Mathematical Modelling and Differential Equations

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Материалы
IV международной научной конференции,
посвящённой 95-летию со дня рождения
члена-корреспондента Академии наук БССР,
профессора Иванова Евгения Алексеевича

(Республика Беларусь, Гродно,
17–20 декабря 2019 г.)

Гродно
ГрГУ им. Я. Купалы
2019

Л. А. Пилипчук, Е. Н. Полячок

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ОЦЕНКИ НЕОДНОРОДНЫХ ПОТОКОВ В МУЛЬТИСЕТЯХ С РЕАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

Процесс мониторинга транспортных потоков [1–5] является актуальным направлением прикладных исследований в области управления и контроля трафика. В последние годы динамично развиваются интеллектуальные транспортные системы, в том числе такой класс задач, как проблема идентификации специальных программируемых устройств с целью мониторинга и управления однородным потоком в сети.

Актуальной проблемой интеллектуальных транспортных систем является задача поиска приемлемого количества узлов с целью установки специальных программируемых устройств в обозреваемые узлы сети для сбора частичной информации о функции потока, которая гарантировала бы ее полную наблюдаемость. Данная задача названа Sensor Location Problem (SLP) [3]. Задача поиска минимальной мощности множества обозреваемых узлов относится к классу NP-полных задач [4]. Поэтому поиск оптимального решения задачи SLP потребует огромных вычислительных ресурсов, даже для сетей относительно небольших размерностей. Для сбора необходимой информации о функции потока с целью нахождения значений дуговых потоков на ненаблюдаемой части сети, что гарантировало бы ее полную наблюдаемость с определенной

точностью для каждого ненаблюдаемого узла и соответствующих дуг, построены субоптимальные решения задачи SLP для заданных порогов интенсивности [1].

Математическая модель построение субоптимального решения основано на однородном потоке. Однако, измерения производятся натурным способом для различных типов транспорта. Следовательно, каждый тип транспорта необходимо привести к эталонному типу. Таким образом, физическая интенсивность есть число, характеризующее количество единиц любого типа автотранспорта, а приведенная интенсивность является количеством единиц эталонного типа транспорта. На рисунке представлена визуализация пространственных данных расположения сенсоров субоптимального решения, состоящая из семи обозреваемых узлов при пороге интенсивности $t = 70$ для сети с числом узлов 110 и дуг 148.

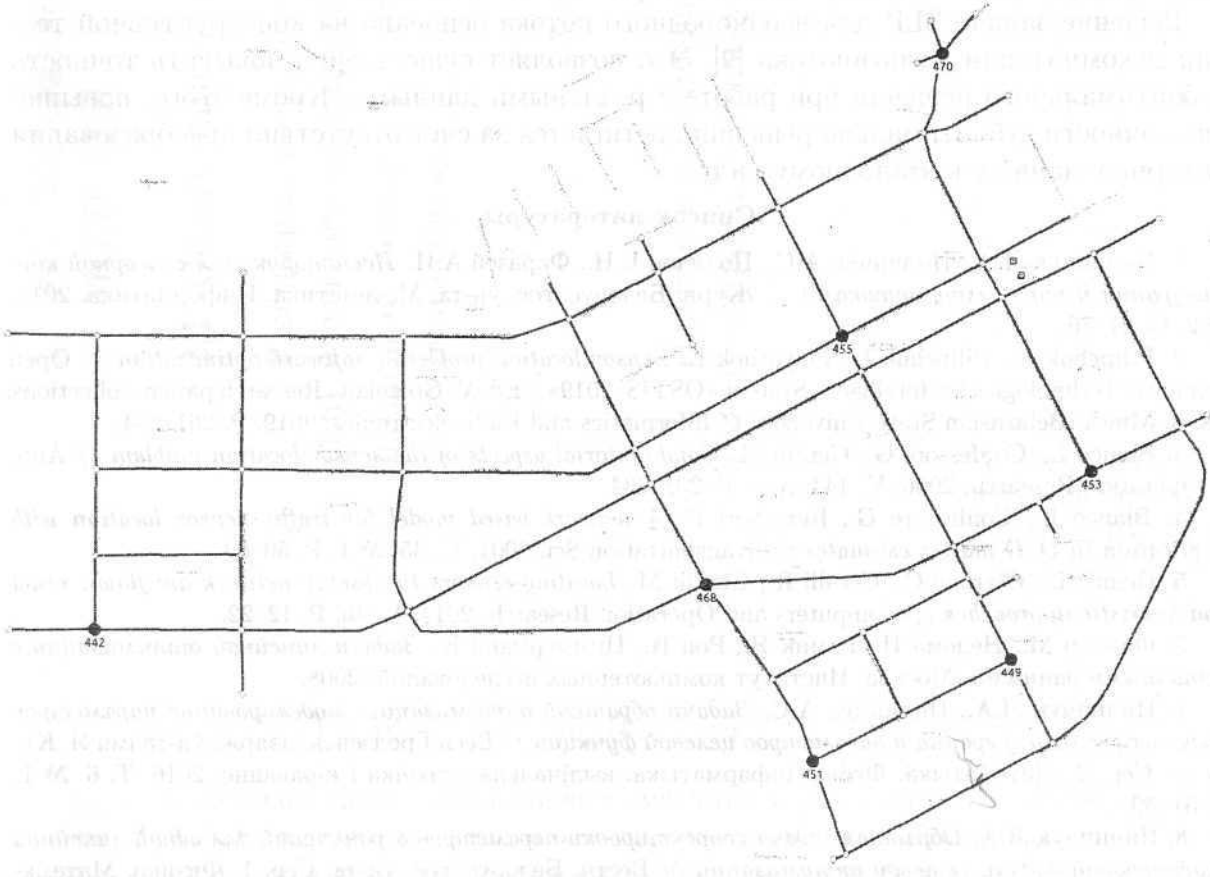

Рисунок. Фрагмент схемы установки датчиков (сенсоров) в г. Солигорске.

Для практического решения задачи SLP [2] получены данные о количественных характеристиках интенсивности движения транспортного потока натурным способом в реальной среде. Однако свойство непрерывности потока при работе с натурными данными не выполняется, поскольку полученные данные не являются точными. Необходимо использовать методы обработки потока с неточными данными [6–8].

Для повышения точности субоптимального решения задачи оценки мультипотока на ненаблюдаемой части мультисети исследуется недоопределенные система линейных алгебраических уравнений вида

$$\sum_{j\in I_i^+(U^k)} x_{ij}^k - \sum_{j\in I_i^-(U^k)} x_{ji}^k = \begin{cases} 0, & i \in I^k \setminus I_k^*, \\ x_i^k\cdot, & i \in I_k^* \end{cases} \quad I_k^* \subseteq I^k, \quad k \in K, \tag{1}$$

где $S = (I, U)$ – конечная ориентированная связная мультисеть с множеством узлов I и множеством мультидуг U, определенных на $I \times I$, $|I| < \infty$, $|U| < \infty$, $|K|$ – максимальная кратность дуг мультисети S, $K = \{1, \ldots, |K|\}$ – множество различных типов потока в мультисети S, $(|K| < \infty)$, $S^k = (I^k, U^k)$ – связная двунаправленная сеть, соответствующая типу потока $k \in K$. $I_i^+(U^k) = \{j \in I^k : (i,j)^k \in U^k\}$, $I_i^-(U^k) = \{j \in I^k : (j,i)^k \in U^k\}$, $x = (x_{ij}^k, (i,j)^k \in U^k,\ k \in K)$ – вектор неизвестных мультипотоков. Матрица A системы (1) имеет следующую блочную структуру: $A = [M\ R]$, где M – разреженная матрица блочно-диагонального вида, каждый блок которой является матрицей инцедентности графа $S^k = (I^k, U^k)$. Матрица R также имеет блочно-диагональную структуру и каждый j-й столбец блока содержит в i-й строке единственный ненулевой элемент, равный -1. Каждый блок матрицы A соответствует условиям сохранения однородного потока k-вида.

Решение задачи SLP для неоднородного потока основано на конструктивной теории декомпозиции мультипотока [9]. Это позволяет существенно повысить точность субоптимального решения при работе с реальными данными. Кроме этого, повышение точности субоптимально решения достигается за счет отсутствия преобразования натурных данных к эталонному виду.

Список литературы

1. Пилипчук Л.А., Пилипчук А.С., Полячок Е.Н., Фаразей А.И. *Идентификация сенсорной конфигурации и управление потоками* // Журн. Белорус. гос. ун-та. Математика. Информатика. 2018. № 2. С. 67–76.

2. Pilipchuk A., Pilipchuk L., Polyachok E. *Sensor location problem's software optimization* // Open Semantic Technologies for Intelligent System «OSTIS–2019» / Ed. V. Golenkov. Research papers collections. Iss. 3. Minsk, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2019. P. 261–264.

3. Bianco L., Confessore G., Gentili M. *Combinatorial aspects of the sensor location problem* // Ann. of Operation Research. 2006. V. 144. № 1. P. 201–234.

4. Bianco L., Confessore G., Reverberi P. *A network based model for traffic sensor location with implication in O/D matrix estimates* // Transportation Sci. 2001. V. 35. № 1. P. 50–60.

5. Bianco L., Cerrone C., Cerulli R., Gentili M. *Locating sensors to observe network arc flows: exact and heuristic approaches* // Computers and Operation Research. 2014. V. 46. P. 12–22.

6. Фидлер М., Недома Й., Рамик Я., Рон И., Циммерманн К. *Задачи линейной оптимизации с неточными данными*. Москва: Институт компьютерных исследований; 2008.

7. Пилипчук Л.А., Пилипчук А.С. *Задачи обратной оптимизации: моделирование параметров нижних (верхних) границ и параметров целевой функции* // Весн Гродзенск. дзярж. ўн-та імя Я. Купалы. Сер. 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне. 2016. Т. 6. № 1. С. 31–39.

8. Пилипчук Л.А. *Обратная задача корректировки параметров ограничений для одной линейной неоднородной задачи сетевой оптимизации* // Вестн. Белорус. гос. ун-та. Сер. 1. Физика. Математика. Информатика. 2016. № 1. С. 136–143.

9. Pilipchuk L.A. *Sparse Linear Systems and Their Applications*. Minsk: BSU, 2013.