
Ф ИЗИКА

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЯВЛЕНИЙ

PHYSICS
OF ELECTROMAGNETIC PHENOMENA

УДК 537.533.79,621.385.69

РАДИАЦИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ
В РАСЩЕПЛЕННОМ РЕЗОНАТОРЕ

И. В. МОРОЗ¹⁾, А. А. РОВБА¹⁾

¹⁾Институт ядерных проблем Белорусского государственного университета,
ул. Бобруйская, 11, 220030, г. Минск, Беларусь

Рассмотрено взаимодействие электронного пучка с электромагнитным полем расщепленного резонатора, который состоит из полого цилиндрического резонатора и проводящей сетки, разделяющей его на связанные секции. В приближении малого сигнала с учетом объемного заряда пучка для несимметричного резонатора получено выражение удельных потерь энергии электрона, проходящего через систему. В рамках выбранного приближения показано, что резонатор с равными по длине секциями обеспечивает большую эффективность передачи энергии от пучка заряженных частиц к электромагнитному полю по сравнению с несимметричной конфигурацией системы. Установлено, что взаимодействие электрона с объемным зарядом в расщепленном резонаторе приводит к росту радиационной неустойчивости пучка при увеличении его плотности. Изучен эффект модуляции тока электронного пучка, проходящего через систему. Показано, что увеличение размера резонатора вызывает возрастание амплитуды переменной составляющей тока пучка на выходе из системы. Увеличение плотности тока пучка, входящего в область взаимодействия, также приводит к росту эффективности модуляции. Рассмотрена возможность повышения амплитуды модулированного тока в системе с неравными секциями.

Ключевые слова: модуляция электронного пучка; радиационная неустойчивость пучка; объемный заряд; сверхвысокочастотное излучение; расщепленный резонатор.

Благодарность. Авторы выражают благодарность доктору физико-математических наук, профессору Владимиру Григорьевичу Барышевскому за постановку задачи, многочисленные обсуждения и ценные замечания.

Образец цитирования:

Мороз ИВ, Ровба АА. Радиационная неустойчивость в расщепленном резонаторе. *Журнал Белорусского государственного университета. Физика.* 2019;3:22–30.
<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2019-3-22-30>

For citation:

Maroz IV, Rouba AA. Radiation instability in a split-cavity resonator. *Journal of the Belarusian State University. Physics.* 2019;3:22–30. Russian.
<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2019-3-22-30>

Авторы:

Илья Викторович Мороз – младший научный сотрудник лаборатории сильноточной электроники.

Анатолий Анатольевич Ровба – кандидат физико-математических наук; старший научный сотрудник лаборатории сильноточной электроники.

Authors:

Illia V. Maroz, junior researcher at the laboratory of high-current electronics.

miwa-holod@yandex.ru

Anatoly A. Rouba, PhD (physics and mathematics); senior researcher at the laboratory of high-current electronics.

rouba@inp.bsui.by

RADIATION INSTABILITY IN A SPLIT-CAVITY RESONATOR

I. V. MAROZ^a, A. A. ROUBA^a

^aResearch Institute for Nuclear Problems, Belarusian State University,
11 Babrujskaja Street, Minsk 220030, Belarus

Corresponding author: I. V. Maroz (miwa-holod@yandex.ru)

The interaction of an electron beam with the electromagnetic field of a split resonator that consists of a hollow cylindrical resonator and a conducting grid dividing it into coupled sections was considered. In the small-signal approximation, taking into account the space charge of the beam for an asymmetric resonator, the expression for the energy loss by the electron passing through the system was obtained. Within the chosen approximation, it was shown that a resonator with equal length sections provides greater efficiency in the transfer of energy from a charged particles beam to an electromagnetic field in comparison with an asymmetric system configuration. It was found that the interaction of an electron with a space charge in a split resonator leads to the increase of the radiation beam instability with the increase of its density. The effect of current modulation of the electron beam passing through the system was studied. It was shown that the resonator size increase leads to the increase of the amplitude of the beam current variable component at the system output. The increase of the current density of the beam entering the interaction region also leads to the increase of the modulation efficiency. The possibility of increasing the modulated current amplitude in a system with unequal sections was considered.

Keywords: electron beam modulation; radiation instability of the beam; space charge; microwave radiation; split-cavity resonator.

Acknowledgements. The authors would like to express their gratitude to doctor of science (physics and mathematics), full professor V. G. Baryshevsky for problem statement, numerous discussions and valuable comments that greatly improved the paper.

Введение

Мощные источники микроволнового излучения имеют широкую область применения в науке и технике. Их используют для ускорения заряженных частиц, нагрева плазмы, радиолокации и т. д.

В [1] впервые была рассмотрена генерация электромагнитного излучения цилиндрическим резонатором, содержащим внутри металлический экран, который делит резонатор на две связанные между собой части (рис. 1). Согласно [1] взаимодействие заряженных частиц с модой такого резонатора приводит к развитию радиационной неустойчивости и модуляции электронного пучка на более короткой длине, чем в монодроне. Следует отметить, что структура электромагнитного поля этой моды позволяет эффективно взаимодействовать с пучком, поперечное сечение которого соизмеримо площади сетки. Теория генерации излучения релятивистскими пучками в указанном генераторе представлена в [2], а в [3–9] построены более полные теоретические модели, разработаны способы увеличения эффективности такого устройства, представлены экспериментальные исследования подобных систем.

В данной работе теоретически изучено развитие радиационной неустойчивости в генераторе Мардера [1] с неравными по длине секциями с учетом объемного заряда пучка. Исследовано влияние объемного заряда и неравенства в продольных размерах камер на модуляцию тока.

Взаимодействие заряженных частиц с электромагнитным полем в резонаторах

Рассмотрим цилиндрический резонатор, разделенный на две части прозрачной для частиц проводящей сеткой (см. рис. 1). Между его боковой стенкой и разделительной сеткой имеется зазор, обеспечивающий электродинамическую связь между двумя частями резонатора. Такой резонатор обладает дополнительным набором собственных мод по сравнению с полым резонатором.

У рассматриваемого резонатора рабочей является мода, для которой продольная компонента электрического поля в секциях направлена в противоположные стороны, как показано на рис. 2. Прохождение заряженных частиц вдоль оси симметрии описанной структуры сопровождается развитием радиационной неустойчивости, что обусловлено взаимодействием заряженных

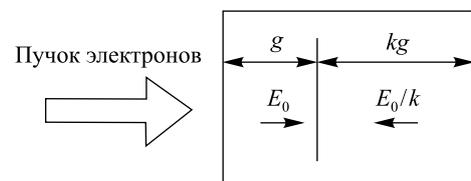


Рис. 1. Схематичное изображение резонатора
Fig. 1. Schematic representation of the resonator

частиц с рабочей модой резонатора, а именно: модуляция электронного пучка по скоростям происходит под действием продольной компоненты электрического поля. Следствием модуляции является изменение кинетической энергии частиц. Благодаря переходному излучению, которое образуется электронами при попадании в резонатор, в нем возникает затравочное электромагнитное поле [2].

Возбуждение электронным пучком рабочей моды резонатора в приближении слабого сигнала подробно рассмотрено в [1]. Однако все выкладки были сделаны для резонатора с секциями одинаковой длины. Поэтому представляет интерес исследование радиационной неустойчивости в резонаторе с неравными по длине секциями. Как и в [1], ограничимся рассмотрением одномерного движения частиц под действием продольной компоненты электрического поля E .

Для резонатора с неравными секциями структура рабочей моды колебаний была установлена с помощью пакета программ *Superfish* [10]. Численные расчеты показали, что продольная компонента электрического поля E , действующая на отдельно взятый электрон, движущийся вблизи оси резонатора, с хорошей степенью точности описывается выражением

$$E = \begin{cases} E_0 \sin(\omega t + \theta), & 0 \leq z < g, \\ -\frac{E_0}{k} \sin(\omega t + \theta), & g \leq z \leq kg, \end{cases} \quad (1)$$

где E_0 – амплитуда поля излучения; ω – частота рабочей моды, которая задается геометрией резонатора; θ – фаза электромагнитного поля в момент влета частицы в область взаимодействия; z – координата частицы; g – длина первой секции; kg – длина второй секции. Время t отсчитывается от момента влета частицы в резонатор. Следует обратить внимание, что при пересечении частицей разделительной сетки электрическое поле, действующее на нее, меняется не только по знаку, но и по абсолютному значению в $\frac{1}{k}$ раз.

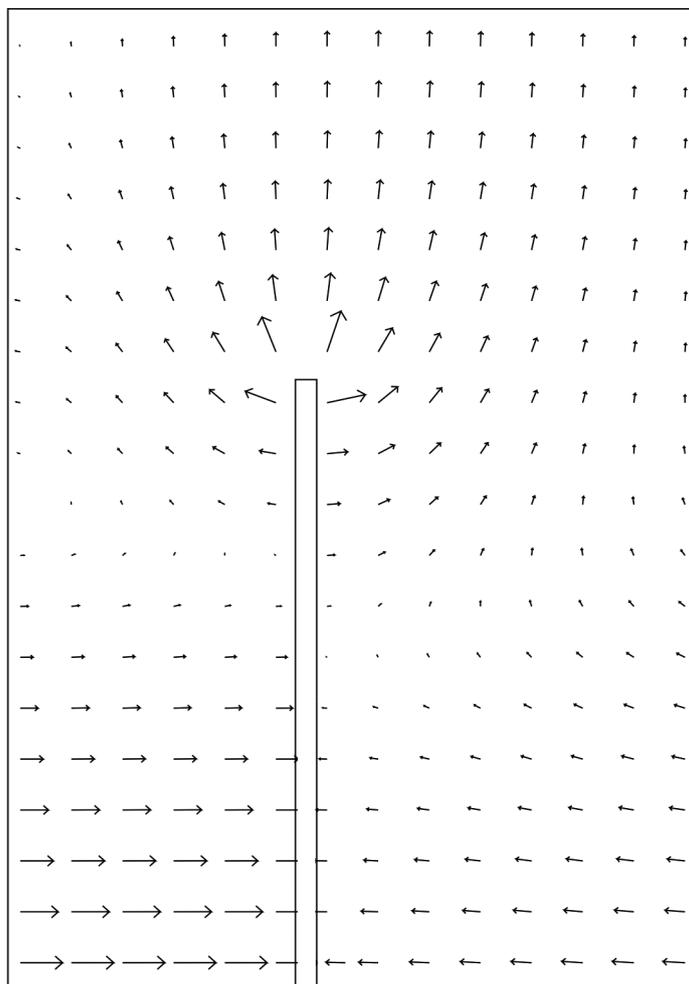


Рис. 2. Распределение электрического поля
 Fig. 2. Electric field distribution

Изменение $\Delta\mathcal{K}$ средней кинетической энергии электронов, нормированное на начальную энергию частиц, задается выражением

$$\Delta\mathcal{K} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{v^2(\theta)}{v_0^2} - 1 \right) d\theta,$$

где v_0 – начальная скорость электрона; $v(\theta)$ – скорость электрона на выходе из резонатора (находится из решения уравнения движения).

По мере увеличения плотности тока пучка на движение электронов все большее влияние оказывает объемная плотность заряда. Для учета этого влияния рассмотрим одномерный случай движения невозмущенного однородного пучка. Для области пространства, ограниченной по оси z двумя проводящими плоскостями, пересекающими ось z в точках 0 и g , электрическое поле E_q объемного заряда пучка в точке z находится по формуле

$$E_q = \frac{n_e e}{\epsilon_0} \left(\frac{g}{2} - z \right),$$

где n_e – концентрация электронов; e – элементарный заряд; ϵ_0 – электрическая постоянная. При выводе выражения для E_q было использовано предположение о том, что характерные поперечные размеры системы намного больше g , и поэтому только продольная компонента электрического поля отлична от нуля.

Таким образом, в первой секции выражение для электрического поля, обусловленного полем излучения и объемным зарядом пучка, принимает вид

$$E = E_0 \sin(\omega t + \theta) + \frac{\omega_p^2 m_e}{e} \left(\frac{g}{2} - z \right),$$

где $\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}}$ – плазменная частота; m_e – масса электрона.

Уравнение движения с начальными условиями запишем следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{d^2 z}{dt^2} = -\epsilon \omega v_0 \sin(\omega t + \theta) - \frac{\omega_p^2 g}{2} + \omega_p^2 z, \\ \left. z \right|_{t=0} = 0, \\ \left. \frac{dz}{dt} \right|_{t=0} = v_0, \end{cases} \quad (2)$$

где $\epsilon = \frac{e E_0}{m_e v_0 \omega}$ – безразмерная величина.

Для характеристики плотности тока в системе введем безразмерную величину $S = \frac{\omega_p}{\omega}$. В приближении малого сигнала ($\epsilon \ll 1$) и в предположении $S \ll 1$ закон движения частицы и ее скорость имеют вид соответственно

$$z \approx a + bt + a \frac{(\omega S t)^2}{2} + b \frac{(\omega S)^2 t^3}{6} + \frac{\epsilon v_0}{\omega(1+S^2)} \sin(\omega t + \theta) + \frac{g}{2} \quad (3)$$

и

$$v_1 \approx b + at(\omega S)^2 + b \frac{(\omega S)^2}{2} + \frac{\epsilon v_0}{(1+S^2)} \cos(\omega t + \theta), \quad (4)$$

где a и b – константы, определяемые соотношениями

$$a = -v_0 \left(\frac{T_0}{2} + \frac{\epsilon}{\omega(1+S^2)} \sin \theta \right),$$

$$b = v_0 \left(1 - \frac{\varepsilon}{1 + S^2} \cos \theta \right),$$

здесь $T_0 = \frac{g}{v_0}$ – время пролета электроном первой секции резонатора при отсутствии электрического поля.

Для того чтобы определить полное относительное изменение ΔK энергии пучка электронов на выходе из резонатора, необходимо найти выражение для скорости электрона на выходе из резонатора.

Сначала из закона движения (3), решив уравнение $z(T_1) = g$, определим время T_1 пролета электроном первой секции резонатора при наличии электрического поля и с учетом объемного заряда. Подставив найденное выражение для T_1 в (4), получим выражение для скорости v_1 электрона на выходе из первой секции резонатора.

Для второй секции резонатора длиной kg уравнение движения и начальные условия аналогичны (2), где начальной скоростью электрона служит v_1 , а фаза в момент попадания во вторую секцию имеет вид $(\omega T_1 + \theta)$. С учетом выражения (1) для амплитуды электрического поля во второй секции уравнение движения электрона и начальные условия запишем как

$$\begin{cases} \frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{\varepsilon}{k} \omega v_0 \sin(\omega t + \omega T_1 + \theta) - \frac{\omega_p^2 kg}{2} + \omega_p^2 z, \\ z|_{t=0} = 0, \\ \left. \frac{dz}{dt} \right|_{t=0} = v_1. \end{cases} \quad (5)$$

Решив (5), можно определить относительное изменение энергии ΔK пучка электронов на выходе из резонатора. Без учета объемного заряда ($S \rightarrow 0$) и при равных секциях резонатора ($k \rightarrow 1$) выражение для ΔK принимает вид, приведенный в [1].

Если $\Delta K < 0$, то электронный пучок теряет энергию и передает ее электромагнитному полю, тем самым усиливая поле рабочей моды. Таким образом, возникает генерация микроволнового излучения на частоте рабочей моды. Чтобы проанализировать влияние параметров системы на эффективность процесса передачи энергии от электронного пучка к электромагнитному полю, удобно найти отношение изменения энергии частиц к энергии модулирующего поля

$$\Delta K = \frac{\Delta \mathcal{K}}{\varepsilon^2 \left(\frac{\omega T_0}{2\pi} \right) \left(1 + \frac{1}{k} \right)},$$

знаменатель которого является безразмерной величиной, пропорциональной энергии модулирующего электромагнитного поля. Сгруппировав слагаемые по степеням S , выражение для ΔK можно представить в виде

$$\Delta K(L, k, S) = \Delta K^0(L, k) + S^2 \Delta K^1(L, k), \quad (6)$$

где $L = \frac{(1+k)\omega T_0}{2\pi}$ – безразмерная длина всей системы; $\Delta K^0(L, k)$ – нормированные потери энергии электроном в случае отсутствия объемного заряда; $\Delta K^1(L, k)$ – зависящая от S часть энергетических потерь.

Проанализировав зависимости, приведенные на рис. 3, можно заключить, что для любого k у функций $\Delta K^0(L, k)$ и $\Delta K^1(L, k)$ существует минимум при некотором значении $L = L_{\min}$, определяющем размер системы. Так, величина ΔK^0 достигает минимального значения при $L_{\min} = 0,53$, а ΔK^1 – при $L_{\min} = 0,45$. Из рис. 3 и выражения (6) следует, что изменение параметра S не будет приводить к существенным изменениям размеров системы, так как формы поверхностей $\Delta K^0(L, k)$ и $\Delta K^1(L, k)$ похожи, а зависящий от S член имеет малую амплитуду. При этом с ростом S будет наблюдаться увеличение энергетических потерь электрона. Так, если $S = 0,3$, то ΔK достигает минимума при $L_{\min} = 0,52$.

Из рис. 4 видно, что конфигурацией резонатора, для которой отмечается наиболее эффективная передача энергии от электронного пучка к электромагнитному полю, является конфигурация с равными секциями ($k = 1$).

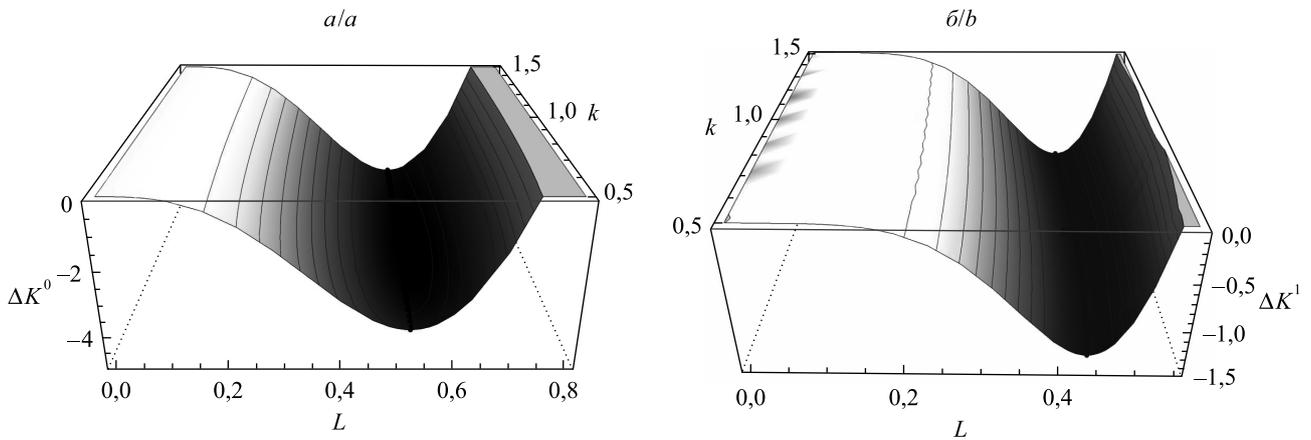


Рис. 3. Зависимость от параметров L и k величин $\Delta K^0(L, k)$ (а) и $\Delta K^1(L, k)$ (б)
Fig. 3. Dependence $\Delta K^0(L, k)$ (a) and $\Delta K^1(L, k)$ (b) on the parameters L and k

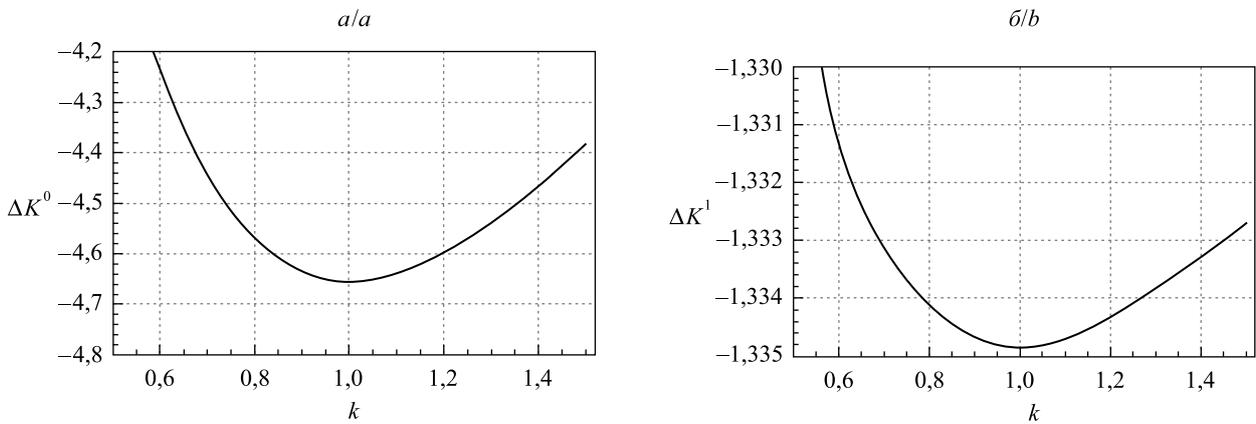


Рис. 4. Зависимость $\Delta K^0(L, k)$ (а) и $\Delta K^1(L, k)$ (б) от параметра k при $L = L_{\min}$
Fig. 4. Dependence $\Delta K^0(L, k)$ (a) and $\Delta K^1(L, k)$ (b) on the parameter k when $L = L_{\min}$

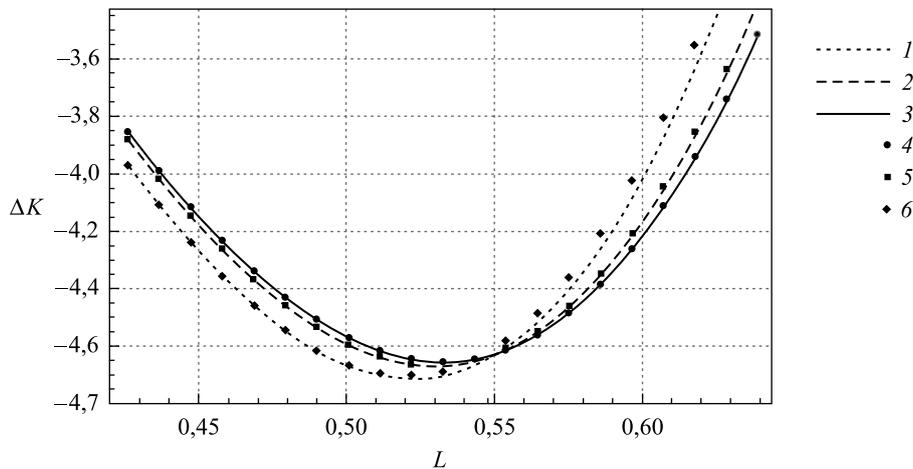


Рис. 5. Аналитическая зависимость ΔK от L (1–3) и численные решения (4–6) при $k = 1$ для разных значений S : 1, 4 – 0; 2, 5 – 0,15; 3, 5 – 0,3
Fig. 5. Analytical dependence of ΔK on L (1–3) and numerical calculation (4–6) when $k = 1$ for different values of S : 1, 4 – 0; 2, 5 – 0.15; 3, 5 – 0.3

В качестве примера рассмотрим пучок электронов с энергией 300 кэВ. Согласно полученным результатам, чтобы получить генерацию на частоте $\omega = 3$ ГГц, длина каждой секции резонатора должна составлять: $g = 20$ мм.

На рис. 5 показано сравнение аналитической зависимости (6) ΔK от L при различных величинах S и значения ΔK , найденного путем численного решения уравнений (2) и (5).

Различие между численным расчетом и аналитическим решением объясняется использованием разложения по параметру S до квадратичных членов включительно в соотношениях (3) и (4), необходимого при аналитическом выражении удельных потерь энергии электроном.

Зависимость ΔK от S представлена на рис. 6, при этом L и k выбираются таким образом, чтобы для заданного значения параметра S величина ΔK достигала минимума.

Из рис. 5 и 6 следует, что увеличение плотности пучка электронов приводит к росту потерь энергии и, следовательно, к росту радиационной неустойчивости пучка.

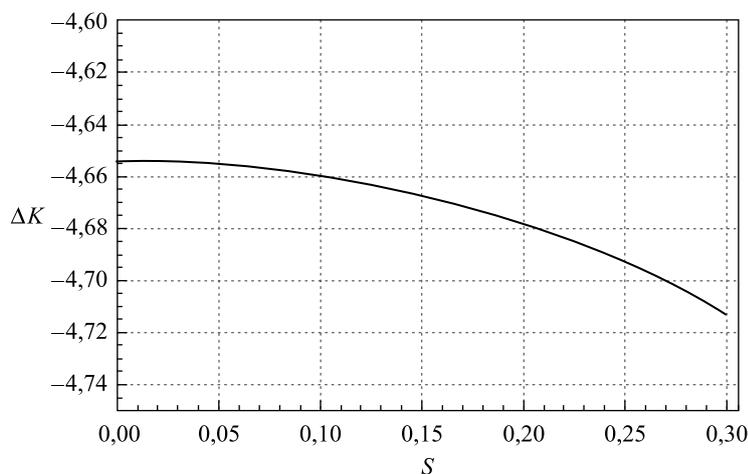


Рис. 6. Зависимость ΔK от параметра S

Fig. 6. Dependence of ΔK on the parameter S

Модулирование электронного пучка, проходящего через расщепленный резонатор

В рассмотренном выше расщепленном резонаторе возникает неравномерность в распределении по скоростям заряженных частиц и вследствие конечных размеров системы неоднородность плотности пучка. Следовательно, подобная система позволяет модулировать ток пучка [1].

Рассмотрим процесс группировки электронного пучка. Пусть с момента t_0 за время Δt_0 в область взаимодействия входит ΔN частиц. Таким образом, $\Delta N = J_0 \Delta t_0$, где J_0 – ток немодулированного пучка. Такое же количество частиц покидает область взаимодействия с момента t_f за время Δt_f : $\Delta N = J \Delta t_f$, где значение t_f находится из совместного решения уравнений (2) и (5). В результате перехода к бесконечно малым величинам получим выражение для тока J пучка на выходе из системы:

$$J = J_0 \left(\frac{dt_f}{dt_0} \right)^{-1}. \quad (7)$$

Решая задачу, аналогичную (2), но с начальными условиями, определенными в момент времени t_0 , и с начальной фазой поля $(\theta + \omega t_0)$, можно получить явное выражение для (7). Для удобства введем нормированную переменную составляющую тока пучка j :

$$j = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{J}{J_0} - 1 \right). \quad (8)$$

Конечное выражение для j можно получить, если разложить (7) в ряд по ε и S^2 , а затем подставить полученный результат в (8).

Для достижения наибольшей эффективности преобразования энергии электронного пучка в энергию генерируемого СВЧ-излучения необходимо добиться максимально модулированного тока пучка.

С этой целью следует выявить влияние параметров системы на модуляцию. Указанные ранее ограничения модели и необходимость выполнения условия $\Delta K < 0$ определяют диапазон возможных значений параметров системы.

На рис. 7 приведена зависимость амплитуды переменной составляющей тока j от параметров k и L для двух значений S (0 и 0,3). Выделенная черным цветом линия соответствует наибольшей величине j в зависимости от k для каждого значения L .

Максимальная величина $j = 9,71$ достигается при $\{L; k; S\} = \{0,75; 0,48; 0,3\}$. Для резонатора с равными камерами (т. е. при $k = 1$) максимальное значение $j = 9,19$ наблюдается при $\{L; k; S\} = \{0,75; 1,0; 0,3\}$. Без учета объемного заряда максимальная величина $j = 8,46$ достигается при $\{L; k; S\} = \{0,75; 0,59; 0\}$. Уместно сравнить со значениями, соответствующими наибольшей передаче энергии от электронного пучка к электромагнитному полю: $j = 3,85$ при $\{L; k; S\} = \{0,52; 1,0; 0\}$ и $j = 4,15$ при $\{L; k; S\} = \{0,52; 1,0; 0,3\}$.

На рис. 8 показана зависимость амплитуды j от S при таких L и k , что для заданного параметра S достигается максимум амплитуды j .

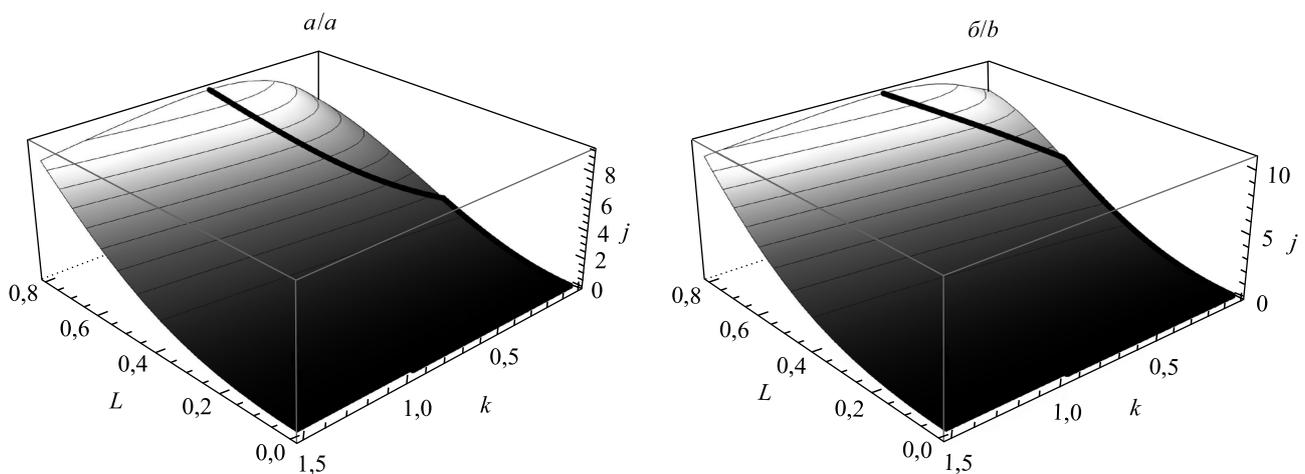


Рис. 7. Зависимость амплитуды переменной составляющей тока j от параметров k и L для $S = 0$ (а) и $S = 0,3$ (б)

Fig. 7. Dependence of the amplitude of the changing component j of the current on the parameters k and L for $S = 0$ (a) and $S = 0.3$ (b)

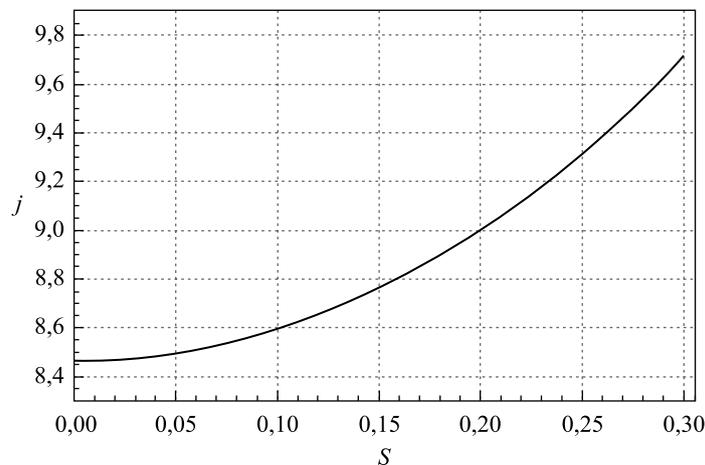


Рис. 8. Зависимость амплитуды переменной составляющей тока j от параметра S при фиксированных значениях k и L

Fig. 8. Dependence of the amplitude of the variable component j of the current on S for fixed k and L

Анализируя рис. 7 и 8, можно сделать вывод, что с увеличением размера системы и плотности тока эффективность модуляции возрастает. Если же зафиксировать размер системы, то конфигурация, для которой вторая камера меньше первой ($k < 1$), приводит к большей модуляции пучка.

Следует отметить, что при выборе параметров системы необходимо соблюдать баланс между передаваемой энергией от пучка к электромагнитному полю в резонаторе и эффективностью модуляции пучка. Первый фактор обеспечивает скорость нарастания поля в модулирующей системе и его максимальное значение, второй – максимальную эффективность модуляции пучка. В результате можно добиться наибольшей модуляции электронного пучка и, как следствие, максимальной конверсии энергии электронов в энергию излучения.

Заключение

В настоящей работе теоретически исследована радиационная неустойчивость пучка электронов в резонаторе, разделенном проводящей сеткой на две неравные по длине части. В приближении малого сигнала получены выражения для энергетических потерь электронов и модуляции тока пучка. Анализ этих выражений позволяет сделать следующие выводы:

- резонатор с равными по длине секциями обеспечивает наибольшую эффективность передачи энергии от пучка заряженных частиц электромагнитному полю;
- увеличение тока пучка приводит к росту энергетических потерь электронов;
- с увеличением размера системы и плотности тока эффективность модуляции возрастает.

Показана возможность повышения эффективности модуляции в системе с неравными секциями, указанная профессором В. Г. Барышевым.

Библиографические ссылки / References

1. Marder BM, Clark MC, Bacon LD, Hoffman JM, Lemke RW, Coleman PD. The split-cavity oscillator: a high-power E -beam modulator and microwave source. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 1992;20(3):312–331. DOI: 10.1109/27.142833.
2. Baryshevsky VG. Relativistic split-cavity oscillator. arXiv:1402.3403 [Preprint]. 2014 [cited 2019 March 12]. Available from: <https://arxiv.org/abs/1402.3403>.
3. Lemke RW, Collins Clark M, Marder BM. Theoretical and experimental investigation of a method for increasing the output power of a microwave tube based on the split-cavity oscillator. *Journal of Applied Physics*. 1994;75(10):5423–5432. DOI: 10.1063/1.355698.
4. Jun-Tao H, Hui-Huang Z, Bao-Liang Q, Yong-Gui L. A new method for increasing output power of a three-cavity transit time oscillator. *Chinese Physics Letters*. 2004;21(7):1302–1305. DOI: 10.1088/0256-307X/21/7/033.
5. Joaquim J Barroso, Joaquim Paulino Leite Neto. Coupled circular cavities for transit-time microwave tubes. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2010;38(6):1385–1390. DOI: 10.1109/TPS.2009.2038384.
6. Joaquim J Barroso. Electron bunching in split-cavity monotrons. *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2009;56(9):2150–2154. DOI: 10.1109/TPS.2009.2026323.
7. Sotnikov GV, Tkach YuV, Scherbina SL. Eigen frequencies and field structure of axially symmetric split-cavities. *Electromagnetic Phenomena*. 2008;8(1–19):46–61.
8. Yun-Jian Z, Qiao-Sheng MA, Xiong L. Study of a compact external magnetic field radial split-cavity oscillator. *Chinese Physics C*. 2011;35(4):381–386. DOI: 10.1088/1674-1137/35/4/011.
9. Zhikai F, Qingxiang L, Daibing C, Jie T, Haijing Z. Theoretical and experimental researches on C-band three-cavity transit-time effect oscillator. *Science in China. Series G. Physics Mechanics and Astronomy*. 2004;47(3):310–329. DOI: 10.1360/02yw0316.
10. Billen JH, Young LM. Poisson Superfish, LA-UR-96-1834.

Статья поступила в редколлегию 19.07.2019.
Received by editorial board 19.07.2019.