Условия центра для полиномиальной системы с четырнадцатью параметрами.

А. А. Кушнер (Минск, Беларусь)

Рассмотрим систему типа систем Льенара

$$\begin{gathered} x' = y(1 + Dx + Px^2 + Fx^3), \\ y' = -x + Ax^2 + 3Bxy + Cy^2 + \\ +Kx^3 + 3Lx^2y + Mxy^2 + Ny^3 + Rx^4 + 3Sx^3y + Wx^2y^2 + Vxy^3 \end{gathered} \tag{1}$$

где $A, B, C, D, F, K, L, M, N, P, R, S, W, V \in \mathbb{C}$.

Фокусные величины $f_i, i = 1, 2, ...$ являются полиномами из кольца $\mathbb{C}[p]$, где $p = (A, B, C, D, F, K, L, M, N, P, R, S, W, V)$. Образуем идеал $T = \langle f_1, f_2, ..., f_k, ...\rangle \subset \mathbb{C}[p]$. Тогда $\mathbb{V}(T) = \{p \in \mathbb{C}^{14} : \forall f \in T, f(p) = 0\}$ является многообразием центра системы (1). Начало координат системы (1) – центр тогда и только тогда, когда $p \in \mathbb{V}(T)$. Положим $\alpha = A+C, \beta = A+2C, \gamma = A+3C, \delta = C^2+K, \rho = C+D$. Образуем идеалы:

$$I_1 = \langle 2D - 3C, -BC + L + N, C\delta^2 - 6BN\delta + W\delta + CN^2, -2CN^3 + 6B\delta N^2 - C\delta^2N + 2\delta^2V, 2B\delta + CN + 2S, R - C\delta, 2N^2 + \delta(\delta + K) + 2\delta P, \beta, (3\delta + K)\delta^2 + 2M\delta^2 + 6BCN\delta - 2(2C^2 + K)N^2, C\delta^2 + 2F\delta + CN^2, 1 - \delta t\rangle,$$

$$I_2 = \langle 2D - 3C, -BC + L + N, W - 2(F + 3BN), C^3V - 4N(2N^2 + 3BCN + CF), 4S - C(BC - 2N), C^3 + 4R, -C^3 + 2PC - 4F, \beta, -3C^4 + 4MC^2 - 8FC - 48BNC - 32N^2, 5C^2 + 4K, 1 - Ct\rangle,$$

$$I_3 = \langle 5\alpha+2\rho, B\alpha+L+N, 5\beta K^2+\beta(A^2-9CA-11C^2)K+2\beta N^2-C\alpha\beta(A^2-4CA-6C^2)+(3AB\alpha+6BK)N+(C(2A+3C)-K)W, -4N^3-6B\gamma N^2+(-4K^2+(-3A^2-4CA-5C^2)K+C\alpha(4A^2+13CA+15C^2))N+(2C\gamma(2A+3C)-2\gamma K)V, -2BC\alpha+2BK-\alpha N+2S, \alpha C^2-KC+R, 2P-\alpha(4A+7C), \beta\alpha^2+2F, -10K^2+(-2A^2+17CA+21C^2)K-4N^2+C\alpha(2A^2-6CA-9C^2)+(2C(2A+3C)-2K)M-6B\gamma N, \alpha(2A+3C)C^2-(3A+4C)KC+K^2+N^2, -C\gamma(2A+3C)t+\gamma Kt+1\rangle,$$

$$I_4 = \langle 5\alpha + 2\rho, B\alpha + L + N, \alpha^2\beta\gamma^2 + 4W\gamma^2 + 24B\alpha N\gamma + 32\beta N^2, V\gamma^3 + \alpha\beta N\gamma^2 - 12BN^2\gamma - 8N^3, -B\alpha^2 - 2N\alpha + 4S, C\alpha^2 + 4R, 2P - \alpha(4A + 7C), \beta\alpha^2 + 2F, -(A - C)\alpha\gamma^2 + 4M\gamma^2 - 48BN\gamma - 32N^2, (A - 3C)\alpha + 4K, 1 - \gamma t\rangle,$$

$$I_5 = \langle 5\alpha + 2\rho, B\alpha + L + N, -\alpha(3A^2 + 6CA + 3C^2 - 4M)\gamma^2 + 4W\gamma^2 - 24B\alpha N\gamma + 32CN^2, 2V\gamma^3 + (3A^2 + 6CA + 3C^2 - 4M)N\gamma^2 + 24BN^2\gamma + 16N^3, -\alpha\beta(3A^2 + 7CA + 4C^2 - 2M)\gamma^2 - 12\alpha(3A + 7C)N^2 + N(24\gamma S - 6B\alpha\gamma(5A + 9C)), \gamma\alpha^2 + 4R, -(A^2 + 4CA + 3C^2 + 4M)\gamma^2 + 4P\gamma^2 + 48BN\gamma + 32N^2, 4K - \alpha(A + 7C), 8F\gamma^2 - (3A + 5C)(5A^2 + 12CA + 7C^2 - 4M)\gamma^2 - 48B(3A + 5C)N\gamma - 32(3A + 5C)N^2, 1 - \gamma t\rangle,$$

$$I_6 = \langle 5\alpha + 2\rho, B\alpha + L + N, \alpha^2(3A + 5C)\gamma^2 + 4W\gamma^2 + 24B\alpha N\gamma + 32\beta N^2, 2V\gamma^3 - \alpha(3A + 5C)N\gamma^2 - 24BN^2\gamma - 16N^3, -3B\gamma\alpha^2 - 2(5A + 13C)N\alpha + 12\gamma S, \gamma\alpha^2 + 4R, 4P - \alpha(7A + 11C), 4K - \alpha(A + 7C), -\alpha(3A + 4C)\gamma^2 + 2M\gamma^2 - 24BN\gamma - 16N^2, (3A + 5C)\alpha^2 + 8F, 1 - \gamma t\rangle.$$

Теорема. Имеет место включение $\bigcup\limits_{k=1}^{6} \mathbb{V}(I_k) \subset \mathbb{V}(T)$.