правил для позиционирования. Примеры позиционирования.

Что означают ссылки в *kBridge*. Ссылки на модели вниз по дереву. Ссылки на модели вверх по дереву. Специальные ссылки. Использование выбора графических элементов для создания ссылок.

Определение понятия наследования в *kBridge*. Как наследование работает в *kBridge*. Способы перезаписи правил. Концепция абстракции.

**Тема 6.3. Геометрия и базовая библиотека *kBridge*. *Javascript* как язык создания правил в *kBridge*. Методы и глобальные функции.**

Обзор базовой библиотеки дизайнов. Категории дизайнов. Правила конфигурации. Модели и правила для моделей в *kBridge*. Сохранение и загрузка моделей.

Основы *Javascript*. Объявление переменных. Операторы, условные операторы, массивы, циклы, объекты.

Синтаксис для методов в *kBridge*. Глобальный *R* метод. Библиотека математических функций.

**Тема 6.4. Интеграция *kBridge* с другими продуктами.**

Интеграция с базой данных *SQL*. Интеграция с Microsoft Excel. Интеграция с Microsoft Word.

**Тема 6.5. Разработка пользовательского интерфейса для проекта *kBridge*. Динамические объекты в *kBridge*.**

Реализация пользовательского интерфейса в *kBridge*. Типы контролов. Примеры организации пространства при создании пользовательского интерфейса. Позиционирование контролов.

Возможности применения объектов с динамическим позиционированием и ориентацией в *kBridge*. Создание и настройка коннекторов. Примеры создания коннекторов для моделей.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### Дневная форма получения образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов						Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное	Количество часов УСР	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.1.	Введение в дисциплину. Общая характеристика численных методов механики.	1						Собеседование, устный опрос
2.1	Метод конечных разностей и его современные реализации.	1			2			Защита научно-исследовательских эссе
2.2.	Метод граничных элементов и его современные реализации	2			4			Защита научно-исследовательских эссе
2.3	Метод конечных элементов и родственные ему методы	2			4			Защита научно-исследовательских эссе
2.4, 2.5	«Безсеточные» методы. Достоинства и недостатки континуальных методов применительно к решению «нестандартных» прикладных задач механики.	2						Собеседование, устный опрос
3.1	О методах дискретных элементов. Явные и неявные реализации метода дискретных элементов.	2						Защита научно-исследовательских эссе
3.2, 3.3, 3.4, 3.5	Метод сетки дискретных трещин. Метод молекулярной динамики. Решеточная модель. Эффективность и недостатки дискретных методов.	2						Собеседование, устный опрос
4.1, 4.2, 4.3.	Гибридные модели. Сплошные и разрывные сопряженные методы. Гибридные методы конечных элементов/методы граничных элементов, методы дискретных элементов/методы граничных элемен-	2			2			Защита научно-исследовательских эссе

	тов, методы конечных элементов/методы дискретных элементов модели. Многомасштабные сопряженные методы.						
5.1	Краткая характеристика численных методов, отличных от базовых (метод конечных разностей, метод конечных элементов, метод граничных элементов).	2					Собеседование, устный опрос
6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5	Введение в платформу автоматизированного проектирования Knowledge Bridge. Концептуальные элементы kBridge: дизайн, модель и правила. Правила для генерации моделей. Параметры. Позиционирование и ориентация. Ссылки. Наследование. Геометрия и базовая библиотека kBridge. Javascript как язык создания правил в kBridge. Методы и глобальные функции. Интеграция kBridge с другими продуктами. Разработка пользовательского интерфейса для проекта kBridge. Динамические объекты в kBridge.	2		24			Отчеты по лабораторным работам с их устной защитой
	<b>Итого</b>	<b>18</b>		<b>36</b>			

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Перечень основной литературы

1. Гляков С.А., Громько О.В., Журавков М.А., Медведев Д.Г. Компьютерная механика. Динамический и кинематический анализ механических систем: курс лекций / под ред. М.А.Журавкова. Мн.: БГУ, 2006. 375 с.
2. Журавков М.А. Фундаментальные решения теории упругости и некоторые их применения в геомеханике, механике грунтов и оснований. Курс лекций. Минск: БГУ, 2008. 247 с.
3. Журавков М.А., Коновалов О.Л., Богдан С.И., Прохоров П.А., Круподеров А.В. Компьютерное моделирование в геомеханике / Под общ. ред. М.А. Журавкова. Мн. БГУ, 2008. 443 с.
4. Computer Mechanics: Introduction to FEA and CAD/CAE Systems: lecture course / Громько О.В., Журавков М.А., Медведев Д.Г., Гляков С.А., Громько А.О., Громько А.О., Царева А.А.; под общ. ред. проф. М.А. Журавкова. – Минск: БГУ, 2011. – 303 с.
5. Журавков М.А., Круподеров А.В., Щербаков С.С. Гранично-элементное моделирование в механике. Учебное пособие для обучающихся по специальности «Механика и математическое моделирование». – Минск: БГУ, 2014. – 174 с. (учебное пособие с грифом УМО).

### Перечень дополнительной литературы

1. Wang TL, Tang XM. Finite-difference modeling of elastic wave propagation: A nonsplitting perfectly matched layer approach. *Geophys*, 2003; 68: 1749-1755.
2. Pan EN, Chen CS, Amadei B. A BEM formulation for anisotropic half-plane problems. *Eng Anal Bound Elem.*, 1997; 20: 185-195.
3. Saez A, Dominguez J. Dynamic crack problems in three-dimensional transversely isotropic solids. *Eng Anal Bound Elem.*, 2001; 25: 203-210.
4. Nishimura N. Fast multipole accelerated boundary integral equation methods, *Appl Mech Rev*, 2002; 55: 299-324.
5. Bonnet M, Maier G, Polizzotto C. Symmetric Galerkin boundary element methods. *Appl Mech Rev*, 1998; 51: 669-703.
6. Maier G, Frangi A. Symmetric boundary element method for "discrete" crack modelling of fracture processes. *CAMES*, 1998; 5: 201-226.
7. Liu GR, Gu YT. Boundary meshfree methods based on the boundary point interpolation methods. *Eng Anal Bound Elem.*, 2004; 28: 475-487.
8. Nicolazzi LC, Barcellos CS, Fancello EA, Duarte CAM. Generalized boundary element method for galerkin boundary integrals. *Eng Anal Bound Elem.*, 2005; 29: 494-510.
9. ABAQUS. Abaqus reference manuals, 2005.
10. Bonora N. A nonlinear CDM model for ductile failure. *Eng Fract Mech (UK)*, 1997, 58: 11-28.

11. Kuna-Ciska, H, Skrzypek JJ. CDM based modelling of damage and fracture mechanisms in concrete under tension and compression. *Eng Fract Mech*, 2004; 71: 681-698.
12. Zienkiewicz OC, Hinton E, Biccianic N, Fejzo P. Computational models for the transient dynamic analysis of concrete dams. *Dams and Earthquake*, Inst. of Civil Engineers, London, 1980.
13. Abdollahi A. Investigation of objectivity in the application of the FEM to RC structures - II. *Comput Struct*, 1996; 58: 1183-1211.
14. Ali A. FEM analysis of concrete structures subjected to mode-I and mixed-mode loading conditions. *Comput Struct*, 1996; 61: 1043-1055.
15. Andreev K, Harmuth H. FEM simulation of the thermo-mechanical behaviour and failure of refractories - A case study. *J Mater Process Tech*, 2003; 143-144(1): 72-77.
16. Chambart M. An anisotropic delay-damage model to simulate reinforced concrete structures in dynamics. *Proc of 1st EPFL Doct Conf Mech*, 2010; 21-25.
17. Ansys Inc. <http://www.ansys.com/>, 2018.
18. Molinari JF, Gazonas G, Raghupathy R, Rusinek A, Zhou F. The cohesive element approach to dynamic fragmentation: The question of energy convergence. *Int. J. Numer. Meth. Engng*, 2007; 69: 484-503.
19. Yang ZJ, Chen J. Finite element modelling of multiple cohesive discrete crack propagation in reinforced concrete beams. *Eng Fract Mech*, 2005; 72: 2280-2297.
20. Zhou F, Molinari JF. Dynamic crack propagation with cohesive elements: A methodology to address mesh dependency. *Int. J. Numer. Meth. Eng*, 2004; 59: 1-24.
21. Zhou FH, Molinari JF, Ramesh KT. A cohesive model based fragmentation analysis: effects of strain rate and initial defects distribution. *Int J Solid Struct*, 2005; 42: 5181-5207.
22. Molinari JF, Ortiz M. Three-dimensional adaptive meshing by subdivision and edge-collapse in finite-deformation dynamic-plasticity problems with application to adiabatic shear banding. *Int. J. Numer. Meth. Eng*, 2002; 53: 1101-1126.
23. Strouboulis T, Copps K, Babuska I. The generalized finite element method: an example of its implementation and illustration of its performance. *Int. J. Numer. Meth. Engng*, 2000; 47: 1401-1417.
24. Terada K, Asal M, Yamagishi M. Finite cover method for linear and non-linear analyses of heterogeneous solids. *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 2003; 58: 1321-1346.
25. Terada K, Ishii T, Kyoya T, Kishino Y. Finite cover method for progressive failure with cohesive zone fracture in heterogeneous solids and structures. *Comput. Mech.*, 2007; 39: 191-210.
26. Chiou YJ, Lee YM, Tsay RJ. Mixed mode fracture propagation by manifold method. *Int J Fract.*, 2002; 114: 327-347.
27. Zhao GF, Ma GW, Zhang HH, Zhao J. A numerical manifold method for plane micropolar elasticity, *Int. J. Comput. Meth.*, 2010; 7(1): 151-166.

28. Terada K, Kurumatani M. An integrated procedure for three-dimensional structural analysis with the finite cover method. *Int. J. Numer. Meth. Eng*, 2005; 63: 2102-2123.
29. Strouboulis T, Zhang L, Babuska I. Generalized finite element method using mesh-based handbooks: application to problems in domains with many voids. *Comput. Meth Appl Mech Eng*, 2003; 192: 3109-3161.
30. Strouboulis T, Zhang L, Babuska I. Assessment of the cost and accuracy of the generalized FEM. *Int. J. Numer. Meth. Eng*, 2007; 69: 250-283.
31. Prabel B, Combescure A, Gravouil A, Marie S. Level set X-FEM non-matching meshes: application to dynamic crack propagation in elastic-plastic media. *Int. J. Numer. Meth. Eng*, 2007; 69: 1553-1569.
32. Stolarska M, Chopp DL, Moes N, Belyschko T. Modelling crack growth by level sets in the extended finite element method. *Int J Numer Meth Eng.*, 2001; 51: 943-960.
33. Grégoire D, Maigrea H, Réthoré J, Combescure A. Dynamic crack propagation under mixedmode loading – Comparison between experiments and X-FEM simulations. *Int J Solid Struc.*, 2007; 44: 6517-6534.
34. Pedro MAA, Belytschko T. Analysis of three-dimensional crack initiation and propagation using the extended finite element method. *Int J Numer Meth Eng.*, 2005; 63:760-788.
35. Menouillard T, Réthoré J, Moës N, Combescure A, Bung H. Mass lumping strategies for X-FEM explicit dynamics: Application to crack propagation. *Int J Numer Meth Eng.*, 2008; 74: 447-474.
36. Asadpoure A, Mohammadi S, Vafai A. Modeling crack in orthotropic media using a coupled finite element and partition of unity methods. *Finite Elem Anal Des*, 2006; 42: 1165-1175.
37. Khoei AR, Nikbakht M. An enriched finite element algorithm for numerical computation of contact friction problems. *Int J Mech Sci*, 2007; 49: 183-199.
38. Fernandez-Mendez S, Huerta A. Imposing essential boundary conditions in mesh-free methods. *Comput Meth Appl Mech Eng*, 2004; 193: 1257-1275.
39. Markus Peters KH. Numerical aspects of the eXtended Finite Element Method. *PAMM.*, 2005; 5(1):355-356.
40. De S, Bathe KJ. The method of finite spheres. *Comput Mech*, 2000; 25: 329-345
41. Sukumar N, Moran B, Belytschko T. The natural element method in solid mechanics. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 1998; 43: 839-887.
42. Rahman S, Rao BN. Probabilistic fracture mechanics by Galerkin meshless methods - part II: reliability analysis. *Comput Mech*, 2002; 28: 365-374.
43. Singh IV, Jain PK. Parallel EFG algorithm for heat transfer problems. *Adv Eng Software*, 2005; 36: 554-560.
44. Muravin B, Turkel E. Multiple crack weight for solution of multiple interacting cracks by meshless numerical methods. *Int. J. Numer. Methods Eng*, 2006; 67: 1146-1159.
45. Rabczuk T, Eibl J. Simulation of high velocity concrete fragmentation using SPH/MLSPH. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 2003; 56: 1421-1444.

46. Gray JP, Monaghan JJ. Numerical modelling of stress fields and fracture around magma chambers. *J Volcanol Geoth Res.*, 2004; 135: 259-283.
47. Ma G, Dong A, Li J. Modeling strain rate effect for heterogeneous brittle materials. *Transactions of Tianjin University*, 2006; 12 (SUPPL): 79-82
48. Onate E, Perazzo F, Miquel J. A finite point method for elasticity problems. *Comput Struct*, 2001; 79: 2151-2163.
49. Lee SH, Yoon YC. Meshfree point collocation method for elasticity and crack problems. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 2004; 61: 22-48.
50. Kim HJ, Lee SH, Kim MK. Prediction of crack propagation under dynamic loading conditions by using the enhanced point collocation meshfree method. *Key Eng Mater*, 2006; 324-325 II: 1059-1062.
51. Perazzo F, Lohner R, Perez-Pozo L. Adaptive methodology for meshless finite point method. *Adv Eng Software*, 2008; 39: 156-166.
52. Chappel, BA. *The mechanics of blocky material*, Australia National University, Canberra, 1972.
53. Taylor LM. *BLOCKS*, A block motion code for geomechanics studies. Sandia National Laboratories, 1983.
54. ITASCA Consulting Group, I. *PFC-2D and PFC-3D Manuals*, 2015.
55. Hu N, Molinari JF. Shear bands in dense metallic granular materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2004; 52: 499-531.
56. Munjiza A. *The combined finite-discrete element method*, John Wiley&Sons, Ltd, University of London, 2004.
57. Hentz S, Donze FV, Daudeville L. Discrete element modelling of concrete submitted to dynamic loading at high strain rates. *Comput Struct*, 2004; 82: 2509-2524.
58. Shi GH. *Discontinuous deformation analysis, a new numerical model for the statics and dynamics of block systems*. PhD thesis, Univ. of California, Berkeley, Berkeley, Calif, 1988.
59. Hatzor YH, Arzi AA, Zaslavsky Y, Shapira A. Dynamic stability analysis of jointed rock slopes using the DDA method: King Herod's Palace, Masada, Israel. *Int. J. Rock Mech. & Min.Sci.*, 2004; 41: 813-832.
60. Jiang QH, Yeung MR. A model of point-to-face contact for three-dimensional discontinuous deformation analysis. *Rock Mech Rock Eng*, 2004; 37: 95-116.
61. Hsiung SM. *Discontinuous deformation analysis (DDA) with nth order polynomial displacement functions*. *Rock mechanics in the national interest*, Swets & Zeitlinger Lisse, 2001; 1437-44.
62. Paskin A, Gohar A, Dienes GJ. Computer-simulation of crack-propagation. *Phys. Rev.*, 1980; 44: 940-943.
63. Buxton GA, Care CM, Cleaver DJ. A lattice spring model of heterogeneous materials with plasticity. *Modell Simul Mater Sci Eng* 2001; 9(6):485-97.
64. 195. Ray P, Chakrabarti BK. A microscopic approach to the statistical fracture analysis of disordered brittle solids. *Solid State Commun.* 1985; 53(5):477-479.
65. Karihaloo BL, Shao PF, Xiao QZ. Lattice modelling of the failure of particle composites. *Eng. Fract. Mech.* 2003; 70(17):2385-2406.

66. Liu JX, Deng SC, Zhang J, Liang NG. Lattice type of fracture model for concrete. *Theor. Appl. Fract. Mech.* 2007; 48(3):269-284.
67. Cusatis G, Bažant ZP, Cedolin L. Confinement-shear lattice model for concrete damage in tension and compression: I. Theory. *J Eng Mech* 2003; 129(12):1439-1448.
68. Mustoe GGW. Generalized formulation of the discrete element method. *Engineering Computations* 1992; 9(2):181-190.
69. Heermann HJ, Kertész J, De Arcangelis L. Fractal shapes of deterministic cracks. *Europhys. Lett.* 1989; 10:147-152.
70. Parisi A, Caldarelli G. Self-affine properties of fractures in brittle materials. *Phys Stat Mech Appl.*, 2000; 280(1):161-5.
71. Babadagli T. Analysis of the displacement in fractal lattices with different number of grids. *Fractals*, 2005; 13: 207-213.
72. Darve F, Servant G, Laouafa F, Khoa HDV. Failure in geomaterials: continuous and discrete analyses. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 2004; 193:3057–3085.
73. Wei L, Hudson JA. A hybrid discrete-continuum approach to model hydro-mechanical behavior of jointed rocks. *Eng Geol*, 1988; 49: 317-325.
74. Chen SG, Zhao J. A study of UDEC modelling for blast wave propagation in jointed rock masses. *Int. J. Rock Mech. & Min.Sci.*, 1998; 35: 93-99.
75. Munjiza A, Owen DRJ, Bicanic N. A combined finite-discrete element method in transient dynamics of fracturing solids. *Eng Comput*, 1995; 12: 145-174.
76. Karami A, Stead D. Asperity degradation and damage in the direct shear test: A hybrid FEM/DEM approach. *Rock Mech Rock Eng*, 2008; 41: 229-266.
77. Ariffin AK, Huzni S, Nor MJM, Mohamed NAN. Hybrid finite-discrete element simulation of crack propagation under mixed mode loading condition. *Comput Meth Appl Mech Eng.*, 2006; 195:4579-4593.
78. Silling SA, Askari E. A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics. *Comput Struct*, 2005; 83: 1526-1535.
79. Guidault PA, Allix O, Champaney L, Navarro JP. A two-scale approach with homogenization for the computation of cracked structures. *Comput Struct*, 2007; 85: 1360-1371.
80. Hettich T, Hund A, Ramm E. Modeling of failure in composites by X-FEM and level sets within a multiscale framework. *Comput Meth Appl Mech Eng*, 2008; 197: 414-424.
81. Wu CD, Lin JF. Multiscale particle dynamics in nanoimprint process. *Appl Phys Mater Sci Process*, 2008; 91(2): 273-279.
82. Sansoz F, Molinari JF. Size and microstructure effects on the mechanical behavior of FCC bicrystals by quasicontinuum method. *Thin Solid Films*, 2007; 515: 3158-3163.
83. Ma J, Lu H, Wang B, Hornung R, Wissink A, Komanduri R. Multiscale simulation using generalized interpolation material point (GIMP) method and molecular dynamics (MD). *CMES*, 2006; 14: 101-117.

84. Guidault PA, Allix O, Champaney L, Navarro JP. A two-scale approach with homogenization for the computation of cracked structures. *Comput Struct*, 2007; 85: 1360-1371.
85. Stefan Loehnert TB. A multiscale projection method for macro/microcrack simulations. *Int. J. Numer. Meth. Engng*, 2007; 71:1466-1482.
86. Vernerey FJ, Liu WK, Moran B, Olson G. A micromorphic model for the multiple scale failure of heterogeneous materials. *J Mech Phys Solid*, 2008; 56(4), 1320-1347.
87. Sfantos GK, Aliabadi MH. Multi-scale boundary element modelling of material degradation and fracture. *Comput Meth Appl Mech Eng*, 2007; 196(7): 1310-1329.
88. Abdulle, A., Weinan, E. Finite difference heterogeneous multi-scale method for homogenization problems. *J Comput Phys*, 2003; 191(1): 18-39.
89. Sansoz F, Molinari JF. Size and microstructure effects on the mechanical behavior of FCC bicrystals by quasicontinuum method. *Thin Solid Films*, 2007; 515(6): 3158-3163.
90. Miller RE, Tadmor EB. Hybrid continuum mechanics and atomistic methods for simulating materials deformation and failure. *MRS Bulletin*, 2007; 32(11): 920-926.
91. Han JG, Ren WX, Huang Y. A multivariable wavelet-based finite element method and its application to thick plates. *Finite Elem Anal Des*, 2005; 41(9-10): 821-833.
92. He YM, Chen XF, Xiang JW, He ZJ. Adaptive multiresolution finite element method based on second generation wavelets. *Finite Elem Anal Des*, 2007; 43(6-7): 566-579.
93. de Borst R. Challenges in computational materials science: Multiple scales, multi-physics and evolving discontinuities. *Computational Materials Science*, 2008; 43(1): 1-15.

### **Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки**

Диагностика результатов учебной деятельности по дисциплине «Современные численные методы и пакеты прикладных программ в механике» проводится, как правило, во время аудиторных занятий. Для диагностики используются:

- отчеты по лабораторным работам с их устной защитой;
- защита научно-исследовательских эссе;
- устный опрос;
- собеседование.

Оценка за ответы на лекциях (опрос) и лабораторных занятиях включает в себя полноту ответа, наличие аргументов, примеров из практики. Оценка эссе формируется на основе следующих критериев: оригинальность (новизна) постановки проблемы и способа ее интерпретации/решения, самостоятельность и аргументированность суждений, грамотность и стиль изложения.

Контрольные мероприятия проводятся в соответствии с учебно-методической картой дисциплины.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Современные численные методы и пакеты прикладных программ в механике» учебным планом предусмотрен экзамен.

Для студентов, пропустивших контрольные мероприятия или получивших неудовлетворительную оценку, решение о повторном проведении контрольного мероприятия выносится в соответствии с положением о рейтинговой системе оценки знаний студентов по дисциплине в Белорусском государственном университете.

Итоговая оценка формируется на основе 3-х документов:

1. Правила проведения аттестации (постановление № 53 от 29.05.2012 г.).
2. Положение о рейтинговой системе БГУ (приказ ректора БГУ от 18.08.2015 № 382-ОД).
3. Критерии оценки студентов (10 баллов) (постановление Министерства образования Республики Беларусь от 22.12.2003 № 21-04-1/105).

Весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в рейтинговую оценку:

- ответы при собеседовании, устном опросе – 30 %;
- отчеты по лабораторным работам с их устной защитой; – 30 %;
- защита научно-исследовательских эссе – 40 %.

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценка по текущей успеваемости составляет 40%, экзаменационная оценка – 60%.

### **Примерный перечень заданий для самостоятельной работы студентов**

Формы контроля знаний – собеседование, устный опрос, отчеты по лабораторным работам с их устной защитой, защита научно-исследовательских эссе.

*Темы 2.4 – 2.5*

Выбрать самостоятельно прикладную задачу механики. Построить численные модели на основе различных численных методов. Сравнить эффективность решения и полученные результаты.

*Темы 4.1 – 4.3*

Выбрать самостоятельно прикладную задачу. Построить гибридную численную модель. Решить задачу в соответствии с построенной моделью. (12ч.)

*Темы 6.1 – 6.5.*

Выполнить полный цикл построения трехмерной модели сложного механического объекта на основе функциональности платформы *Knowledge Bridge*. Выполнить прочностные расчеты.

## Примерная тематика лабораторных занятий

*Занятие 1.* Тема 2.1. Метод конечных разностей и его современные реализации (2 часа).

*Занятия 2, 3.* Тема 2.2. Метод граничных элементов и его современные реализации (4 часа).

*Занятия 4, 5.* Тема 2.3. Метод конечных элементов и родственные ему методы (4 часа).

*Занятие 6.* Темы 4.1, 4.2, 4.3. Гибридные модели. Сплошные и разрывные сопряженные методы. Гибридные методы конечных элементов/методы граничных элементов, методы дискретных элементов/методы граничных элементов, методы конечных элементов/методы дискретных элементов модели (2 часа).

*Занятия 7, 8.* Тема 6.1. Введение в платформу автоматизированного проектирования Knowledge Bridge. Концептуальные элементы kBridge: дизайн, модель и правила (4 часа).

*Занятия 9,10.* Тема 6.2. Правила для генерации моделей. Параметры. Позиционирование и ориентация. Ссылки. Наследование. (4 часа).

*Занятия 11, 12.* Тема 6.3. Геометрия и базовая библиотечка kBridge. Javascript как язык создания правил в kBridge. Методы и глобальные функции. (4 часа).

*Занятия 13, 14.* Тема 6.4. Интеграция kBridge с другими продуктами (4 часа).

*Занятия 15, 16, 17, 18.* Тема 6.5. Разработка пользовательского интерфейса для проекта kBridge. Динамические объекты в kBridge (8 часов).

### **Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины «Современные численные методы и пакеты прикладных программ в механике»**

При организации образовательного процесса используется *практико-ориентированный подход*, который предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- использование процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

### **Методические рекомендации**

#### **по организации самостоятельной работы обучающихся**

При изучении учебной дисциплины следующие формы самостоятельной работы:

- поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников по индивидуально заданной проблеме дисциплины;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельную проработку;
- подготовка к лекциям и лабораторным занятиям;

– работы, предусматривающие подготовку: отчетов по лабораторным работам с устной защитой и защиты научно-исследовательских эссе.

Тем самым, имеется в виду постепенное превращение обучения в самообучение, когда магистрант должен получать знания главным образом за счет креативной самостоятельной работы, самостоятельно осуществляя поиск необходимой информации и созидательно прорабатывая ее с тем, чтобы заполнить необходимые умозаключения и получить результаты.

В этом случае, выполняя учебные задачи, магистранты самостоятельно приобретают новые знания, навыки и умения (в частности, умение анализировать и принимать решения в нестандартных ситуациях), что очень важно для эффективной будущей самостоятельной профессиональной деятельности.

### **Тематика научно-исследовательских эссе**

1. Основные принципы метода конечных разностей.
2. Современные подходы к построению сеток.
3. Метод конечных объемов и иные модификации метода конечных разностей.
4. Учет наличия трещин и нелинейный анализ в методе конечных разностей/методе конечных объемов.
5. Современные пакеты, реализующие технологии метода конечных разностей.
6. Основные принципы метода граничных элементов, метода граничных интегральных уравнений.
7. Прямая и неявная формулировки метода граничных интегральных уравнений.
8. Моделирование нелинейности и неоднородной структуры.
9. Моделирование трещин.
10. Альтернативные формулировки, связанные с методом граничных элементов.
11. Развитие метода граничных элементов.
12. Современные пакеты, реализующие технологии метода граничных элементов /метода граничных интегральных уравнений.
13. Основные принципы метода конечных элементов.
14. Моделирование нелинейности и неоднородной структуры.
15. Моделирование трещин и нарушений в твердых деформируемых средах.
16. Производные технологии метода конечных элементов, их характеристика.
17. Современные пакеты, реализующие технологии метода конечных элементов.
18. Общие понятия и положения метода дискретных элементов.

19. Явные и неявные методы.
20. Различные реализации метода дискретных элементов.
21. Дискретизация и построение блоков.
22. Определение связей между блоками, представление контактов.
23. Уравнения связей блочных структур.
24. Метод отдельных элементов.
25. Метод анализа дискретных деформаций.
26. Метод дискретных элементов для систем частиц. Модели покрытия динамической решеткой.
27. Основные определения. Принципы построения гибридных моделей. Примеры задач, реализованных на базе гибридных моделей. Классификация сопряженных методов.

### **Примерный перечень вопросов к экзамену**

- Классификация методов численного моделирования в рамках моделей сплошной и дискретных сред.
- Основные различия между континуальными и дискретными методами.
- Основные современные континуальные методы численного анализа в механике сплошных сред (МСС).
- Сущность метода конечных разностей (МКР). Технологии моделирования особенностей строения и нелинейного поведения деформируемых сред.
- Современные модификации метода конечных разностей.
- Метод конечных объемов.
- Основные отличия, преимущества и недостатки метода конечных разностей (МКР) по сравнению с методом граничных интегральных уравнений (МГИУ) и метода конечных элементов (МКЭ).
- Основные принципы метода граничных элементов (МГЭ).
- Прямая и неявная формулировки метода граничных элементов (МГЭ).
- Подходы к моделированию трещин при помощи метода граничных элементов (МГЭ).
- Современные технологии метода граничных элементов (МГЭ).
- Развитие методов граничных элементов.
- Основные преимущества и недостатки метода граничных элементов (МГЭ) по сравнению с методом конечных элементов (МКЭ) и методом конечных разностей (МКР).
- Основные принципы метода конечных элементов (МКЭ).

- Основное уравнение метода конечных элементов (МКЭ). Глобальная матрица жесткости.
- Моделирование трещин в методе конечных элементов (МКЭ).
- Основные преимущества и недостатки метода конечных элементов (МКЭ).
- Основные производные реализации метода конечных элементов (МКЭ).
- Безсеточные («Безэлементные») методы.
- Основные принципы построения методов дискретных элементов (МДЭ).
- Основные группы методов дискретных элементов.
- Сопряженные/гибридные методы. Основные группы сопряженных методов.
- Многомасштабные сопряженные методы
- Основные этапы численного моделирования механических процессов на базе современного программного обеспечения.

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Механика неупругого и нелинейного деформирования твердого тела	Кафедра теоретической и прикладной механики	Нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 11 от 14.06.2019 г.)
Гидродинамическая неустойчивость и турбулентность	Кафедра теоретической и прикладной механики	Нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 11 от 14.06.2019 г.)
Асимптотические методы в механике	Кафедра теоретической и прикладной механики	Нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 11 от 14.06.2019 г.)
Решение прикладных задач механики в специализированных пакетах	Кафедра теоретической и прикладной механики	Нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 11 от 14.06.2019 г.)

## ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УВО

на \_\_\_\_/\_\_\_\_ учебный год

№п/ п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры теоретической и прикладной механики (протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 201\_ г.)

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета \_\_\_\_\_