

## ЗАДАЧА КОШИ НА ПОЛУПЛОСКОСТИ ДЛЯ НЕСТРОГО ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

*В. И. Корзюк, И. С. Козловская, А. И. Козлов (Минск, Беларусь)*  
*Korzyuk@bsu.by, Kozlovskaia@bsu.by*

В аналитическом виде на полуплоскости найдено решение задачи Коши для линейного гиперболического уравнения с постоянными коэффициентами в случае двух независимых переменных при некоторых условиях на коэффициенты. Оператор уравнения представляет собой композицию линейных операторов первого порядка. Эта задача в такой постановке изучалась авторами в статьях [1, 2, 3], где рассмотрен случай строго гиперболического уравнения, т. е. все характеристики его являются различными. В [3] рассмотрен случай нестрого гиперболического уравнения, когда все характеристики совпадают при дополнительных ограничениях на коэффициенты при младших производных. Здесь излагаются результаты этой статьи и некоторые другие.

**Постановка задачи.** Задача изучается на плоскости  $\mathbb{R}^2$  двух независимых переменных  $t$  и  $x$ . В области  $Q = (0, \infty) \times \mathbb{R}$  задается дифференциальное уравнение порядка  $m$ :

$$\mathcal{L}^{(m)} u = \prod_{k=1}^m (\partial_t - a^{(k)} \partial_x + b^{(k)}) u(t, x) = f(t, x), \quad (t, x) \in Q, \quad (1)$$

где  $a^{(k)}, b^{(k)}$  ( $k = \overline{1, m}$ ) — коэффициенты из  $\mathbb{R}$ ,  $f : \mathbb{R}^2 \supset Q \ni (t, x)$ ,  $u(t, x) \in \mathbb{R}$  — заданная функция. На границе  $\partial Q = \{(t, x) \in \bar{Q} \mid t = 0\}$  области  $Q$  задаются условия Коши

$$\partial_t^j u|_{t=0} = \varphi^{(j)}(x), \quad x \in \mathbb{R}, \quad j = 0, \dots, m-1, \quad (2)$$

$\partial_t^0 u = u$ ,  $\bar{Q}$  — замыкание области  $Q$  и  $\bar{Q} = [0, \infty) \times \mathbb{R}$ ,  $[0, \infty) = (0, \infty) \cup \{0\}$ .

Обозначим через  $\mathbb{K}$  множество целых чисел от 1 до  $m$ .

**Условие 1.** Уравнение (1) является нестрого гиперболическим, для которого выполняются следующие условия на его коэффициенты:

- 1)  $a^{(k)} = a$  для любого номера  $k \in \mathbb{K}$ ,  $a \neq 0$ ;
- 2)  $b^{(k)} \neq b^{(j)}$  для любых  $k, j \in \mathbb{K}$ ,  $k \neq j$ .

**Теорема 1.** Если функции  $\varphi^{(k)}$  принадлежат множеству  $C^{2m-1-k}(\mathbb{R})$ ,  $k = \overline{0, m-1}$ , функция  $f$  — множеству  $C^m(\bar{Q})$ , выполняется условие 1, то для задачи Коши (1), (2) существует единственное классическое решение и из множества  $C^m(\bar{Q})$ .

**Условие 2.** Уравнение (1) является нестрого гиперболическим, для которого выполняются следующие условия на его коэффициенты:

- 1)  $a^{(k)} = a$  для любого номера  $k \in \mathbb{K}$ ,  $a \neq 0$ ;
- 2)  $b^{(k)} = b$  для любого номера  $k = \overline{1, m}$ .

Тогда справедлива

**Теорема 2.** Если функции  $\varphi^{(k)} \in C^{2m-1-k}(\mathbb{R})$ ,  $k = \overline{0, m-1}$ ,  $f \in C^m(\bar{Q})$ , выполняется условие 2, то существует из класса  $C^m(\bar{Q})$  единственное классическое решение задачи (1), (2).

Кроме этого рассмотрены частные случаи для нестрого гиперболического уравнения третьего порядка вида (1) и построены в аналитическом виде решения отдельно для каждого случая при следующих условиях на коэффициенты:

- 
- 1)  $a^{(2)} = a^{(3)} = a, \quad a^{(1)} \neq a, \quad b^{(2)} = b^{(3)} = b, \quad b^{(1)} \neq b;$
  - 2)  $a^{(k)} = a, \quad k = \overline{1, 3}, \quad b^{(2)} = b^{(3)} = b \neq b^{(1)};$
  - 3)  $a^{(1)} = a^{(2)} = a \neq a^{(3)}, \quad b^{(k)} \quad (k = \overline{1, 3})$  попарно различные.

### Литература

- 1. Корзюк В. И., Козловская И. С. Решение задачи Коши для гиперболического уравнения с постоянными коэффициентами в случае двух независимых переменных // Дифференц. уравнения. 2012. Т. 48, № 5. С. 700–709.
- 2. Корзюк В. И., Козловская И. С. Решение задачи Коши гиперболического уравнения для однородного дифференциального оператора в случае двух независимых переменных // Докл. НАН Беларуси. 2011. Т. 55, № 5. С. 9–13.
- 3. Корзюк В. И., Козловская И. С. Задача Коши для гиперболического уравнения с постоянными коэффициентами в случае двух независимых переменных // Тр. Третьей междунар. науч. конф. «Математическое моделирование и дифференциальные уравнения». Брест, 2012. С. 171–176.