

## МОДЕЛЬ РЫНКА С ИНФОРМАЦИЕЙ О ТЕНДЕНЦИИ ЦЕН

Калитин Б. С., Новикова Н. В., *Белорусский государственный университет, г. Минск, Беларусь*

Мотивы поведения субъектов рыночных отношений – производителей и потребителей – могут основываться на информации о тенденции цен на товары или услуги, причем наличие такой дополнительной информации способно существенно влиять на ход договорного процесса при достижении компромисса. Однако получение информации о тенденции развития цен на предшествующем или последующем интервале времени требует более глубокого анализа и осмысления, и, следовательно, такая информация, хотя и желательна, но не всегда и не всем доступна. Если предположить, что для определенного класса рынков наряду с доступностью цен доступной оказывается и информация о тенденции цен, то можно условно разделить такой класс рынков на два важных типа.

(I) Покупатели и продавцы пользуются информацией рынка о представленных ценах, но не используют информацию о предстоящем изменении цен.

(II) В дополнение к информации рынка о представленных ценах покупатели и продавцы обладают информацией о предстоящем изменении цен и пользуются ею в своих интересах. Здесь спрос и предложение зависят от тенденции ценообразования и темпов роста цен.

В представленной работе рассматриваются дискретные модели рынка с заданными функциями спроса и предложения, когда взаимодействие покупателей и продавцов относится к ситуации типа (II) или близких с ними типов. Таким образом, в дополнение к оговоренным предположениям обычной модели «спрос–предложение» (тип (I), см., например, [1, гл. 4]) будем считать, что покупатели и продавцы обладают информацией о направлении развития цен на ближайший период и, по крайней мере, один из них использует ее в своих интересах. Математические модели такого типа возникли в связи с потребностью анализа ощутимой инфляции рыночной системы при наличии информации о тенденции ценообразования и темпов изменения цены. Представленные здесь исследования примыкают к рассмотренным в докладе [2] вопросам устойчивости рынка, где анализируется рыночная модель спрос–предложение при дополнительных условиях о наличии рамок допустимых цен. При этом большое внимание уделяется вопросу о формировании условий устойчивого развития рынка и описанию негативных факторов, ведущих к неуправляемой инфляции. Все эти обстоятельства говорят об актуальности изучения поставленных задач рыночных взаимодействий между производителями благ и их потребителями при наличии и учете инфляции.

### 1. Постановка задачи

Для построения математической модели, отвечающей ситуации с заметным движением цен на рынке, будем использовать понятия «сегодня» и «завтра», соответствующие временным моментам  $t$  и  $t + 1$ . Используем также символы  $p^0$ ,  $p^*$  и  $p^{**}$ , обозначающие соответственно равновесие, нижнее пороговое и верхнее потолочное значения цен для рассматриваемого рынка. Таким образом, предполагается, что наблюдаемая цена  $p$  товара или услуги, а также и равновесная цена  $p = p^0$ , принадлежат замкнутому интервалу  $p^* \leq p \leq p^{**}$ .

Пусть на последовательных периодах времени  $t = 1, 2, 3, \dots$  рынок благ определяется на «сегодня» функциями спроса  $D(t)$  и предложения  $S(t)$  согласно следующим формулам:

$$D(t) = a + b(\alpha p(t+1) - p(t)), \quad b > 0, \quad \alpha > 0;$$

$$S(t) = a_1 - b_1(\beta p(t+1) - p(t)), \quad b_1 > 0, \quad \beta > 0,$$

где  $p(0)$  – начальное значение цены.

Коэффициенты  $b$  и  $b_1$  означают уровень реакции на цену товара соответственно покупателей и продавца, а коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  – уровни реакции на тенденцию цены товара на «завтра».

Для уточнения экономического смысла оставшихся коэффициентов  $a$  и  $a_1$  будем учитывать ограничения, связанные с заданным интервалом допустимых цен  $p^* \leq p \leq p^{**}$ .

Согласно законам рыночной экономики, учитываемым в описании модели [2], при максимальной цене  $p = p^{**}$  спрос равен нулю, а при минимальной цене  $p = p^*$  объем предложения падает до нуля. Если и покупателям и продавцу известно, что цена «завтра» станет максимальной, т. е.  $p = p^{**}$ , то спрос сегодня будет максимально возможным и, исходя из формулы для  $D(t)$ , равным  $a + b(\alpha p^{**} - p^*)$ , а предложение будет нулевым. Тогда правило регулирования рынка, где  $D(t) = S(t)$ , дает равенство  $a + b(\alpha p^{**} - p^*) = 0$ , из которого находим

$$a = -b(\alpha p^{**} - p^*).$$

Если же цена «завтра» ожидается минимально возможной, т. е.  $p = p^*$ , то спрос «сегодня» будет нулевым, а предложение максимальным, что согласно формуле для  $S(t)$  дает выражение  $a_1 - b_1(\beta p^* - p^{**})$ . То есть, выполняется равенство  $a_1 - b_1(\beta p^* - p^{**}) = 0$ , которое определяет значение

$$a_1 = b_1(\beta p^* - p^{**}).$$

Поэтому, заменяя в выражениях для  $D(t)$  и  $S(t)$  полученные представления величин  $a$  и  $a_1$ , формулы для спроса и предложения можно описать следующими функциями:

$$\begin{aligned} D(t) &= b(\alpha p(t+1) - p(t)) - b(\alpha p^{**} - p^*), \quad b > 0, \quad \alpha > 0; \\ S(t) &= -b_1(\beta p(t+1) - p(t)) + b_1(\beta p^* - p^{**}), \quad b_1 > 0, \quad \beta > 0. \end{aligned} \quad (DS)$$

Добавим, что эти функции учитывают информацию цен на «сегодня» и на «завтра». Кроме того, использование понятий минимальной  $p^*$  и максимальной  $p^{**}$  из возможных цен в модели рынка товаров или услуг дает дополнительную возможность уточнить экономический смысл параметров  $a$  и  $a_1$ . В общепринятых моделях «спрос–предложение» [1] эти параметры обычно используются как неопределенные постоянные, связанные в большей степени с начальными условиями, и поэтому не заслуживающие особого внимания. Как увидим ниже именно коэффициенты  $a$  и  $a_1$  играют важную роль в определении условий устойчивого развития рынка.

## 2. Рынок с активной реакцией на рост цен

Рассмотрим модель (DS) следующего вида:

$$\begin{aligned} D(t) &= b(\alpha p(t+1) - p(t)) - b(\alpha p^{**} - p^*), \quad \alpha > 1, \\ S(t) &= -b_1(\beta p(t+1) - p(t)) + b_1(\beta p^* - p^{**}), \quad \beta > 1. \end{aligned} \quad (1)$$

Дадим экономическое толкование поведения покупателей и продавца в динамике, определяемой равенствами (1).

Условия  $\alpha > 1$  и  $\beta > 1$  отражают высокий уровень реакции на предстоящее увеличение цен. А именно, при ожидаемом подъеме цены на «завтра» покупатели и продавцы активно реагируют, учитывая эту информацию в принятии решения на «сегодня».

Поведение продавцов и покупателей с учетом тенденции цены объясняется следующим образом. Пусть изменение цены характеризуется положительной разностью  $p(t+1) - p(t) > 0$ , т. е. известно, что цена «завтра» возрастет. В этом случае будут справедливыми неравенства  $\alpha p(t+1) - p(t) > 0$  и  $\beta p(t+1) - p(t) > 0$ ,

и согласно формулам (1) покупатели стремятся немедленно увеличить спрос «сегодня», а продавцы соответственно уменьшить предложение.

Пусть теперь предполагаемое изменение цены на «завтра» характеризуется отрицательной разностью  $p(t+1) - p(t) < 0$ , т. е. цена «завтра» уменьшится. Тогда происходит сле-

дующее: покупатели не спешат сразу уменьшать спрос «сегодня», а реагируют на эту информацию (в сторону уменьшения спроса) с запаздыванием (вялая реакция, возможно порожденная моментом выжидания). А именно они даже увеличивают спрос в случае, когда предполагаемое снижение цены невелико, т. е. когда  $\alpha p(t+1) - p(t) > 0$ , и начинают уменьшать спрос, только тогда, когда  $\alpha p(t+1) - p(t) < 0$ , что при  $\alpha > 1$  соответствует в их понимании более значительному снижению цены на «завтра».

Что же касается продавца, то он не спешит сразу увеличить предложение «сегодня», а реагирует на эту информацию (в сторону увеличения предложения) с запаздыванием (вялая реакция). А именно, он даже уменьшает предложение в случае, когда предполагаемое снижение цены невелико, т. е. когда выполняется неравенство  $\beta p(t+1) - p(t) > 0$ , и начинает увеличивать предложение, только тогда, когда  $\beta p(t+1) - p(t) < 0$ , что при  $\beta > 1$  объясняется более значительным снижением цены на «завтра».

Таким образом, реакция продавцов и покупателей на обладание информацией о тенденции цен разная, скорее противоположная. Но при этом общим является то обстоятельство, что и те, и другие мгновенно меняют свои планы на «сегодня», если ожидается ощутимое повышение цены, и они не спешат менять свои планы на «сегодня», выжидают, если предстоит незначительное снижение цены.

### 3. Динамическая модель и ее равновесие

С учетом формул (1) и предполагаемого равенства спроса и предложения  $D(t) = S(t)$  получаем экономико-математическую модель в виде рекуррентного соотношения

$$p(t+1) - \frac{b+b_1}{\alpha b + \beta b_1} p(t) = \frac{(b_1\beta - b)p^* + (b\alpha - b_1)p^{**}}{\alpha b + \beta b_1}, \quad \alpha > 1, \beta > 1, \quad (2)$$

относительно цены  $p$  в дискретные моменты времени  $t = 0, 1, 2, 3, \dots$ , где параметры  $b > 0$ ,  $b_1 > 0$ .

Следовательно, модель представляет собой линейное дискретное неоднородное уравнение первого порядка с постоянными коэффициентами.

Для нахождения равновесной цены  $p = p^0$  модели полагаем в (2)  $p(t+1) = p(t) = p^0$ . Тогда имеем уравнение

$$p^0 \left( 1 - \frac{b+b_1}{\alpha b + \beta b_1} \right) = \frac{(b_1\beta - b)p^* + (b\alpha - b_1)p^{**}}{\alpha b + \beta b_1}.$$

Отсюда путем несложных преобразований получаем равенство

$$p^0((\alpha-1)b + (\beta-1)b_1) = (b_1\beta - b)p^* + (b\alpha - b_1)p^{**}.$$

Теперь, опираясь на неравенства  $\alpha > 1$ ,  $\beta > 1$ , можно утверждать, что равновесие дискретного уравнения (2) всегда существует и представляется в виде:

$$p^0 = \frac{(b_1\beta - b)p^* + (b\alpha - b_1)p^{**}}{(\alpha-1)b + (\beta-1)b_1}. \quad (3)$$

При этом выписанное равновесие единственное вне зависимости от того, является ли оно экономическим равновесием или нет. По предположениям модели для выделения условий существования экономического равновесия из формулы (3) необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие  $p^* \leq p^0 \leq p^{**}$ . Нетрудно показать, что таким искомым условием являются неравенства

$$\frac{1}{\beta} \leq \frac{b_1}{b} \leq \alpha. \quad (4)$$

При этом ясно, что выполнение одного из неравенств

$$\frac{b_1}{b} < \frac{1}{\beta} \quad \text{либо} \quad \frac{b_1}{b} > \alpha \quad (5)$$

влечет отсутствие экономического равновесия модели.

#### 4. Устойчивость равновесия

Проведенный анализ задачи об устойчивости функции цены и свойств функции равновесия, приводит к следующему выводу:

- экономическое равновесие существует, единственно и асимптотически устойчиво при выполнении неравенств (4); при этом сходимость цены  $p(t)$  с ростом времени  $t$  к равновесию  $p^0$  регулярная, она монотонно убывает при  $p(0) > p^0$  и монотонно возрастает при  $p(0) < p^0$ ;

- экономическое равновесие отсутствует, если выполняются неравенства (5); при этом цена неограниченно убывает при  $\frac{b_1}{b} > \alpha$  (дефляция), и она неограниченно возрастает при  $\frac{b_1}{b} < \frac{1}{\beta}$  (инфляция).

#### Список использованных источников

1. Gandolfo G. Economic Dynamics / Giancarlo Gandolfo. 4th Edition, Springer. North-Holland, 2010. – 829 p.
2. Калитин Б.С. Еще раз о паутинообразной модели рынка / Б.С. Калитин // Матер. XIV Междунар. научн. конф. «Проблемы прогнозирования и государственного регулирования социально-экономического развития», (в 3 т.). Минск, 2014. Т. 3. С. 198–199.

## ПОЛНЫЕ ЗАТРАТЫ РЕСУРСОВ НА ПРОИЗВОДСТВО КОНЕЧНОГО ПРОДУКТА ПРИ ПЛАНИРОВАНИИ РАЗВИТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

**Короткевич А. И., Лапко Б. В., Шпарун Д. В.,** *Белорусский государственный университет, г. Минск, Беларусь*

Глобальная цель развития национальной экономической системы, из которой вытекает и цель его планирования – это максимально возможное при существующем в мире уровне развития технологий удовлетворение потребностей всего населения страны. В дальнейшем будем говорить о потребностях, которые удовлетворяются потреблением продуктов (товаров и услуг) различных видов экономической деятельности (ВЭД). Естественной целью планирования должна быть не общая стоимость всех потребностей в целом в виде ВВП, а объем удовлетворения каждой потребности. Разделим все множество потребностей на группы в соответствии с тем, какой ВЭД удовлетворяет эти потребности.

В настоящее время в Республике Беларусь в Системе национальных счетов и таблицах «Затраты–Выпуск» выделено 83 ВЭД – соответственно можно выделить 83 группы потребностей. Тогда исходным пунктом планирования является вектор потребностей населения, каждый элемент которого показывает в денежном выражении требуемый объем соответствующей группы продуктов. Исходя из вышесказанного эти элементы показывают какой объем конечного продукта требуется населению от каждого ВЭД. Обозначим вектор потребностей населения  $\Pi$ .

Удовлетворение спроса населения происходит как за счет продуктов, выпускаемых отечественными ВЭД, так и за счет импорта продуктов зарубежными ВЭД. Не все производимые ВЭД продукты используется на конечное потребление, часть их идет на промежуточ-