

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

О.И. Чуприс

«12»

2019 г.

Регистрационный № УД-7250/уч.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:**

1-31 80 09 Прикладная математика и информатика

профилизации:

Алгоритмы и системы обработки больших данных

Аналитическая логистика

Компьютерный анализ данных

Математическая кибернетика

2019 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 80 09-2019 и учебных планов G31-072/уч., G31-073/уч., G31-074/уч., G31-075/уч. от 11.04.2019 г.

СОСТАВИТЕЛЬ:

Б. В. Фалейчик – доцент кафедры вычислительной математики факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

С. В. Лемешевский, доцент кафедры математического моделирования и управления ФПМИ, кандидат физико-математических наук

П. П. Матус, главный научный сотрудник отдела информационных технологий Института математики НАН Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой вычислительной математики
(протокол № 12 от 9 апреля 2019 года);

Научно-методическим Советом БГУ
(протокол № 5 от 28 июня 2019 года).

Заведующий кафедрой
вычислительной математики



В. И. Репников



ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цель учебной дисциплины «Математическое моделирование и оптимизация сложных систем» – обучение студентов методам построения, исследования и оптимизации моделей сложных систем.

В рамках поставленной цели **задачи** учебной дисциплины состоят в следующем:

- обучение основам теории динамических систем с дискретным и непрерывным временем;
- ознакомление с базовыми моделями синхронизации осциллирующих объектов;
- ознакомление студентов с основными методами стохастической оптимизации;
- формирование у студентов навыков исследования сложных систем путем вычислительного эксперимента с использованием современных вычислительных средств.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием (магистра): учебная дисциплина «Математическое моделирование и оптимизация сложных систем» входит в государственный компонент учебного плана и относится к модулю «Методы и программные средства прикладной математики».

Межпредметные связи. Основой для изучения дисциплины являются дисциплины первой ступени «Математический анализ», «Геометрия и алгебра», «Дифференциальные уравнения» (или «Высшая математика» с включением соответствующих разделов). Знания, полученные в результате изучения учебной дисциплины «Математическое моделирование и оптимизация сложных систем», используются при изучении дисциплин «Анализ и оптимизация систем массового обслуживания», «Вычислительные методы в анализе данных», «Методы машинного обучения» из компонента учреждения высшего образования.

Требования к компетенциям. Освоение учебной дисциплины «Математическое моделирование и оптимизация сложных систем» должно обеспечить формирование следующих универсальных и углубленных профессиональных компетенций.

Универсальные компетенции:

УК-1. Быть способным применять методы научного познания (анализ, сопоставление, систематизация, абстрагирование, моделирование, проверка достоверности данных, принятие решений и др.) в самостоятельной исследовательской деятельности, генерировать и реализовывать инновационные идеи.

Углубленные профессиональные компетенции:

УПК-1. Уметь применять системный и сравнительный анализ для построения математических моделей повышенной сложности.

УПК-2. Обладать навыками компьютерной реализации методов моделирования и оптимизации сложных систем.

В результате изучения дисциплины студент магистратуры должен:

знать

- основные понятия и теоремы теории динамических систем;
- классические модели физических, биологических и химических систем, а также их свойства;
- методы вероятностной оптимизации сложных систем;

уметь

- строить математические модели для решения типовых классов прикладных задач;
- исследовать свойства дискретных и непрерывных динамических систем;
- применять вероятностные методы оптимизации для решения прикладных задач;

владеть

- приемами построения типовых математических моделей;
- навыками компьютерной реализации методов моделирования и оптимизации сложных систем.

Структура учебной дисциплины

В соответствии с учебными планами дисциплина «Математическое моделирование и оптимизация сложных систем» изучается в первом семестре. Всего на изучение дисциплины отведено:

- для очной формы получения высшего образования – 96 часов, в том числе 40 аудиторных часов, из них: лекции – 20 часов, лабораторные занятия – 20 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации по учебной дисциплине – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Динамические системы с непрерывным временем

Тема 1.1. Введение. Понятие сложной системы. Структурная и динамическая сложность. Динамические системы с дискретным и непрерывным временем. Основные понятия теории динамических систем. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент. Примеры моделей.

Тема 1.2. Динамические системы с одномерным фазовым пространством. Классические одномерные модели популяционной динамики. Устойчивость точек равновесия одномерных динамических систем. Фазовые портреты. Анализ устойчивости на основе линеаризации. Понятие бифуркации, бифуркационные диаграммы. Основные типы одномерных бифуркаций: седлоузловая, транскритическая, вилкообразные бифуркации. Гистерезис. Несовершенные бифуркации и катастрофы. Катастрофа сборки. Модель заражения леса вредителями.

Тема 1.3. Динамические системы с двумерным фазовым пространством. Фазовый поток и фазовые портреты на плоскости, изоклины и нульклины. Классификация линейных динамических систем. Устойчивые и неустойчивые многообразия. Экспонента матрицы. Линеаризация динамических систем. Гиперболические неподвижные точки. Топологическая эквивалентность и структурная устойчивость динамических систем. Связь линейных и нелинейных динамических систем: теорема Гробмана-Хартмана. Модель соперничества популяций.

Тема 1.5. Динамический хаос. Система Лоренца. Понятие динамического хаоса. Система Лоренца. Анализ точек равновесия системы Лоренца с помощью линеаризации, частичная бифуркационная диаграмма. Существование положительно инвариантной области. Чувствительность к начальным данным. Аттракторы, понятие странного аттрактора. Отображение Лоренца.

Раздел 2. Динамические системы с дискретным временем

Тема 2.1. Простейшие модели и основные понятия. Дискретные одномерные модели популяционной динамики: логистическая модель, модель Морана, модель Хассела. Диаграммы Ламерея. Неподвижные точки отображений, орбиты, циклы. Сопряженные отображения. Устойчивость неподвижных точек и циклов. Гиперболические особые точки отображений. Критерий асимптотической устойчивости неподвижной точки. Модель «хозяин–паразитoid».

Тема 2.2. Хаотические отображения. Циклы отображений. Сопряженные отображения. Понятие хаотического отображения, отображение

«палатка», его свойства и связь с логистическим отображением. Цикл периода три: понятие покрытия отрезка под действием отображения, петли, лемма о маршруте, основная теорема о цикле периода три.

Тема 2.3. Универсальность Фейгенбаума. Бифуркационные диаграммы отображений. Седлоузловая, транскритическая, вилкообразная бифуркации. Бифуркация удвоения периода. Бесконечная последовательность бифуркаций удвоения периода для логистического отображения. Универсальные константы Фейгенбаума. Сверхустойчивые неподвижные точки и циклы. Универсальные функции и оператор ренормализации.

Раздел 3. Модели синхронизации осциллирующих объектов

Тема 3.1. Модель Миролло–Строгаца. Понятие осциллятора, примеры синхронизации осцилляторов в природе. Математическая постановка задачи синхронизации. Случай двух осцилляторов: анализ динамики отображения возвращения, доказательство синхронизации. Пример с точным решением. Многомерный случай.

Тема 3.2. Модель Курамото. Математическое описание осциллятора в модели Курамото. Понятие фазовой автоподстройки частоты. Анализ двумерного случая. Анализ общего случая: параметр порядка, исследование поведения системы при $N \rightarrow \infty$.

Раздел 4. Вероятностные методы оптимизации

Тема 4.1. Метод имитации отжига (ИО). Общие сведения о вероятностных методах оптимизации. Постановка задачи комбинаторной оптимизации. Моделирование процесса отжига, алгоритм Метрополиса. Классический алгоритм МО. Стратегии уменьшения управляющего параметра (планы охлаждения), критерии остановки. Анализ сходимости метода ИО. Пример: задача коммивояжера. Модификации метода для случая непрерывной оптимизации.

Тема 4.2. Метод дифференциальной эволюции (ДЭ). Общие сведения об эволюционных алгоритмах оптимизации. Классический алгоритм ДЭ. Случай условной минимизации. Алгоритм ДЭ для случая комбинаторной оптимизации. Типы стратегий поиска.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Лабораторные занятия		
1	Раздел 1. Динамические системы с непрерывным временем				
1.1	Введение	2	2		Выборочный устный опрос Лабораторная работа 1
1.2	Динамические системы с одномерным фазовым пространством				
1.3	Динамические системы с двумерным фазовым пространством	2	2		Выборочный устный опрос Коллоквиум Контрольная работа
1.4	Динамический хаос. Система Лоренца.	2	2		Коллоквиум Контрольная работа
2	Раздел 2. Динамические системы с дискретным временем				
2.1	Простейшие модели и основные понятия	2	2		Выборочный устный опрос Коллоквиум
2.2	Хаотические отображения. Циклы отображений	2	2		Выборочный устный опрос Лабораторная работа 2 Коллоквиум
2.3	Универсальность Фейгенбаума	2	2		Лабораторная работа 2 Коллоквиум
3	Раздел 3. Модели синхронизации систем осциллирующих объектов				
3.1	Модель Миролло–Строгаца	2	2		Выборочный устный опрос Лабораторная работа 3
3.2	Модель Курамото	2	2		Коллоквиум
4	Раздел 4. Вероятностные методы оптимизации				
4.1	Метод имитации отжига	2	2		Выборочный устный опрос Лабораторная работа 4 Коллоквиум
4.2	Метод дифференциальной эволюции	2	2		Лабораторная работа 4 Коллоквиум
	Всего	20	20		

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Лоскутов А. Ю., Михайлов А. С. Основы теории сложных систем. – М. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2007. – 620 с.
2. Арнольд В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. — Ижевск: Ижевская республиканская типография. 2000. — 368 с.
3. Strogatz, Steven H. Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry and Engineering : Westview Press, 2000. – 498 p.
4. Boccaro, Nino. Modeling Complex Systems. Second edition. Springer, 2010. – 490 p.
5. Хайпер Э., Нерсетт С, Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. — М.: Мир, 1990.
6. Feoktistov V. Differential evolution. In search of solutions. Springer Science+Business Media, LLC. – 2006. – 200p.
7. P. J. M. van Laarhoven, E. H. L. Aarts. Simulated Annealing: Theory and applications. Springer Science + Business Media, LLC. – 1987. – 187 p.
8. Mirollo R., Strogatz S. Synchronization of Pulse-Coupled Biological Oscillators. SIAM J. Appl. Math., 1990.

Перечень дополнительной литературы

9. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – 2-е изд., испр. – М.:ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 320 с.
10. Hairer E., Wanner G., Lubich C. Geometric Numerical Integration: Structure-preserving methods for ordinary differential equations. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 2nd ed. – 2006. – 650 p.
11. Арнольд В.И. Математические методы классической механики. 3 изд., перераб. и доп. — М.: Наука, 1989, — 472 с.
12. Калинин А.И. Асимптотические методы оптимизации возмущенных динамических систем. — Мн.: «Экоперспектива», 2000. — 183 с.
13. Альсевич, В.В. Методы оптимизации: упражнения и задания: Учебное пособие / В.В. Альсевич, В.В. Крахотко — Мн.: БГУ, 2005. — 405 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Для диагностики компетенций в рамках учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы:

1. Устная форма: выборочный устный опрос, коллоквиум.
2. Письменная форма: контрольные работы, отчеты по лабораторным работам.
3. Устно-письменная форма: выборочная устная защита отчетов по лабораторным работам.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Математическое моделирование и оптимизация сложных систем» учебным планом предусмотрен зачет.

В ходе зачета учитывается рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний в рейтинговую оценку:

- отчёты о выполнении лабораторных работ – 50 %;
- контрольные работы – 30 %;
- коллоквиум – 20 %.

Примерная тематика лабораторных занятий

Занятие № 1. Динамические системы с одномерным фазовым пространством

Занятие № 2. Бифуркации фазового потока на прямой.

Занятие № 3. Модель заражения леса вредителями.

Занятие № 4. Классификация двумерных линейных систем ОДУ. Нелинейные динамические системы с двумерным фазовым пространством.

Занятие № 5. Бифуркации в двумерном фазовом пространстве. Модель Лоренца. Хаос.

Занятие № 6. Одномерные динамические системы с дискретным временем.

Занятие № 7. Бифуркация удвоения периода. Универсальность Фейгенбаума.

Занятие № 8. Хаотические отображения. Цикл периода три.

Занятие № 9. Синхронизация осциллирующих систем. Модель Курамото.

Занятие № 10. Вероятностные методы оптимизации. Метод имитации отжига. Метод дифференциальной эволюции.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины (эвристический, проективный, практико-ориентированный)

При организации образовательного процесса большинство практических занятий использует практико-ориентированный подход, который предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности.

Также при организации образовательного процесса используются методы группового обучения, проектного обучения и учебной дискуссии. Студентам магистратуры предлагается выполнить часть лабораторных заданий в форме проекта в группах до 4 человек. Задания предполагают предварительное обсуждение в форме мозгового штурма. Выполнение проекта предусматривает самостоятельную работу с научными и техническими источниками по теме дисциплины, самостоятельный поиск и выбор способа решения задачи, составление плана и разделение задач между участниками группы. В конце изучения дисциплины предусмотрена устная защита домашнего проекта с критическим анализом идей, сгенерированных в ходе мозгового штурма, и ретроспективой выполненной работы.

Комбинация методов предполагает:

- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- способ организации учебной деятельности студентов, развивающий актуальные для учебной и профессиональной деятельности навыки планирования, самоорганизации, сотрудничества и предполагающий создание собственного продукта;
- приобретение навыков для решения исследовательских, творческих, социальных, предпринимательских и коммуникационных задач;
- появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся, подготовка к зачету

Для организации самостоятельной работы студентов магистратуры по учебной дисциплине следует использовать современные информационные технологии: разместить в сетевом доступе комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, учебное издание для теоретического изучения дисциплины, презентации лекций,

методические указания к лабораторным работам, электронные версии домашних заданий, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования второй ступени и учебно-программной документации, в том числе вопросы для подготовки к зачету, задания, вопросы для самоконтроля, список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Основные понятия теории динамических систем. Классификация, примеры динамических систем.
2. Простейшие модели популяционной динамики
3. Устойчивость динамических систем с одномерным фазовым пространством
4. Бифуркации на прямой. Седлоузловая бифуркация
5. Бифуркации на прямой. Транскритическая бифуркация
6. Бифуркации на прямой. Вилкообразные бифуркации
7. Несовершенные бифуркации. Катастрофа сборки.
8. Модель заражения леса вредителями
9. Линейный фазовый поток на плоскости
10. Классификация особых точек линейных ОДУ на плоскости. Диагонализированный случай
11. Классификация особых точек линейных ОДУ на плоскости. Недиагонализированный случай
12. Линеаризация двумерных динамических систем.
13. Топологическая эквивалентность и структурная устойчивость динамических систем
14. Модель соперничества двух популяций («кролики и овцы»)
15. Осциллятор Ван-дер-Поля.
16. Предельные множества динамических систем.
17. Теорема Пуанкаре-Бендиксона
18. Реакции Белоусова-Жаботинского: существование предельного цикла
19. Двумерные аналоги одномерных бифуркаций
20. Бифуркации циклов и фокусов
21. Аттрактор Лоренца
22. Основные понятия динамических систем с дискретным временем
23. Устойчивость неподвижных точек и циклов отображений
24. Бифуркации одномерных отображений
25. Одномерные популяционные модели с дискретным временем

26. Модель «хозяин-паразитоид»
27. Элементарные свойства логистического отображения
28. Универсальность Фейгенбаума. Сверхустойчивые особые точки циклы
29. Хаотические отображения
30. Цикл периода три: отношение покрытия, петли.
31. Цикл периода три: основная теорема.
32. Биологические осцилляторы с импульсной связью. Случай двух осцилляторов
33. Модель Курамото
34. Метод дифференциальной эволюции
35. Метод имитации отжига: алгоритм.
36. Метод имитации отжига: математическая модель и вопросы сходимости

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Анализ и оптимизация систем массового обслуживания	Теории вероятностей и математической статистики	Нет	Изменений в содержании учебной программы не требуется, протокол № 12 от 9 апреля 2019 года.
Вычислительные методы в анализе данных	Вычислительной математики	Нет	Изменений в содержании учебной программы не требуется, протокол № 12 от 9 апреля 2019 года.
Методы машинного обучения	Дискретной математики и алгоритмики	Нет	Изменений в содержании учебной программы не требуется, протокол № 12 от 9 апреля 2019 года.

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 201_ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета
