# КЛАССИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ПЕРВОЙ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ КЛЕЙНА — ГОРДОНА — ФОКА В ПОЛУПОЛОСЕ

*В. И. Корзюк, И. И. Столярчук (Минск, Беларусь)*
*korzuk@bsu.by, ivan.telkontar@gmail.com*

Уравнение Клейна — Гордона — Фока представляет собой дифференциальное уравнение в частных производных, относящееся к классу гиперболических уравнений второго порядка. Оно описывает динамику релятивистской квантовой системы.

В одномерном случае для уравнения Клейна — Гордона — Фока в полуполосе рассматривается классическое решение первой смешанной задачи. Показывается при определенных условиях гладкости и условиях согласования заданных функций существование и единственность классического решения. Для численного решения поставленной задачи необходимо решать несложные интегральные уравнения Вольтерра второго рода.

Задача рассматривается на плоскости двух независимых переменных $t, x$. В области $Q = (0, \infty) \times \mathbb{R}$ задается одномерное уравнение Клейна — Гордона — Фока

$$\partial_{tt} u - a^2 \partial_{xx} u - \lambda(t, x) u = f(t, x), \tag{1}$$

где $\mathbb{R}$ — множество действительных чисел, $\lambda$ и $f$ — функции, заданные на множестве $\overline{Q} = [0; \infty) \times \mathbb{R} \subset \mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

К уравнению (1) присоединяются начальные условия

$$u(0, x) = \varphi(x), \quad \partial_t u(0, x) = \psi(x), \quad x \in [0; l],$$

$l \in \mathbb{R}$, $l < +\infty$, и граничные условия

$$u(t, 0) = \mu_0(t), \quad u(t, l) = \mu_l(t), \quad t \in [0; \infty).$$

**Теорема.** *Пусть* $\lambda(t, x)$ *является непрерывно дифференцируемой функцией, выполняются условия согласования*

$$\mu_1(0) = \varphi(0), \quad \mu_1'(0) = \psi(0), \quad \mu_1''(0) - a^2 \varphi''(0) - \lambda(0, 0) \varphi(0) = 0,$$

$$\mu_2(0) = \varphi(l), \quad \mu_2'(0) = \psi_k(l), \quad \mu_2''(0) - a^2 \varphi''(l) - \lambda(l, 0) \varphi(l) = 0,$$

*функция* $f(t,x) \in C^2(\overline{Q})$ *удовлетворяет условию* $f(t,0) = f(t,l) = 0$, *тогда строится единственное классическое решение первой смешанной задачи для неоднородного уравнения Клейна — Гордона — Фока, которое принадлежит классу* $C^2(\overline{Q})$.