Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Международный государственный экологический
университет имени А.Д.Сахарова»

Факультет мониторинга окружающей среды

Кафедра физики и высшей математики

В. Ф. Малишевский

ПОСОБИЕ ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ (ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ)

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

Минск
2012

УДК 537 (075.8)
ББК 22.33
М19

Рекомендовано к изданию НМС МГЭУ им. А.Д.Сахарова
(протокол № 10 от 21 июня 2011 г.)

Автор:
В. Ф. Малишевский, зав. кафедрой физики и высшей математики
МГЭУ им. А.Д.Сахарова, к.ф.-м.н., доцент

Рецензенты:
профессор кафедры общей и теоретической физики
МГПУ им. М. Танка, д.т.н., профессор *Добрянский В. М.*;
зав. кафедрой экологических информационных систем
МГЭУ им. А.Д.Сахарова, к.физ.-мат.н., доцент *Иванюкович В. А.*

М19 **Малишевский, В. Ф.**
Пособие по решению задач по общей физике (электромагнетизм) : учебно-метод. пособие / В. Ф. Малишевский. – Минск : МГЭУ им. А.Д.Сахарова, 2012. –64 с.

ISBN 978-985-551-042-1.

Учебно-методическое пособие по электромагнетизму адресовано студентам факультета экологической медицины и подготовлено в соответствии с учебной программой.

В каждом разделе приведен краткий перечень рассматриваемых программных вопросов, даны основные формулы и законы, знание которых является необходимым условием для понимания решений типовых задач, а также для самостоятельного решения задач, приведенных в каждой из пяти глав пособия. Решения задач изложены с элементами анализа и необходимыми пояснениями. Для самостоятельной работы составлены количественные и качественные задачи, в некоторых присутствует экологическая составляющая.

УДК 537 (075.8)
ББК 22.33

ISBN 978-985-551-042-1

Оглавление

Общие методические рекомендации по решению задач

– Приступая к решению задачи, хорошо вникните в ее смысл и постановку вопроса. Установите, имеются ли все исходные данные, необходимые для решения задачи.

– Если позволяет характер задачи, обязательно сделайте схематический рисунок, поясняющий ее сущность, – это во многих случаях резко облегчает как поиск решения, так и само решение.

– Каждую задачу решайте, как правило, в общем виде (т. е. в буквенных обозначениях), чтобы искомая величина была выражена через заданные величины. Решение в общем виде придает окончательному результату особую ценность, ибо позволяет установить определенную закономерность, показывающую, как зависит искомая величина от заданных.

– Получив решение в общем виде, проверьте, правильную ли оно имеет размерность. Неверная размерность – явный признак ошибочности решения.

– Приступая к вычислениям, помните, что числовые значения физических величин всегда являются приближенными. Поэтому при расчетах руководствуйтесь правилами действий с приближенными числами. В частности, в полученном значении вычисленной величины нужно сохранить последним тот знак, единица которого еще превышает погрешность этой величины. Все следующие цифры надо отбросить.

– Получив числовой ответ, оцените его правдоподобность. Такая оценка может в ряде случаев обнаружить ошибочность полученного результата. Так, к примеру, если общее сопротивление при параллельном соединении резисторов получилось больше меньшего по сопротивлению резистора, включенного в цепь, то это указывает на вычисления с ошибкой или в целом на неверное решение.

1. Электрический заряд. Напряженность и потенциал электрического поля

Электрический заряд. Закон сохранения заряда. Закон Кулона. Электрическое поле. Силовые линии. Напряженность и поток вектора напряженности электрического поля. Теорема Гаусса.

Работа электрического поля. Потенциал электрического поля. Разность потенциалов. Потенциальная энергия заряда. Эквипотенциальные поверхности. Электрический диполь. Потенциал и напряженность электрического диполя.

1.1. Основные законы и формулы

- Закон Кулона $\vec{F} = \frac{Q_1Q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}\frac{\vec{r}}{r}$
- Напряженность электрического поля $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}$
- Напряженность поля:
  - точечного заряда $E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$
  - бесконечно длинной заряженной нити $E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$
  - равномерно заряженной плоскости $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}$
  - между двумя равномерно и разноименно заряженными бесконечными параллельными плоскостями $E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$
- Напряженность поля, создаваемого металлической заряженной сферой радиусом R на расстоянии r от ее центра:
  - на поверхности сферы ($r = R$) $E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R^2}$
  - вне сферы ($r > R$) $E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$
- Смещение электрическое (индукция) $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$
- Поток напряженности электрического поля $\Phi = \int_S E_n dS$
- Работа перемещения заряда в электрическом поле из точки *1* в точку *2* $A = Q\int_1^2 E_l dl;\ A = Q(\varphi_1 - \varphi_2)$
- Потенциал поля, создаваемого точечным зарядом $\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$

- Потенциал электрического поля металлической полой сферы радиусом R на расстоянии r от центра сферы:

  на поверхности и внутри сферы ($r \leqslant R$) $\qquad \varphi = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R}$

  вне сферы ($r > R$) $\qquad \varphi = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$

- Связь потенциала с напряженностью поля $\qquad E_l = -\dfrac{d\varphi}{dl}$; $\vec{E} = -\mathrm{grad}\,\varphi$

Методические указания

При решении задач на нахождение напряженности электрического поля, образованного одним или несколькими точечными зарядами, используется **принцип суперпозиции**: напряженность поля системы зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, созданных отдельными зарядами.

Если поле создано зарядами, которые не являются точечными, но распределены равномерно по сферическим, цилиндрическим или плоским поверхностям, тогда применяют теорему Гаусса. Бесконечно длинным цилиндром (или нитью) можно считать любой реальный цилиндр (или нить) для таких точек, расстояние от которых до оси цилиндра (нити) значительно меньше, чем до его концов. Точно так же всякую плоскость можно считать бесконечной относительно таких точек, расстояние которых до плоскости значительно меньше их расстояния до краев плоскости.

Если заряженное тело не является ни сферой, ни бесконечно длинным цилиндром, ни бесконечной плоскостью, то для определения напряженности поля необходимо разбить тело на бесконечно малые элементы, найти напряженность поля, созданную в данной точке каждым элементом, а затем просуммировать все элементарные напряженности dE. При этом надо учитывать направления складываемых векторов.

Потенциал поля, созданного одним или несколькими точечными зарядами, равен алгебраической сумме потенциалов, созданных отдельными зарядами.

Если в электрическое поле вносится проводник, то в последнем всегда происходит явление электростатической индукции. Свободные заряды проводника перераспределяются так, что напряженность электрического поля внутри проводника, равная векторной сумме напряженностей внешнего поля и поля зарядов самого проводника, становится равной нулю. При этом все точки проводника приобретают одинаковый потенциал, называемый потенциалом проводника.

Следует помнить, что в результате явления электростатической индукции изменяются потенциал и напряженность поля в пространстве вокруг проводника. Физический смысл имеет не сам потенциал, а лишь его изменение (разность потенциалов, или напряжение), подобно тому, как существенным является не сама потенциальная энергия системы, а лишь ее изменение, равное работе, совершенной системой.

1.2. Примеры решения задач

Пример 1. Предположим, что удалось бы разделить V = 1 см^3 воды на элементарные разноименные заряды, которые затем удалили друг от друга на расстояние r = 100 км. Плотность воды ρ = 1000 кг/м^3. С какой силой F притягивались бы эти заряды?

Решение. Определим массу заданного объема воды:

$$m = \rho \times V = 10^{-3} \text{ кг.}$$

Зная молярную массу H_2O, определим количество молекул в заданном объеме воды:

$$\mathrm{N} = N_A \frac{m}{\mu} = 3{,}33\times10^{23}.$$

Молекула воды имеет в своем составе 10 электронов. Таким образом, сумма зарядов всех электронов в заданном объеме воды по модулю составит

$$q_e = 10eN = 10 \times 1{,}6\times10^{-19} \times 3{,}33\times10^{23} = 5{,}33\times10^{25} \text{ Кл.}$$

Тогда сила

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_e^2}{r^2} = 2{,}56\times10^{25} \text{ Н.}$$

Ответ: $2{,}56\times10^{25}$ Н.

Пример 2. Какой заряд приобрел бы 1 см^3 железа, если удалить 1 % содержащихся в нем электронов?

Решение. Определим количество молекул в объеме железа V = 1×10^{-6} м^3 при плотности ρ = $7{,}87\times10^3$ кг/м^3 и молярной массе μ = 56×10^{-3} кг/моль:

$$\mathrm{N} = N_A \frac{m}{\mu} = 6\times10^{23}.$$

Поскольку каждый атом железа имеет по n_e = 26 электронов, то суммарное количество электронов в заданном объеме составит:

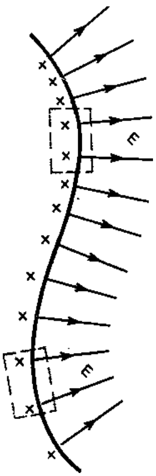
$$N_e = n_eN = 26 \times 8\times10^{23} = 2\times10^{25}.$$

Заряд данного объема железа при удалении 1/100 всех его электронов составит:

$$q = e\ N_e/100 = 1{,}6\times10^{-19} \times 2\times10^{23} = 3{,}2\times10^4 \text{ Кл.}$$

Пример 3. Покажите, что напряженность электрического поля вблизи поверхности проводника произвольной формы определяется выражением $E = \sigma/\varepsilon_0$, где σ – плотность заряда в данной точке поверхности проводника.

Решение. В качестве поверхности интегрирования выберем небольшую цилиндрическую поверхность. Пусть цилиндр имеет очень малую высоту, так, что его торец едва возвышается над поверхностью проводника; другой торец находится под поверхностью, а боковая поверхность перпендикулярна проводнику. Электрическое поле внутри проводника отсутствует, а вблизи поверхности вектор напряженности электрического поля перпендикулярен ей. Поэтому поток напряженности проходит только через наружный торец цилиндра. Площадь S торца выберем достаточно малой, чтобы напряженность поля E можно было считать в его пределах постоянной. Тогда по теореме Гаусса:

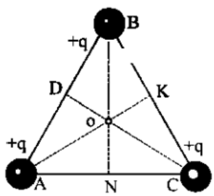


$$\oint \mathrm{E\,ds} = ES =. \sigma/s\varepsilon_0 .$$

Откуда напряженность электрического поля у поверхности проводника: $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$.

Этот результат справедлив для проводников любой формы.

Пример 4. Три положительных точечных заряда ($q_1 = q_2 = q_3 = 1$ нКл) находятся в вершинах равностороннего треугольника. Чему равен заряд q_0 и где необходимо его расположить, чтобы система находилась в равновесии?

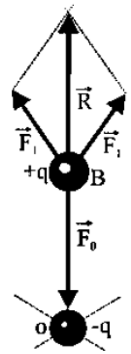


Решение. Естественно предположить, что заряд q_0 должен быть отрицательным и расположенным на равном удалении от трех остальных, т. е. в точке пересечения медиан O треугольника. Если же этот заряд будет положительным, то к каждому из зарядов в вершинах треугольника создается сила, стремящаяся «растащить» эти заряды.

Рассмотрим условие равновесия одного из зарядов, который находится, к примеру, в точке B. К нему приложены три силы: две силы $\{F_1, F_1\}$ обусловлены взаимодействием с двумя остальными положительными зарядами и сила F_0, вызванная взаимным притяжением с центральным отрицательным зарядом. Исследуемый заряд будет находиться в состоянии равновесия, если геометрическая сумма двух первых сил R будет равна по модулю и противоположна по направлению F_0:

$$R = F_0. \qquad (1)$$

Определим по правилу параллелограмма модуль силы R:



$$R = 2F_1\cos\alpha = F_1\sqrt{3}\text{, т. к. } \alpha = 30^0.$$

Уравнения для модулей сил F_1 и F_0 определим через высоту h и уравнение закона Кулона. Треугольник ABC равносторонний, поэтому:

$$AB = BC = CA = r;$$

$$h = BN = r\cos\alpha; \qquad (2)$$

$$F_0 = k\frac{qq_0}{\left(\frac{2}{3}r\cos\alpha\right)^2}; \qquad (3)$$

$$F_1 = kq^2/r^2. \qquad (4)$$

Подставив (2, 3, 4) в (1), получаем:

$$q_0 = \sqrt{3}\,q/3.$$

Ответ: $q_0 = \sqrt{3}\,q/3$.

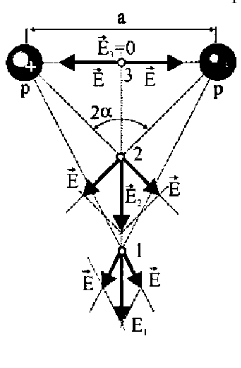
Пример 5. Альфа-частица проходит через геометрический центр молекулы водорода, состоящей из двух протонов, расположенных на расстоянии *a* друг от друга, в направлении, перпендикулярном к линии, соединяющей эти частицы. На каком расстоянии от протонов их электрическое поле будет действовать на α-частицу с максимальной силой?

Решение. Напряженность электрического поля по ходу движения частицы определяется в виде геометрической суммы напряженностей полей, создаваемых каждым протоном.

Поскольку в каждой точке траектории расстояние от α-частицы до протонов одинаково, то напряженности их электрических полей E по модулю тоже равны.

Тогда

$$E_1 = [E^2 + E^2 - 2E^2\cos(\pi - 2a)]^{1/2} = E[2(1 + \cos2\alpha)]^{1/2}. \qquad (1)$$



Напряженность

$$E = q/4\pi\varepsilon_0 r^2, \qquad (2)$$

где q – заряд протона, r – расстояние до исследуемой точки.

Поскольку $a/2 = r \times \sin\alpha$, то

$$E_1 = (q\sin^2\alpha/\pi\varepsilon_0 a^2)\sqrt{2(1+\cos2\alpha)}. \qquad (3)$$

Так как в (3) E_1 является функцией угла α, то исследуем на экстремум функцию

$$F(\alpha) = \sin^2\alpha\sqrt{2(1+\cos2\alpha)} = 2\sin^2\alpha\cos\alpha. \qquad (4)$$

Из рисунка видно, что минимальные значения

E_1 соответствуют α, равным π/2 и 0 (точка 3 и точка 1, если ее удалить на ∞).

Приравняв к нулю полученную производную от F(α), имеем:

$$2\sin\alpha\,(3\cos^2\alpha - 1) = 0. \qquad (5).$$

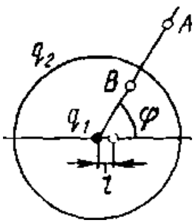
Из (5) находим, что условию максимума соответствует

$$3\cos^2\alpha - 1 = 0 \text{ или } \cos^2\alpha = 1/3. \qquad (6)$$

Поскольку из (6) $\sin\alpha = (1 - 1/3)^{1/2} = \sqrt{2/3}$, то

$$r = (a/2) \times \sqrt{3/2}.$$

Ответ: $r = (a/2) \times \sqrt{3/2}$.



Пример 6. Точечный заряд q_l = 20 нКл помещен в центре непроводящей сферической поверхности радиуса R = 0,15 м, по которой равномерно распределен заряд q_2 = –20 нКл. Определить напряженность поля в точках А и В, удаленных от центра сферы на расстояния r_A = 20,0 см и r_B = 10,0 см. Чему будет равна напряженность поля в точке А, если заряд q_l сместить на расстояние ℓ = 1,0 мм от центра сферы в направлении, которое составляет с радиусом-вектором, проведенным в точку А, угол φ = 60°.

Решение. Напряженность поля, созданного зарядами q_1 и q_2, равна векторной сумме напряженностей E_1 и E_2 поля каждого заряда. Как известно, поле заряженной сферы в точке А таково, как если бы весь заряд находился в ее центре. Поэтому можно считать, что на сфере вообще зарядов нет, но в ее центре находятся два заряда q_1 и q_2. Поскольку по условию они равны по модулю и противоположны по знаку, то ясно, что их поля в точке А (как и в любой другой точке вне сферы) уничтожат друг друга. Следовательно,

$$E_A = 0.$$

Чтобы найти напряженность поля в точке В нужно учесть, что заряды, равномерно распределенные на сфере, не создают поля внутри нее. Следовательно, в точке В будет поле, созданное только зарядом q_1, и его напряженность:

$$E_B = kq/r^2_B.$$

После смещения заряда q_1 из центра сферы поля зарядов q_1 и q_2 уже не будут уничтожать друг друга. По-прежнему заменяя заряженную сферу зарядом, находящимся в ее центре, видим, что задача сводится к определению напряженности поля (в точке А) системы двух равных по модулю и противоположных по знаку зарядов. А это диполь, имеющий плечо ℓ и электрический момент $p = q_1 \times \ell$. По условию $\ell \ll r_A$, поэтому, воспользовавшись формулой для напряженности электрического поля диполя, получаем:

$$E_A^* = k\frac{q_1 l}{r_A^3}\sqrt{1+3\cos\varphi}\,.$$

Подставив значения k = 9×10^9 м/Ф и значения величин из условия в формулы для E_B и E_A^* и выполнив вычисления, получаем:

$$E_B = 1{,}8 \text{ В/м}; \; E_A^* = 25 \text{ В/м}.$$

Ответ: 1,8 В/м; 25 В/м.

Пример 7. Электростатическое поле создается сферой радиусом R = 5 см, равномерно заряженной с поверхностной плотностью σ = 1 нКл/м^2. Определите разность потенциалов между двумя точками поля, лежащими на расстояниях r_1 = 10 см и r_2 = 15 см от центра сферы.

Решение. Разность потенциалов между точками:

$$\Delta\varphi = \int_{r_2}^{r_1} E dr\,.$$

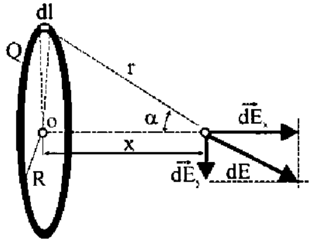
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\times\frac{Q}{r^2}\text{, а } Q = \sigma 4\pi R^2,$$

поэтому получаем:

$$\Delta\varphi = \int_{r_1}^{r_2}\frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2}dr = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right) = 0{,}94B.$$

Ответ: 0,94 В.

Пример 8. Заряд Q = 1 мкКл распределен равномерно по тонкому проводящему кольцу радиуса R = 0,1 м. Определить напряженность поля, создаваемого заряженным кольцом в воздухе на его оси в точке, удаленной от центра кольца на расстояние x = 1 м.



Решение. Выделим на кольце бесконечно малый элемент длиной dl, несущий на себе заряд dQ, и определим напряженность создаваемого им электрического поля в точке, удаленной на расстояние x. Определим величину элементарного заряда, считая, что весь заряд равномерно распределен по длине кольца:

$$dQ = (\boldsymbol{Q/2\pi R}) \times d\ell. \qquad (1)$$

Подставим значение элементарного заряда в уравнение напряженности точечного заряда, получаем:

$$dE = k \times (Qd\ell/2\pi Rr^2). \qquad (2)$$

Направление вектора dE совпадает с отрезком, соединяющим dl и заданную точку. Этот вектор в данном случае целесообразно разложить на очевидные составляющие по стандартным осям координат, т. е. на dE_x и dE_y.

Следует отметить, что представление dE в виде двух составляющих позволит существенно упростить рассмотрение, т. к. при любом способе разбиения кольца на элементарные длины всегда будут встречаться два диаметрально противоположных элемента, у которых векторы напряженностей равны по модулю и противоположны по направлению.

Таким образом, для всего кольца их геометрическая сумма в рассматриваемой точке будет равна нулю.

Напряженность поля кольца на его оси, таким образом, определится следующим уравнением:

$$E = \int dE \times \cos\alpha. \qquad (3)$$

Подставив в (3) выражение (2) для вектора напряженности элементарного заряда и используя замены

$$\cos\alpha = x/r\ ;\ r^2 = x^2 + R^2,$$

получим:

$$E = k\,Q\,x\,/(\,x^2 + R^2\,)^{3/2} \cong 9\ \text{кВ/м}.$$

Ответ: 9 кВ/м.

Пример 9. Между параллельными металлическими пластинами находится трансформаторное масло с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2{,}2$. Пластины несут положительный электрический заряд с плотностью $\sigma_1 = 3$ мкКл/м^2 и $\sigma_2 = 2$ мкКл/м^2. Определить напряженность и смещение электрического поля в пространстве между пластинами и вне его.

Решение. Напряженность электрического поля, создаваемого пластиной с плотностью заряда σ, определяется уравнением:

$$E = \sigma\,/\,2\varepsilon_0\varepsilon.$$

Напряженность поля в диэлектрике между пластинами $E_м$ будет равна разности напряженностей полей, создаваемых каждой из пластин:

$$E_м = E_1 - E_2 = (1/2\varepsilon_0\varepsilon\,) \times (\sigma_1 - \sigma_2) \cong 25\ \text{кВ/м}.$$

Модуль напряженности поля вне пластин равен сумме модулей напряженностей электрических полей, т. к. их векторы совпадают по направлению:

$$E_в = E_1 + E_2 = (1/2\varepsilon_0\varepsilon) \times (\sigma_1 + \sigma_2) \cong 278 \text{ кВ/м}.$$

Поскольку электрическое смещение $D = \varepsilon\, \varepsilon_0 E$, то:

$$D_м = 8{,}85\times10^{-12} \times 2{,}2 \times 25\times10^{3} = 22{,}5 \text{ мкКл/м}^2;$$

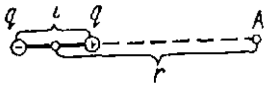
$$D_в = 8{,}85\times10^{-12} \times 1 \times 278\times10^{3} = 2{,}52 \text{ мкКл/м}^2.$$

Ответ: 25 кВ/м; 278 кВ/м; 22,5 мкКл/м^2; 2,52 мкКл/м^2.

Пример 10. Определить потенциал электрического поля точечного диполя, момент которого $p = 2{,}0\times10^{-14}$ Кл×м, в точке, лежащей на оси диполя на расстоянии r = 10,0 см от его центра со стороны положительного заряда.

Решение. Из принципа суперпозиции полей следует, что потенциал любой точки электрического поля диполя равен алгебраической сумме потенциалов, созданных в этой точке каждым зарядом диполя:

$$\varphi = \varphi_+ + \varphi_-$$



Тогда для точки А имеем:

$$\varphi = k\left(\frac{q}{r-\ell/2} - \frac{q}{r-\ell/2}\right) = k\frac{p}{r2-\ell2/4},$$

где $p = q \times \ell$.

Таким образом, для определения потенциала поля диполя надо знать не только его дипольный момент p, но и плечо ℓ. Так как для *точечного* диполя выполняется соотношение $\ell \ll r$, то величиной $\ell^2/4$ можно пренебречь.

Тогда:

$$\varphi = k\,\frac{p}{r2}.$$

Подставив в формулу данные величины в единицах СИ: $p = 2{,}0\times10^{-14}$ Кл×м, r = 0,100 м, $k = 9{,}00\times10^{9}$ м/Ф и выполнив вычисление, получаем:

$$\varphi = 1{,}8\times10^{-2} \text{ В}.$$

Ответ: $1{,}8\times10^{-2}$ В.

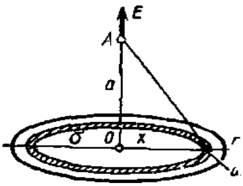
Пример11. Тонкий диск радиуса r равномерно заряжен с поверхностной плотностью σ. Найти потенциал и напряженность поля в точке ***A***, лежащей на оси диска на расстоянии ***a*** от него.

Решение. Чтобы найти потенциал в точке ***A***, надо применить принцип суперпозиции полей. Разобьем диск на элементарные кольца толщиной ***dx***. Площадь кольца радиуса ***x*** равна ***2πxdx***, а заряд кольца – ***2πσxdx***. Потенциал поля кольца равен сумме потенциалов, созданных всеми его точечными элементами. Поскольку последние равноудалены от точки ***A***, то, заменив заряд кольца точечным зарядом той же величины, удаленным на расстояние $(a^2+x^2)^{1/2}$ от точки ***A***, найдем потенциал кольца:

$$d\varphi = (1/4\pi\varepsilon_0) \times (2\pi\sigma x dx) / (a^2+x^2)^{1/2}.$$

Интегрируя, определим потенциал диска:

$$\varphi = {}^{\sigma}/_{2\varepsilon 0} \int_0^r \frac{xdx}{\sqrt{a2+x2}} = \sigma/\varepsilon_0(\sqrt{a2+r2} - a).$$



Нетрудно видеть, что вектор напряженности E электрического поля направлен в точке A вдоль оси диска. Модуль E определим как

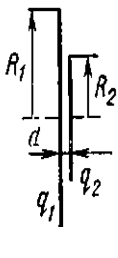
$$E = -\frac{d\varphi}{da} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{a}{\left(a^2+r^2\right)^{\frac{1}{2}}}\right].$$

Следует заметить, что при $a \ll r$ полученное выражение для E переходит в известную формулу для напряженности поля бесконечной плоскости.

Ответ: $\varphi = {}^{\sigma}/_{2\varepsilon 0} \int_0^r \frac{xdx}{\sqrt{a2+x2}} = \sigma/\varepsilon_0(\sqrt{a2+r2} - a)$.

Пример 12. Два коаксиальных диска радиусами R_1 = 0,100 м и R_2 = 0,050 м расположены на расстоянии d = 2,4 мм друг от друга. Диски заряжены равномерно с поверхностной плотностью σ = 20,0 мкКл/м^2. Определить силу электрического взаимодействия дисков.

Решение. Найдя площадь дисков и зная поверхностную плотность их заряда, можно по формуле σ = Δq/Δs найти заряды дисков. Однако было бы ошибкой вычислять затем силу их взаимодействия по закону Кулона, который применим лишь для точечных зарядов. Можно сначала по закону Кулона найти силу взаимодействия двух бесконечно малых элементов дисков, а затем, суммируя эти силы по обеим плоскостям (т. е. производя двойное интегрирование), определить полную силу взаимодействия дисков. Однако существует другой, более простой, путь решения задачи. Каждый из двух взаимодействующих зарядов находится в поле другого заряда. При этом напряженность поля заряженного диска радиуса R_1 в тех точках, где расположен второй диск, можно вычислить, не прибегая к интегрированию. Действительно, все точки диска R_2 находятся близко от диска R_1 и далеко от его краев. Это



значит, что диск R_1 можно рассматривать как бесконечную равномерно заряженную плоскость, напряженность которой определяется формулой:

$$E = \sigma / 2\varepsilon_0 \,. \tag{1}$$

Поскольку заряд диска R_2 равен

$$q_2 = \sigma S_2 = \pi R_2^2 \sigma \,, \tag{2}$$

то искомая сила равна

$$F = q_2 E = \frac{\pi R_2^2 \sigma^2}{2\varepsilon_0} \,. \tag{3}$$

Выразим в единицах СИ входящие в формулу величины и, выполнив вычисление, получим:

F = 0,18 Н.

Ответ: 0,18 Н.

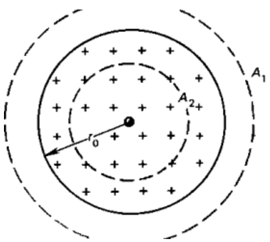
Замечания: – Из формулы (3) видно, что сила взаимодействия дисков не зависит от расстояния между ними. Конечно, это будет лишь до тех пор, пока диск радиуса R_1 можно рассматривать как бесконечную плоскость, т. е. пока выполняется неравенство: $d \ll R_1 – R_2$.

– При достаточно большом расстоянии между дисками, когда $d \gg R_1$, заряды дисков можно считать точечными и силу взаимодействия между ними рассчитывать по закону Кулона.

Пример 13. Электрический заряд равномерно распределен по объему непроводящего шара радиусом r_0. Определить электрическое поле: а) снаружи шара ($r > r_0$) и б) внутри шара ($r < r_0$).

Решение. Поскольку заряд распределен внутри шара равномерно, электрическое поле также должно быть симметричным. Напряженность поля E зависит только от *r* и направлена вдоль радиуса наружу при положительном заряде (или внутрь, если $Q < 0$).

а) Выберем в качестве поверхности интегрирования сферу радиусом r ($r > r_0$) (A_1 на рис.). Поскольку E зависит только от *r*, то имеем:



$$\oint \vec{E} d\vec{s} = E \times 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \,,$$

откуда получаем: $E = (1/4\pi\varepsilon_0) \times (q/r^2)$.

Таким образом, поле однородно заряженного шара снаружи имеет такую же напряженность, как если бы весь заряд был сосредоточен в центре шара.

б) Внутри шара в качестве поверхности интегрирования выберем сферу радиусом r ($r < r_0$) (A_2 на рис.). В силу симметрии напряженность E постоянна во всех точках поверхности A_2 и перпендикулярна ей, так что

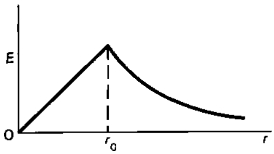
$$E(4\pi r^2) = q_2/\varepsilon_0,$$

где q_2 – заряд, заключенный внутри сферы A_2 и составляющий лишь часть заряда q.

Поскольку заряд единицы объема (объемная плотность заряда ρ) всюду одинаков, то

$$q_2 = \left(\frac{r}{r_0}\right)^3 \times q \cdot$$

Тогда получаем $E(4\pi r^2) = (r^3/r_0^3) \times (q/\varepsilon_0)$, откуда $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{q}{r_0^3} r$.



Таким образом, с увеличением расстояния r от центра шара поле вначале линейно растет (до $r = r_0$), а затем при $r > r_0$ убывает как $1/r^2$ (см. график).

Ответ: а) $E = (1/4\pi\varepsilon_0) \times (q/r^2)$; б) $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{q}{r_0^3} r$.

Пример 14. В вершинах квадрата со стороной 0,1 м помещены заряды по 0,1 нКл. Определить напряженность и потенциал поля в центре квадрата, если один из зарядов отличается по знаку от остальных.

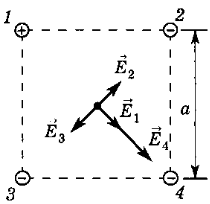
Решение. Напряженность E поля, создаваемого системой зарядов, равна геометрической сумме напряженностей E_i полей, создаваемых каждым из ***i*** зарядов:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E_i} \cdot$$

Как видно из рисунка $E = E_1 + E_4$, а так как $E_1 = E_4$, то $E = 2E_1$ или

$$E = q_1/2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2, \tag{1}$$

где ε – диэлектрическая проницаемость воздуха (ε = 1), а r – расстояние от центра квадрата до заряда: $r = \frac{a}{\sqrt{2}}$.



Подставив числовые значения в (1), получим:

E = 360 В/м.

Поскольку $\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i$, а $\varphi_3 = \varphi_4$, то $\varphi = 2\varphi_3$.

Тогда $$\varphi = 2 \times \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{q}{\varepsilon r} \tag{2}$$

Подставив числовые значения, получаем :

φ = 25,4 В.

Ответ: 360 В/м; 25,4 В.

Пример 15. 1000 одинаковых шарообразных капелек жидкости ($n = 1000$) заряжены до одинакового потенциала $\varphi_1 = 0{,}01$ В. Найти потенциал большой шарообразной капли φ, получившейся в результате слияния малых капель.

Решение. Потенциал большой капли: $\varphi = \dfrac{Q}{4\pi \cdot \varepsilon_o \cdot R}$,

где Q – заряд большой капли, R – ее радиус.

Потенциал малой капли: $\varphi_1 = \dfrac{q}{4\pi \cdot \varepsilon_o \cdot r}$,

где q – заряд малой капли, r – ее радиус.

Разделим первое равенство на второе: $\dfrac{\varphi}{\varphi_1} = \dfrac{Q \cdot r}{q \cdot R}$.

Очевидно, заряд большой капли будет $Q = Nq$, а объем большой капли $V = NV_1$ или $\dfrac{4}{3}\pi R^3 = N \cdot \dfrac{4}{3}\pi \cdot r^3$. Отсюда $R = r \cdot \sqrt[3]{N}$.

Тогда $\dfrac{\varphi}{\varphi_1} = \dfrac{N \cdot q \cdot r}{q \cdot r \cdot \sqrt[3]{N}} = N^{\frac{2}{3}}$, $\varphi = N^{\frac{2}{3}} \cdot \varphi_1 = 1$ В.

Ответ: $\varphi = 1$ В.

Пример 16. Электрон движется со скоростью $\vartheta = 5 \cdot 10^5$ м/с в направлении однородного электрического поля с напряженностью $E = 150$ В/м. Определить расстояние S, пройденное электроном до полной остановки, и время t, за которое он пройдет этот путь. Отношение заряда электрона к его массе $e/m = 1{,}76 \cdot 10^{-11}$ Кл/кг.

Решение. Поскольку кинетическая энергия электрона $W = \dfrac{m\vartheta^2}{2}$ равна работе электрического поля $A = F \cdot S = e\,ES$,

то $\dfrac{m\vartheta^2}{2} = e\,ES$,

откуда $S = \dfrac{m\vartheta^2}{2\ell E} = \dfrac{1{,}76 \cdot 10^{-11} \cdot 25 \cdot 10^{10}}{2 \cdot 150} = 0{,}015 м$.

Так как движение электрона равнозамедленное, то время движения электрона до полной остановки можно определить через среднюю скорость $<\vartheta>$, которая равна v/2.

Тогда

$$t = \frac{S}{\langle \vartheta \rangle} = \frac{S}{\frac{\vartheta}{2}} = \frac{2S}{\vartheta} = \frac{2 \cdot 0{,}015}{5 \cdot 10^5} = 0{,}6 \cdot 10^{-7} с = 60 нс$$

.

Ответ: t = 60 нс.

1.3. Вопросы и задачи для самостоятельного решения

Вопросы

1. Почему при переливании бензина из одной цистерны в другую он может воспламениться, если не принять специальных мер предосторожности?

2. У поверхности Земли напряженность естественного электрического поля в среднем 130 В/м. Как велика при этом разность потенциалов в точках по вертикали на расстоянии 1,7 м (средний рост человека)? Как измерить потенциалы этих точек относительно земли? Почему нельзя получить источник тока, присоединив провода к «пятке» и «макушке»?

3. При сборе пыльцы пчела иногда неожиданно взлетает с цветка и вновь садится на него. Как это объяснить?

4. Между рукой человека и синтетической одеждой на расстоянии 1,5 см произошел электрический разряд. Чему равна разность потенциалов при этом? Пробивная электрическая прочность воздуха равна 30 000 В/см.

5. Изменится ли сила взаимодействия двух зарядов при наличии третьего?

6. Почему в народе говорят «От страха волосы встали дыбом»?

7. Почему пчелы особенно агрессивны к волосам?

8. Почему в полярных и высокогорных областях во время снежных метелей усиливаются помехи радиосвязи?

9. Догадываетесь ли вы, для чего к автомобилям, перевозящим огнеопасные жидкости, прикрепляют цепь, которая волочится по земле?

10. Почему капли тумана или дождя образуются на ионах или электронах в воздухе?

11. Почему нейлоновая рубашка или блузка, которую вынули из сушильного барабана, иногда липнет к телу?

12. Являются ли электрические силы консервативными? Объясните ответ.

13. Имеются два точечных заряда q и 2q на расстоянии r друг от друга. Существует ли на соединяющей их прямой точка, где напряженность $E = 0$, если знаки зарядов: а) противоположны и б) одинаковы? Если существует, то укажите, где примерно находится эта точка.

14. Почему силовые линии никогда не пересекаются?

15. Объясните, как может возникать результирующая сила, действующая на диполь в неоднородном электрическом поле.

16. Могут ли два тела с одноименными электрическими зарядами притягиваться между собой?

17. Почему диэлектрическая проницаемость ε веществ, содержащих полярные молекулы, зависит от частоты внешнего электрического поля?

18. Почему напряженность электрического поля у поверхности заряженного плоского изолятора $E = \sigma/2\varepsilon_0$, а у поверхности проводника в два раза больше – σ/ε_0?

19. Можно ли на концах стеклянной палочки получить два одновременно существующих разноименных заряда?

20. Первые опыты применения бездымного пороха для винтовочных патронов были связаны с большим неудобством. Во время взвешивания его зерна «прилипали» к рукам, совочку, весам, мерке, что крайне затрудняло работу. Тогда было предложено графитование (поверхность зерен пороха покрывали графитом). Зачем?

21. Что вы можете сказать о потоке напряженности электрического поля через замкнутую поверхность, окружающую электрический диполь?

22. Точечный заряд q помещен в центре тонкой металлической незаряженной оболочки. Будет ли действовать электрическая сила на заряд Q, находящийся снаружи? Объясните ответ.

23. Точечный заряд Q окружен сферической поверхностью радиусом r_0, центр которой совпадает с Q. Затем заряд перемещают вправо на расстояние $r_0/2$, сфера же остается на месте. Изменится ли поток вектора напряженности электрического поля через эту сферу? Изменится ли распределение напряженности электрического поля на поверхности сферы? Если да, то как?

24. Два одноименно заряженных металлических шара одинакового диаметра приводятся в соприкосновение. Один из шаров полый. Как распределятся заряды на обоих шарах?

25. Если прикоснуться заряженным проводником к внешней поверхности незаряженного изолированного проводника, то сможет ли первый проводник передать второму весь свой заряд?

26. Почему незаряженный бузиновый шарик всегда притягивается к телу, заряженному любым по знаку зарядом?

27. Какие источники ионизации атмосферы являются основными?

Задачи

1. Две одинаковые капли воды массой $m = 1{,}8\cdot10^{-3}$ кг расположили на расстоянии $r = 1$ м друг от друга. С какой силой станут взаимодействовать капли, если 10 % электронов из одной капли переместить в другую?

2. Капля воды $R = 5\cdot10^{-5}$ м с плотностью $p_1 = 1000$ кг/м^3 находится в состоянии безразличного равновесия в масле с плотностью $p_2 = 800$ кг/м^3 при напряженности электрического поля $E = 10^4$ Н/Кл. Вектор напряженности поля направлен вертикально вверх. Сколько элементарных электрических зарядов находится на капле?

3. Два равных отрицательных заряда по q = 9 нКл каждый находятся в воздухе на расстоянии r_0 = 8 см друг от друга. Определить напряженность электрического поля в точке, отстоящей на удалении 5 см от каждого заряда. Изменится ли напряженность поля при помещении зарядов в воду?

4. В вершинах квадрата со стороной а = 0,1 м расположены четыре отрицательных заряда: $q_1 = q_2 = q_3 = q_4$ = 0,1 нКл. Определить напряженность Е электрического поля в центре квадрата. Как изменятся параметры поля, если один из зарядов заменить положительным зарядом той же величины?

5. Отрезок длиной 20 см заряжен с линейной плотностью 10^{-2} мкКл/м. Определить силу его взаимодействия с зарядом $q_0 = 10^{-9}$ Кл, находящимся на расстоянии а = 10 см по перпендикуляру от середины этого отрезка.

6. Тонкое кольцо радиусом R = 8 см несет равномерно распределенный заряд. Напряженность электрического поля в точке, равноудаленной от всех точек кольца на расстояние r = 10 см, равна Е = 2,71 кВ/м. Найти линейную плотность заряда кольца.

7. Вывести формулу напряженности поля, создаваемого двумя бесконечными плоскостями, заряженными с поверхностной плотностью $+\sigma$ и $-\sigma$.

8. Сплошной эбонитовый шар радиусом R = 5 см несет заряд, равномерно распределенный с плотностью ρ = 10 нКл/м^3. Определить напряженность в точках на расстоянии r_1 = 3 см и r_2 = 10 см центра сферы.

9. Две проводящие пластины несут заряды с плотностью $\sigma_1 = +5\cdot10^{-8}$ Кл/м^2 и $\sigma_2 = -9\cdot10^{-8}$ Кл/м^2. Пространство между пластинами заполнено стеклом (s = 7). Определить напряженность электрического поля между пластинами и вне их.

10. Электростатическое поле создается равномерно заряженной сферической поверхностью радиусом R = 10 см с общим зарядом Q = 15 нКл. Определить разность потенциалов между двумя точками этого поля, лежащими на расстояниях r_1 = 5 см и r_2 = 15 см от поверхности.

11. Электростатическое поле создается положительно заряженной бесконечной нитью. Протон, двигаясь от нити под действием поля вдоль линии напряженности с расстояния r_1 = 1 см до r_2 = 5 см, изменил свою скорость от 1 до 10 Мм/с. Определить линейную плотность заряда нити τ.

2. Электрическая емкость и энергия

Напряженность электрического поля заряженной плоскости. Электрическое поле между двумя заряженными плоскостями. Диэлектрики. Свободные и связанные заряды. Электроемкость. Конденсаторы. Последовательное и параллельное соединение конденсаторов. Роль диэлектриков в конденсаторе. Энергия конденсатора.

2.1. Основные законы и формулы

- **Электроемкость:**
  - **уединенного проводника** $C = \dfrac{Q}{\varphi}$
  - **плоского конденсатора** $C = \dfrac{Q}{U}$; $C = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$
  - **слоистого конденсатора** $C = \dfrac{\varepsilon_0 S}{d_1/\varepsilon_1 + d_2/\varepsilon_2 + \ldots + d_n/\varepsilon_n}$
- **Электроемкость батареи конденсаторов, соединенных:**
  - **параллельно** $C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$
  - **последовательно** $\dfrac{1}{C} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2} + \ldots + \dfrac{1}{C_n}$
- **Энергия поля:**
  - **заряженного проводника** $W_э = \dfrac{C\varphi^2}{2} = \dfrac{Q^2}{2C} = \dfrac{Q\varphi}{2}$
  - **заряженного конденсатора** $W_э = \dfrac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2 V$
  - **поляризованного диэлектрика** $W_э = \dfrac{1}{2}(\varepsilon - 1)\varepsilon_0 E^2 V$
- **Объемная плотность энергии электрического поля** $w = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \dfrac{ED}{2} = \dfrac{D^2}{2\varepsilon\varepsilon_0}$

Методические указания

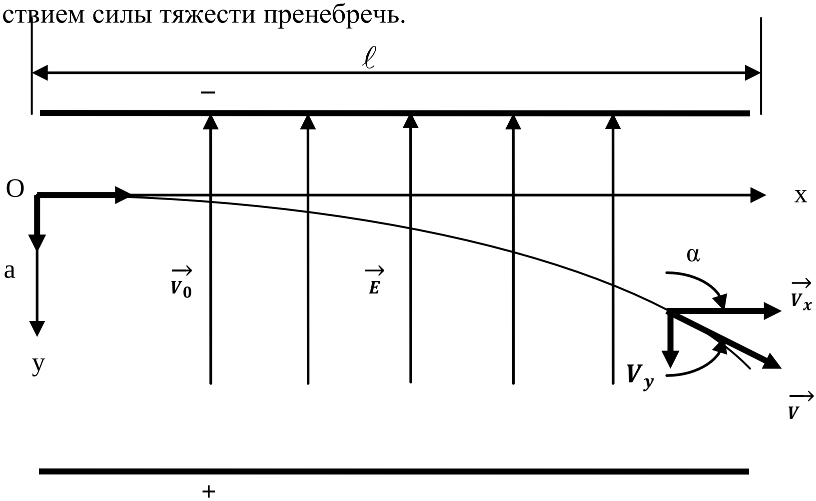
Формулы нахождения общей электроемкости применяют не только для расчета емкости батареи конденсаторов при параллельном или последовательном соединении, но и для определения емкости многослойных конденсаторов. Расположение слоев параллельно пластинам при этом соответствует последовательному соединению однослойных конденсаторов; если же границы слоев перпендикулярны пластинам, то считают, что имеется параллельное соединение однослойных конденсаторов.

Соединение конденсаторов часто бывает смешанным, представляющим собой параллельное соединение групп (ветвей), каждая из которых является последовательным соединением нескольких конденсаторов. Во всех таких случаях следует последовательно использовать формулы для соответствующих соединений и, переходя от известного к неизвестному, находить емкость всего соединения.

В некоторых случаях сложное соединение конденсаторов нельзя отнести ни к параллельному, ни к последовательному типу. При этом иногда оказывается возможным заменить имеющуюся схему другой, эквивалентной данной в отношении емкости, причем ее уже можно разложить на элементы последовательного и параллельного соединений. Такие эквивалентные замены основаны на возможности соединять и разъединять точки цепи, имеющие одинаковые потенциалы, что обычно встречается в схемах, обладающих симметрией.

2.2. Примеры решения задач

Пример 1. Электрон ($m = 9{,}1\cdot10^{-31}$ кг, $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл) влетает в плоский конденсатор параллельно его пластинам со скоростью $V_o = 1\cdot10^7$ м/с. Напряженность поля в конденсаторе равна $E = 1\cdot10^4$ В/м, длина пластин конденсатора $\ell = 0{,}05$ м. Найти модуль и направление скорости электрона в момент вылета из конденсатора (V – ? α – ?). Действием силы тяжести пренебречь.



Решение. Поскольку заряд электрона отрицательный, вектор силы антинаправлен вектору напряженности электрического поля.

С другой стороны, по второму закону Ньютона, имеем:

$$m\cdot a = e\cdot E \quad \text{или} \quad a = \frac{e\cdot E}{m}.$$

За время движения в конденсаторе электрон пролетит по горизонтали расстояние $\ell = V_o \cdot t$, т. е. $t = \dfrac{\ell}{V_o}$.

Так как $V_{ox} = V_o$, $V_{oy} = 0$, то $V_x = V_o$, $V_y = a\cdot t = \dfrac{e\cdot E\cdot \ell}{m\cdot V_o}$.

Модуль скорости электрона в момент вылета равен:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{V_o^2 + \left(\frac{e \cdot E \cdot \ell}{m \cdot V_o}\right)^2} \approx 1{,}3 \cdot 10^7 \text{ м/с.}$$

Направление вектора скорости определяется углом α. Из рисунка следует: $\mathrm{tg}\alpha = \frac{V_y}{V_x} = \frac{e \cdot E \cdot \ell}{mV_o^2} \approx 0{,}9;\ \alpha \approx 42^o$.

Ответ: $V \approx 1{,}3 \cdot 10^7$ м/с, $\alpha \approx 42^o$.

Пример 2. Удаленные друг от друга изолированные проводники с одинаковыми зарядами ($q_1 = q_2$) имеют потенциалы $\varphi_1 = 40$ В и $\varphi_2 = 60$ В соответственно. Каким станет потенциал этих проводников φ', если их соединить тонкой проволокой ?

Решение. Поскольку $q_1 + q_2 = q_1' + q_2'$, а $q = c\varphi$,

то $C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2 = C_1\varphi' + C_2\varphi'$,

где C_1 и C_2 – электроемкости проводников.

Разделим последнее равенство на C_2: $\frac{C_1}{C_2} \cdot \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{C_1}{C_2} \cdot \varphi' + \varphi'$.

Из условия $q_1 = q_2$ следует $C_1\varphi_1 = C_2\varphi_2$ или $\frac{C_1}{C_2} = \frac{\varphi_2}{\varphi_1}$.

Поэтому: $\frac{\varphi_2}{\varphi_1} \cdot \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{\varphi_2}{\varphi_1} \cdot \varphi' + \varphi'$, $2\varphi_2 = \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{\varphi_1} \cdot \varphi'$,

откуда $\varphi' = \frac{2\varphi_1 \cdot \varphi_2}{\varphi_1 + \varphi_2} = 48$ В.

Ответ: $\varphi' = 48$ В.

Пример 3. Конденсатор емкостью $C_1 = 0{,}5$ мкф заряжен до разности потенциалов $U_1 = 100$ В и отключен от источника тока. К нему параллельно присоединен второй незаряженный конденсатор емкостью $C_2 = 0{,}4$ мкФ. Какова энергия искры, возникшей при соединении конденсаторов?

Решение. Энергия конденсатора C_1 равна $W_1 = \frac{C_1 \cdot U_1^2}{2}$.

Энергия же искры, возникшей при соединении конденсаторов, равна разности энергий конденсаторов до и после их соединения:

$$W = W_1 - W_2.$$

Так как первый конденсатор был отключен от источника тока при подключении к нему второго, то заряд системы не изменяется, т. е.

$q_1 = q_{12} = C_1 \cdot U_1$, где q_1 – заряд первого конденсатора до присоединения второго, q_{12} – общий заряд соединенных конденсаторов.

Известно, что при параллельном соединении общая емкость $C = C_1 + C_2$.

С учетом этого: $W_2 = \frac{q_{12}^2}{2C} = \frac{(C_1 \cdot U_1)^2}{2 \cdot (C_1 + C_2)}$.

Тогда:

$$W = \frac{C_1 \cdot U_1^2}{2} - \frac{(C_1 \cdot U_1)^2}{2 \cdot (C_1 + C_2)} = \frac{(C_1 \cdot U_1)^2 + C_1 \cdot C_2 \cdot U_1^2 - (C_1 \cdot U_1)^2}{2 \cdot (C_1 + C_2)} = \frac{C_1 \cdot C_2 \cdot U_1^2}{2 \cdot (C_1 + C_2)} = 1{,}1 \text{ мДж.}$$

Ответ: W = 1,1 мДж.

Пример 4. Площадь обкладок плоского конденсатора равна S = 200 см^2, расстояние между ними d = 2 мм. Пространство между его пластинами заполнено изолятором с диэлектрической проницаемостью ε = 3. Конденсатор заряжен до разности потенциалов U = 100 В, а затем отключен от источника. Какую работу A надо совершить, чтобы медленно удалить диэлектрик из конденсатора при условии, что заряд на обкладках не меняется?

Решение. Работа по удалению изолятора (без учета сил трения) равна разности энергий, запасенных в конденсаторе в двух его состояниях:

$$A = W_2 - W_1,$$

где W_2 – энергия, запасенная в конденсаторе после удаления диэлектрика, W_1 – энергия электрического поля конденсатора с диэлектриком.

Между зарядом пластин конденсатора и индуцированным на диэлектрике зарядом действует притяжение, против силы которого и совершается работа, когда диэлектрик удаляется из конденсатора. И эта работа идет на увеличение запасенной в конденсаторе энергии.

Поскольку

$$W_1 = CU^2/2 = \varepsilon_0\varepsilon SU^2/2d,$$

$$\text{а } W_2 = (C/\varepsilon)(\varepsilon U)^2/2 = \varepsilon CU^2/2 = \varepsilon_0\varepsilon^2 SU^2/2d,$$

$$\text{то } A = (\varepsilon - 1)\, \varepsilon_0\varepsilon SU^2/2d = 8{,}85 \times 10^{-7} \times 3 = 26{,}55 \times 10^{-7} \text{ Дж.}$$

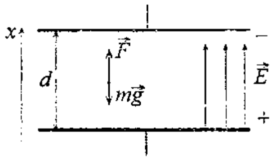
Ответ: $A = 26{,}55 \times 10^{-7}$ Дж.

Пример 5. Плоский конденсатор можно применить в качестве чувствительных микровесов. В плоском, горизонтально расположенном конденсаторе, расстояние между пластинами которого d, находится заряженная капелька с зарядом *q*. Для того чтобы она находилась в равновесии, между пластинами конденсатора нужно было приложить разность потенциалов *U*. Найти массу *m* капельки.

Решение. Со стороны электрического поля на капельку действуют две равные и противоположно направленные силы:

– сила со стороны электрического поля F = Eq**;**

– сила тяжести mg.



Поскольку Eq = mg, а напряженность поля плоского конденсатора $E = U/d$, то $m = \dfrac{Uq}{g}$.

Ответ: $m = \dfrac{Uq}{g}$.

Пример 6. В плоском, горизонтально расположенном конденсаторе, расстояние между пластинами которого d = 1 см, находится заряженная капелька массой $m = 5\times10^{-11}$ г. В отсутствие электрического поля капелька вследствие сопротивления воздуха падает с некоторой постоянной скоростью v. Если к пластинам конденсатора приложена разность потенциалов U = 600 В, то капелька падает вдвое медленнее. Найти заряд q капельки.

Решение. В отсутствие электрического поля сила тяжести, действующая на капельку, уравновешивается силой сопротивления воздуха:

$$mg = 6\pi r v_1, \qquad (1)$$

а при наличии поля: $mg - Eq = 6\pi\eta r v_2$, (2)

где η – динамическая вязкость.

Из (1) имеем: $6\pi\eta r = mg/v_1$. (3)

Подставив (3) в (2), получим: $mg - Eq = mg v_2/v_1$,

откуда:

$$q = \frac{mg}{E}\left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right) = \frac{mgd}{E}\left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right) = 4{,}1\times10^{-18} \text{ Кл.}$$

Ответ: q = $4{,}1\times10^{-18}$ Кл.

Пример 7. Электрон, пройдя в плоском конденсаторе путь от одной пластины до другой, приобретает скорость $v = 10^6$ м/с. Расстояние между пластинами $d = 5{,}3\times10^{-3}$ м. Найти разность потенциалов U между пластинами, напряженность E электрического поля внутри конденсатора и поверхностную плотность заряда σ на пластинах.

Решение. Пройдя путь от одной пластины конденсатора до другой, электрон имеет кинетическую энергию:

$$W = \frac{mv^2}{2}.$$

Эту энергию он приобрел за счет работы сил электрического поля: A = eU. Тогда $mv^2/2$ = eU, откуда U = $mv^2/2e$ = 2,8 В.

Напряженность поля конденсатора:

$$E = U/d = 530 \text{ В/м}.$$

Зная напряженность E из соотношения:

$$E = \sigma/\varepsilon\varepsilon_0,$$

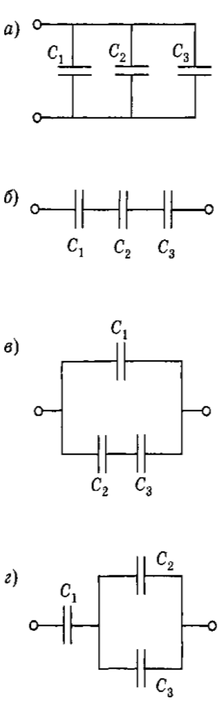
определим:

$$\sigma = E\,\varepsilon\varepsilon_0 = 4{,}7\times10^{-9}\ \text{Кл/м}^2.$$

Ответ: 2,8 В; 530 В/м; $4{,}7\times10^{-9}$ Кл/м^2.

Пример 8. Вычислить емкость батареи, состоящей из трех конденсаторов емкостью $C_1 = C_2 = C_3 = 1$ мкФ каждый, при всех возможных случаях их соединения.

Решение. Емкость батареи конденсаторов вычисляется по формулам:



$C_b = \sum_{i=1}^{n} C_i$ – при параллельном соединении;

$\frac{1}{C_b} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$ – при последовательном.

При наличии трех конденсаторов одинаковой емкости возможны следующие схемы соединений:

1) параллельное соединение (рис. *а*):

$$C_b = C_1 + C_2 + C_3 = 3 \text{ мкФ};$$

2) последовательное соединение (рис. б):

$$\frac{1}{C_b} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i} = 3 \text{ мкФ}^{-1};$$

$$C_b = 1/3 \text{ мкФ};$$

3) комбинированное соединение по схеме (рис. в):

$$\frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = 2(мкФ^{-1});$$

$$C_{23} = 0{,}5 \text{ мкФ};\ C_b = 1 + 0{,}5 = 1{,}5 \text{ мкФ};$$

4) комбинированное соединение по схеме (рис. г):

$$C_{23} = C_2 + C_3 = 2 \text{ мкФ};$$

$\frac{1}{C_b} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = 1{,}5(мкФ^{-1})$; Cb = 1/1,5 = 0,67 мкФ.

Ответ: 3 мкФ; 1/3 мкФ; 1,5 мкФ; 0,67 мкФ.

Пример 9. Конденсатор емкостью $C_1 = 16$ мкФ последовательно соединен с конденсатором неизвестной емкости C_2, и они подключены к источнику постоянного напряжения U = 12 В. Определить емкость второго конденсатора, если заряд батареи конденсаторов q = 24 мкКл.

Решение. Напряжение *U,* заряд q, емкость конденсатора *C* связаны соотношением $U = q/C$.

Тогда: $U_1 = q/C_1$; $U_1 = \frac{2,4\times10^{-5}}{1,6\times10^{-5}}1,5(B)\cdot$

Так как при последовательном соединении конденсаторов напряжение *U* на батарее конденсаторов равно:

$$U = U_1 + U_2\,,$$

$$\text{то} \quad U_2 = U - U_1 = 10,5\ \text{В}.$$

Тогда электроемкость второго конденсатора: $C_2 = \frac{q}{U_2}$

или численно: $C_2 = \frac{2,4\times10^{-5}}{10,5} = 2,3\times10^{-6}$.

Ответ: $C_2 = 2,3\times10^{-6}$ мкФ.

Пример 10. Батарею из двух конденсаторов емкостью C_1 = 400 и C_2 = 500 пФ соединили последовательно и включили в сеть с напряжением U_1= 220 В. Потом батарею отключили от сети, конденсаторы разъединили и соединили параллельно обкладками, имеющими одноименные заряды. Каким будет напряжение U_2 на зажимах полученной батареи?

Решение. У последовательно соединенных конденсаторов заряды на обкладках равны по модулю, а заряд батареи равен заряду одного конденсатора:

$$Q_1 = Q_2 = Q.$$

Емкость батареи последовательно соединенных конденсаторов определяется по формуле:

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i}.$$

Тогда заряд батареи из двух конденсаторов:

$$Q = CU_1 = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2}U_1. \qquad (1)$$

При отключении конденсаторов их заряд сохраняется, а после параллельного соединения этих же конденсаторов заряд полученной батареи равен:

$$Q' = Q_1 + Q_2.$$

Поскольку емкость этой батареи

$$C' = C_1 + C_2,$$

то напряжение на зажимах батареи из двух параллельно соединенных конденсаторов:

$$U_2 = \frac{Q_1 + Q_2}{C_1 + C_2} = \frac{2Q}{C_1 + C_2}. \qquad (2)$$

Подставляя (1) в (2), получаем:

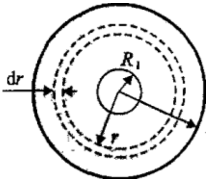
$$U_2 = \frac{2C_1C_2U_1}{(C_1+C_2)^2} = \frac{2\times4\times5\times10^{-20}\times220}{81\times10^{-20}} = 108{,}6\ В.$$

Ответ: 108,6 В.

Пример 11. Две концентрические проводящие сферы радиусами R_1= 20 см и R_2 = 50 см заряжены одинаковыми зарядами Q = 100 нКл. Определите энергию электростатического поля W, заключенного между этими сферами.

Решение. Энергию электростатического поля, заключенного между данными сферами, определим как:

$W = \int w dv$, а объемную плотность энергии $w = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$.



Поскольку $E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, а $dv = 4\pi r^2 dr$,

то $$W = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\varepsilon_0 Q^2 4\pi r^2 dr}{2(4\pi\varepsilon_0)^2 r^4} = \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = 135\times10^{-6}\ Дж.$$

Ответ: 135×10^{-6} Дж.

2.3. Вопросы и задачи для самостоятельного решения

Вопросы

1. Изменится ли емкость плоского конденсатора, если в него внести две тонкие металлические пластинки, расположив их параллельно обкладкам конденсатора и без соприкосновения с ними, в случаях: а) пластинки разъединены; б) пластинки соединены проводником.

2. Два проводника имеют одинаковую форму и размеры, причем один из них полый, а другой сплошной. Если сообщить каждому из них одинаковый заряд, то будут ли потенциалы их равны?

3. Как можно изменить потенциал проводника, не касаясь его и не изменяя его заряда?

4. В установках для улавливания пыли пропускают воздух через металлические трубы, по оси которых протягивается металлическая проволока. Проволока соединяется с минусом, а труба с плюсом генератора, подающего напряжение в несколько десятков тысяч вольт. Как будут вести себя пылинки: а) незаряженные? б) заряженные положительно или отрицательно?

5. Как изменится пробивное напряжение плоского воздушного конденсатора, если на его внутренней поверхности появится бугорок, например пылинка?

6. Почему из двух конденсаторов одинаковой емкости и с одинаковыми диэлектриками и фольгой большие размеры имеет тот, который рассчитан на более высокое напряжение?

7. Три конденсатора, имеющие разные электроемкости, соединены в одну параллельную группу (батарею). Батарея заряжена. Отличаются ли разности потенциалов между обкладками отдельных конденсаторов? Одинаковы ли заряды конденсаторов?

8. Если электрон ускоряется в электрическом поле плоского конденсатора и, следовательно, приобретает кинетическую энергию, то уменьшается ли при этом заряд конденсатора, поскольку силы электрического поля совершают работу по перемещению электрона в поле?

9. Воздушный конденсатор заряжается до некоторого потенциала и в заряженном состоянии заливается керосином, отчего энергия конденсатора уменьшается в ε раз. Куда «исчезает» остальная энергия?

Задачи

1. Пластины плоского слюдяного ($\varepsilon = 6$) конденсатора площадью 0,01 м^2 притягиваются с силой 30 мН. Найти заряд пластины, напряженность и объемную плотность энергии поля.

2. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора 0,01 м^2, расстояние между ними 2 см, разность потенциалов на обкладках 3 кВ. Пластины раздвигают на расстояние 5 см, не отключая от источника напряжения. Найти энергию конденсатора до и после раздвижения пластин.

3. Заряд на каждом из двух последовательно заряженных конденсаторов емкостью 18 и 10 мкФ равен 0,09 нКл. Определить напряжение на батарее конденсаторов; на каждом конденсаторе.

4. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора 0,01 м^2, расстояние между ними 1 мм, разность потенциалов на обкладках 100 В. Пластины раздвигаются до расстояния 25 мм. Найти энергию конденсатора до и после раздвижения пластин, если источник напряжения перед раздвижением: а) не отключается; б) отключается.

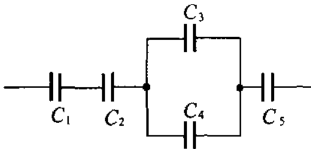
5. Два конденсатора емкостью по 3 мкФ заряжены: один до напряжения 100 В, а другой – до 200. Определить напряжение между обкладками конденсатора, если они соединены параллельно одноименно заряженными обкладками; разноименно заряженными обкладками.

6. Со скоростью 2×10^7 м/с электрон влетает в пространство между обкладками плоского конденсатора в середине зазора в направлении, параллельном обкладкам. При какой минимальной разности потенциалов

на обкладках электрон не вылетит из конденсатора, если длина конденсатора 10 см, а расстояние между его обкладками 1 см?

7. Плоский конденсатор, площадь каждой пластины которого $S = 400$ см^2, заполнен двумя слоями диэлектрика. Граница между ними параллельна обкладкам. Для первого слоя $\varepsilon_1 = 2$ и толщина $l_1 = 0,2$ см, а для второго – $\varepsilon_2 = 7$ и толщина $l_2 = 0,3$ см. Конденсатор заряжен до разности потенциалов **U** = 600 В. Найти энергию конденсатора.

8. Определите емкость *C* батареи конденсаторов, изображенной на рисунке. Емкость каждого конденсатора $C_i = 1$ мкФ.



9. Емкость батареи конденсаторов, образованной двумя последовательно соединенными конденсаторами, C = 100 мкФ, а заряд Q = 20 нКл. Определите емкость второго конденсатора, а также разность потенциалов на обкладках каждого конденсатора, если $C_1 = 200$ пФ.

10. Энергия плоского воздушного конденсатора 0,4 нДж, разность потенциалов на обкладках 60 В, площадь пластин 1 см^2. Определить расстояние между обкладками, напряженность и объемную плотность энергии поля конденсатора.

11. Два одинаковых плоских конденсатора соединены параллельно и заряжены до разности потенциалов **U** = 3 В**.** Определить разность потенциалов на конденсаторах, если (после отключения их от источника тока) у одного конденсатора уменьшили расстояние между пластинами в 3 раза.

12. Конденсатор емкостью $\mathbf{C_1}$ **=** 2 мкФ заряжен до разности потенциалов $U_1 = 9$ В. Чему будет равен заряд **q** на обкладках этого конденсатора, если его соединить параллельно с другим конденсатором емкостью $C_2 = 3$ мкФ, заряженным до разности потенциалов $\mathbf{U_2}$ = 18 В? Какова станет разность потенциалов на конденсаторах?

3. Постоянный электрический ток

Плотность и сила тока. Источники электрического тока. Напряжение на участке цепи. Закон Ома для участка цепи и для полной цепи. Источники тока. Электродвижущая сила источника тока. Электропроводность электролитов. Проводимость биологических тканей.

3.1. Основные законы и формулы

- Сила тока $I = \frac{dQ}{dt}$
- Закон Ома для замкнутой (полной) цепи $I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$
- Закон Ома в дифференциальной форме $j = \gamma E = \frac{E}{\rho}$
- Закон Джоуля—Ленца $Q = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t$
- Сопротивление однородного проводника $R = \frac{\rho l}{S}$
- Удельная проводимость $\gamma = \frac{1}{\rho}$
- Зависимость удельного сопротивления от температуры $\rho = \rho_0(1 + \alpha t)$
- Работа тока $A = IUt = I^2Rt = \frac{U^2 t}{R}$
- Полная мощность, выделяющаяся в цепи $N = I \cdot \mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}^2}{R + r}$
- КПД источника тока $\eta = \frac{R}{R + r}$

Методические указания

Следует заметить, что самой важной, фундаментальной величиной в явлении постоянного тока необходимо считать силу тока I. Зная значение тока, можно определить практически любую другую величину (работу, мощность, количество теплоты, энергию и т. д.), характеризующую это явление. В общем виде задача о расчете электрической цепи формулируется следующим образом: даны произвольная электрическая цепь или ее параметры (э.д.с., сопротивления и др.) и требуется найти какие-то другие (неизвестные) величины (силы токов, работу, мощность, количество теплоты и т. д.).

3.2. Примеры решения задач

Пример 1. При параллельном и при последовательном соединении двух одинаковых источников тока на внешнем сопротивлении R выделяется мощность $P_1 = P_2 = 80$ Вт. Какая мощность P будет выделяться на этом сопротивлении, если замкнуть на него лишь один из источников тока?

Решение. При последовательном соединении двух одинаковых источников ток через резистор R:

$$I_1 = \frac{2E}{R+2r},$$

а при параллельном соединении двух одинаковых источников тока:

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R+\frac{r}{2}}.$$

Тогда мощности соответственно равны:

$$P_1 = \left(\frac{2E}{R+2r}\right)^2 \times R \text{ и } P_2 = \left(\frac{\varepsilon}{R+\frac{r}{2}}\right)^2 \times R.$$

Так как $P_1 = P_2$, то $\frac{2}{R+2r} = \frac{1}{R+\frac{r}{2}}$ или $r = R$.

Тогда мощность P, выделяемая на резисторе R, в случае подключения только к одному источнику:

$$P = \left(\frac{2\varepsilon}{R+2R}\right)^2 \cdot R = \frac{4}{9}\cdot\frac{\varepsilon^2}{R} = 80 \text{ или } \frac{\varepsilon^2}{R} = 180.$$

Искомая мощность $P = \left(\frac{\varepsilon}{R+R}\right)^2 \cdot R = \frac{\varepsilon^2}{4R} = \frac{180}{4} = 45$ Вт.

Ответ: P = 45 Вт.

Пример 2. Чему равно внутреннее сопротивление источника тока r, если при подключении к нему по очереди двух резисторов $R_1 = 2$ Ом и $R_2 = 8$ Ом выделяемые на них мощности одинаковы?

Решение. Мощности, выделяемые на резисторах R_1 и R_2, соответственно равны: $P_1 = I_1^2 R_1$ и $P_2 = I_2^2 R$.

По закону Ома для замкнутой цепи токи через резисторы равны:

$$\mathbf{I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r}; I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r}}.$$

Тогда $$P_1 = \frac{\varepsilon^2}{(R_1+r)^2} R_1; P_2 = \frac{\varepsilon^2}{(R_2+r)^2} R_2.$$

Так как по условию задачи $P_1 = P_2$, то:

$$\frac{R_1}{(R_1+r)^2} = \frac{R_2}{(R_2+r)^2},$$

или $R_1(R_2 + r)^2 = R_2(R_1 + r)^2$, или $R_2r^2 - R_1r^2 = R_1 R_2^2 - R_2 R_1^2$.

Откуда: $r = \sqrt{R_1 \cdot R_2} = \sqrt{2 \cdot 8} = 40 м$.

Ответ: r = 4 Ом.

Пример 3. Плотность тока в никелиновом (ρ = 4×10^{-7} Ом×м) проводнике длиной ℓ = 25 м равна j = 1 МА/м^2. Определить напряжение U на концах проводника.

Решение. По закону Ома в дифференциальной форме плотность тока *j* в проводнике пропорциональна напряженности *E* поля в проводнике $j = \sigma E$, где $\sigma = \dfrac{1}{\rho}$ – удельная проводимость.

С другой стороны, $E = \dfrac{U}{l}$, где *U* – напряжение на концах проводника длиной *I.*

Тогда $j = \dfrac{E}{\rho} = \dfrac{U}{\rho l}$, откуда U = jpl; $U = 10^6 \times 4 \times 10^{-7} \times 25 = 10$ В.

Ответ: 10 В.

Пример 4. Напряжение на концах проводника сопротивлением *R* = 5 Ом за *t* = 0,5 с равномерно возрастает от $U_1 = 0$ до $U_2 = 20$ В. Чему равен заряд q, который проходит через проводник за это время?

Решение. За время *dt* по проводнику переносится заряд:

$$dq = Idt,$$

где $I = \dfrac{U(t)}{R}$ – ток в проводнике, *R* – сопротивление проводника, *U(t)* – напряжение на концах проводника.

Напряжение *U* линейно изменяется со временем, т. е. можно записать:

$$U(t) = kt,$$

где $k = \dfrac{\Delta U}{\Delta t}$ – коэффициент пропорциональности.

Тогда численно $k = \dfrac{20-0}{0,5} = 40 B/c$.

Заряд q, перенесенный по проводнику за 0,5 с, будет равен:

$$q = \int_0^{0,5} dq = \int_0^{0,5} \frac{U(t)}{R} dt = \int_0^{0,5} \frac{k}{R} t dt = 1(Кл).$$

Ответ: 1 Кл.

Пример 5. ЭДС аккумулятора автомобиля E = 12 В. При силе тока I = 3А его КПД η = 0,8. Определить внутреннее сопротивление аккумулятора r.

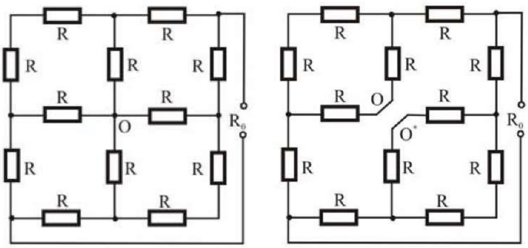
Решение. КПД $\eta = \dfrac{R}{R+r}$, откуда $R = \dfrac{\eta r}{1-\eta}$.

Из закона Ома $I = \dfrac{E}{R = r}$ получаем: $E = I(r+R) = I\left(\dfrac{\eta r}{1-\eta} + r\right) = \dfrac{Ir}{1-\eta}$.

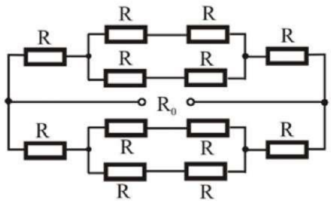
Тогда $r = \dfrac{E(1-\eta)}{I} = \dfrac{12 \times 0,2}{3} = 0,8 Ом.$

Ответ: 0,8 Ом.

Пример 6. Определить общее сопротивление цепи R_0, если она составлена из двенадцати одинаковых резисторов R = 1 Ом.



Решение. В данном случае применять непосредственно уравнения для последовательного и параллельного включения резисторов не представляется возможным, однако симметрия схемы относительно точки О дает основание считать, что ток через нее не течет.



Точку О можно разорвать, представив ее двумя точками О и О$^+$, что дает возможность выделить параллельные и последовательные включения резисторов.

Общее сопротивление, таким образом, определится как

$$R_0 = \frac{9R^2}{3R + 3R} = 1,5 Ом.$$

Ответ: 1,5 Ом.

Пример 7. Имеется четыре одинаковых резистора сопротивлением R = 1 Ом каждый. Какие магазины сопротивлений можно получить, включая одновременно все резисторы?

Решение. 1. Все резисторы включены последовательно между собой:

$$R_{01} = nR = 4Ом\ .$$

2. Все резисторы включены параллельно между собой:

$$\frac{1}{R_{02}} = \sum_{i=1}^{4}\frac{1}{R_i};\quad R_{02} = \frac{R}{4} = 0,25Ом.$$

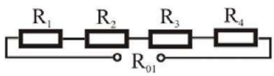
3. Три резистора включены параллельно, а один им последовательно:

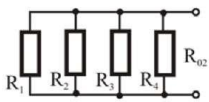
$$R_{03} = \frac{R}{3} + R = \frac{4}{3}Ом.$$

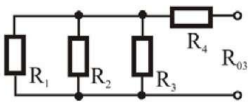
4. Магазин сопротивлений можно представить виде последовательного соединения двух участков из параллельно подключенных резисторов: $R_{04} = \frac{R}{2} + \frac{R}{2} = 1Ом.$

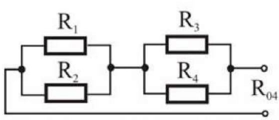
5. Параллельное включение двух пар последовательных соединений:

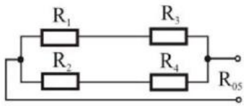
$$R_{05} = \frac{2R \times 2R}{2R + 2R} = R = 1Ом.$$

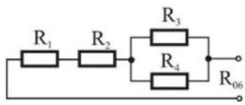
1


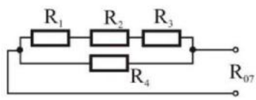
2


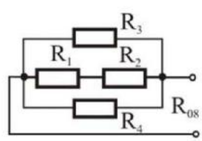
3


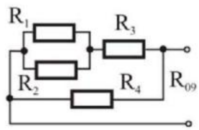
4


5


6


7


8


9


6. К цепи из двух параллельных резисторов подключим два оставшихся сопротивления последовательно: $R_{06} = 2R + \dfrac{R}{2} = 2{,}5R = 2{,}5\,Ом.$

7. Три сопротивления соединены последовательно между собой, а к ним подключен параллельно четвертый резистор:

$$R_{07} = \frac{3R \times R}{3R + R} = 0{,}4R = 0{,}4\,Ом.$$

8. К цепи из двух последовательно соединенных сопротивлений подключили оставшиеся два параллельно: $R_{08} = \dfrac{0{,}5R \times 2R}{0{,}5R + 2R} = 0{,}4R = 0{,}4\,Ом.$

9. В последнем варианте имеем комбинацию из двух параллельных резисторов с последующим подключением последовательно им еще одного и параллельно этой группе присоединяем четвертый:

$$R_{09} = \frac{(0{,}5R + R)R}{0{,}5R + 2R} = \frac{3}{5}R = 0{,}6\,Ом.$$

Ответ: 4 Ом; 0,25 Ом; 4/3 Ом; 1 Ом; 1 Ом; 2,5 Ом; 0,4 Ом; 0,4 Ом; 0,6 Ом.

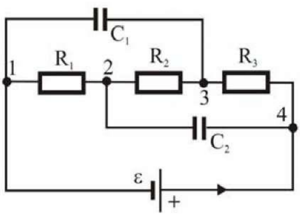
Пример 8. Электрическая схема состоит из двух конденсаторов C_1 = 2 мкФ и C_2 = 4 мкФ и трех сопротивлений R_1 = 200 Ом, R_2 = R_3 = = 100 Ом. В цепь включен идеальный источник тока с э.д.с. E = 100 В. Определить падение напряжения на конденсаторах U_1, U_2 и их заряды Q_1, Q_2.

Решение. Падение напряжения U_1 на конденсаторе C_1 равно разности потенциалов между точками цепи 1 и 3, а напряжение на C_2 определяется разностью потенциалов между точками 2 и 4:

$$U_1 = \varphi_3 - \varphi_1; \; U_2 = \varphi_4 - \varphi_2. \qquad (1)$$

После зарядки конденсаторов цепь будет представлять собой три последовательно соединенных сопротивления:

$$R_0 = R_1 + R_2 + R_3 = 400 \text{ Ом}.$$



Определим силу тока в цепи:

$$I = \frac{E}{R_0} = \frac{100}{400} = 0{,}25A.$$

Величины напряжений U_1, U_2, которые, как следует из уравнений (1), будут равны сумме падений напряжения на сопротивлениях $U_1 = U_{R1} + U_{R2}$, $U_2 = U_{R3} + U_{R4}$.

Тогда

$$U_1 = I(R_1 + R_2) = 0{,}25 \times 300 = 75 \text{ В};$$
$$U_2 = I(R_3 + R_4) = 0{,}25 \times 200 = 50 \text{ В}.$$

Заряд конденсаторов определим, используя взаимосвязь падения напряжения заряда и емкости: $Q_1 = C_1U_1$ = 150 мкВт; $Q_2 = C_2U_2$ = 200 мкВт.

Ответ: 75 В; 50 В; 150 мкВт; 200 мкВт.

Пример 9. Электромотор постоянного тока подключили к напряжению ***U***. Сопротивление обмотки якоря равно ***R***. При каком значении тока *I* через обмотку полезная мощность мотора будет максимальной? Чему она равна? Каков при этом к.п.д. мотора?

Решение. Энергия источника тока тратится на совершение полезной работы и выделение тепла в проводах. Отсюда полезная мощность равна:

$$P_{пол.} = IU - I^2R. \quad (1)$$

Дифференцируя (1) по *I* и приравнивая полученную производную к нулю, найдем искомый ток:

$$I = U/2R. \quad (2)$$

Подставив (2) в (1), получим полезную максимальную мощность:

$$P_{пол.}^{\max.} = \frac{U}{2R}\times U - \left(\frac{U}{2R}\right)^2 \times R = \frac{U^2}{4R}.$$

Коэффициент полезного действия:

$$\eta = P_{пол.}^{\max.}/IU = 0{,}5.$$

Ответ: $P_{пол.}^{\max.} = \frac{U}{2R}\times U - \left(\frac{U}{2R}\right)^2 \times R = \frac{U^2}{4R}.$; η = 0,5.

Пример 10. Обкладкам конденсатора емкости ***C*** сообщили разноименные заряды $\boldsymbol{q_0}$**.** Затем обкладки замкнули через сопротивление ***R***. Найти:

а) заряд, прошедший через сопротивление за время τ;

б) количество тепла, выделившееся в сопротивлении за то же время.

Решение. Напряжение на конденсаторе равно напряжению на сопротивлении:

$$q/C = IR. \quad (1)$$

Поскольку ток течет за счет разрядки конденсатора, то $I = -dq/dt$.

Подставляя это выражение в (1), получим дифференциальное уравнение, описывающее закон изменения заряда на конденсаторе во времени:

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{q}{RC}.$$

Решение этого уравнения с учетом начального условия имеет вид:

$$q(t) = q_0\exp(-t/RC).$$

Отсюда найдем протекающий заряд:

$$q_1 = q_0 - q(t) = q_0\left[1 - \exp(-\frac{\tau}{RC})\right].$$

Чтобы найти количество тепла, проинтегрируем тепловую мощность по времени:

$$Q = \int_0^{\tau} I^2 R dt = \frac{q_0^2}{RC^2}\int_0^{\tau} \exp(-2t/RC)dt = \frac{q_0^2}{2C}(1-\exp(-2\tau/RC)).$$

Полученное выражение указывает, как и следовало ожидать, что выделившееся тепло равно разности энергий конденсатора в интервале времени от $\boldsymbol{t_1} = 0$ до $\boldsymbol{t_2 = \tau}$.

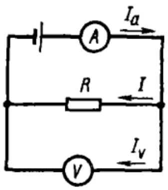
Ответ: а) $q_1 = q_0 - q(t) = q_0\left[1-\exp(-\frac{\tau}{RC})\right].$;

б) $Q = \int_0^{\tau} I^2 R dt = \frac{q_0^2}{RC^2}\int_0^{\tau} \exp(-2t/RC)dt = \frac{q_0^2}{2C}(1-\exp(-2\tau/RC)).$

Пример 11. Сопротивление *R* резистора измеряется вольтметром и амперметром по схеме, изображенной на рисунке. Показания амперметра $I_a = 2{,}40$ А; вольтметра U = 7,20 В. Определить относительную ошибку, получаемую при вычислении сопротивления без учета тока, идущего через вольтметр, если его сопротивление Rv = 1,00 кОм.

Решение. Истинное значение сопротивления по закону Ома равно:

$$R = U/I, \tag{1}$$



где U – напряжение на концах резистора, измеренное вольтметром, I – сила тока, проходящего через резистор. Амперметр в данной цепи показывает силу тока I_a в неразветвленной ее части, равную сумме токов в параллельных ветвях, состоящих из резистора *R* и вольтметра:

$$I_a = I + I_v.$$

Если пренебречь током I_v, проходящим через вольтметр, и считать $I \approx Ia$, то получим для вычисляемого сопротивления приближенное значение

$$R' \approx \frac{U}{I_a}. \tag{2}$$

Сравнивая формулы (1) и (2), видим, что $R' < R$. Поэтому искомая относительная ошибка равна:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{R - R'}{R}. \tag{3}$$

Чтобы найти величину *R*, заметим, что величина *R'*, определяемая формулой (2), есть сопротивление участка цепи, являющегося параллельным соединением резистора и вольтметра. Поэтому, выразив из формулы для параллельного соединения двух сопротивлений

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_V}$$

величину R и подставив ее в формулу (3), после ряда упрощений получим с учетом соотношения (2): $\frac{\Delta R}{R} = \frac{U}{I_A R_V} = 3,0 \times 10^{-3}$, что соответствует 0,30 %.

Отсюда видно, что, применяя указанный метод измерения сопротивлений, можно получить достаточно точный результат лишь при условии, что сопротивление вольтметра будет достаточно велико по сравнению с измеряемым сопротивлением, т. е. $R_V > R$.

Ответ: 0,30 %.

Пример 12. Два металлических шарика одинакового радиуса r находятся в однородной слабо проводящей среде с удельным сопротивлением ρ. Найти сопротивление среды между шариками при условии, что расстояние между ними значительно больше r.

Решение. При подключении шариков к источнику тока на них появятся разноименные заряды, по модулю равные q. Так как они находятся далеко друг от друга, то их потенциалы равны:

$$\varphi_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}, \ \varphi_2 = -\varphi_1.$$

Тогда разность потенциалов:

$$U = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}. \qquad (1)$$

Ток, стекающий с положительно заряженного шарика, определим как:

$$I = jS = j \cdot 4\pi r^2.$$

Из закона Ома в дифференциальной форме: $j = \frac{E}{\rho}$.

Тогда

$$I = \frac{E}{\rho} \times 4\pi r^2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \times \frac{4\pi r^2}{\rho} = \frac{q}{\varepsilon_0 \rho}. \qquad (2)$$

Подставив (1) и (2) в R = U/I, получаем выражение для сопротивления среды между шариками:

$$R = \rho/2\pi r.$$

Ответ: $\rho/2\pi r$.

Пример 13. За какое время τ при электролизе медного купороса масса медной пластинки (катода) увеличится на Δ m = 99 г? Площадь пластинки S = 25 см^2, плотность тока j = 200 А/м^2. Найти толщину d слоя меди, образовавшегося на пластинке.

Решение. Согласно первому закону Фарадея $\Delta m = kI\tau$. Атомная масса меди А = 64 $K = \frac{1}{F} \times \frac{A}{Z} = 332{,}8 кг / Кл.$ 10^{-3}кг/моль, валентность меди в $CuSO_4$ равна n = 2.

Электрохимический эквивалент $k = \frac{1}{F} \times \frac{A}{Z} = 332{,}8 \times 10^{-9} кг / Кл$.

Так как сила тока I = jS, то $\Delta m = kjS\tau$, откуда $\tau = \frac{\Delta m}{kjS} = 595 с.$

Объем образовавшегося слоя меди V = Sd = $\frac{\Delta m}{\rho}$,

откуда $d = \frac{\Delta m}{\rho S} = 4{,}6 \times 10^{-6}$ м.

Ответ: 595 с; $4{,}6 \times 10^{-6}$ м.

3.3. Вопросы и задачи для самостоятельного решения

Вопросы

1. Объясните, почему сопротивление идеального амперметра равно нулю, а идеального вольтметра – бесконечности.

2. Электрический заряд у угря способен зажечь более 200 неоновых ламп. Какое напряжение может выдать электрический угорь, если неоновая лампочка зажигается при напряжении 4 В?

3. В отношении техники безопасности к переменному и постоянному току предъявляют одинаковые требования. Так, при силе переменного тока 20–25 мА с частотой 50 Гц затрудняется дыхание, возникает мгновенная судорога мышц («не отпускающий ток»). При силе тока 90–100 мА возникает паралич дыхания, при длительном действии (3 с и более) – паралич сердца. Принимая при расчетах электрическое сопротивление тела человека равным 3 кОм, определите, при каком напряжении возникает паралич дыхания, мгновенная судорога мышц.

4. Для чего на электрифицированных дорогах на стыках рельсов устраиваются соединители в виде жгутов толстой медной проволоки, приваренных к концам обоих рельсов?

5. Три сопротивления соединены последовательно. Как, не разъединяя цепь, с помощью дополнительных проводов соединить эти сопротивления параллельно?

6. Почему в качестве предохранителей электрической цепи употребляют проволоки из легкоплавких металлов?

7. Почему электрические лампы чаще «перегорают» в момент замыкания тока и очень редко в момент размыкания?

8. При каких условиях от данного элемента можно получить самый большой ток?

9. Является ли работа, совершаемая источником тока во внутренней части цепи, величиной постоянной для данного источника?

10. Каким образом, опустив два провода от гальванического элемента в стакан водопроводной воды, можно узнать, существует ли между ними постоянное напряжение?

11. Какие дополнительные данные необходимы, кроме сопротивления и массы провода на катушке, чтобы определить его длину? Сделайте обоснование.

12. При нанесении металлических покрытий с помощью электролиза иногда в конце процесса изменяют направление тока на противоположное. В результате поверхность становится более гладкой. Почему?

13. Что произойдет с горящей электрической дугой, если сильно охладить отрицательный электрод? Положительный?

Задачи

1. Ткани живых организмов весьма разнородны по составу. Органические вещества, из которых состоят плотные части тканей, представляют собой диэлектрики. Однако жидкости содержат, кроме органических коллоидов, растворы электролитов, поэтому являются относительно хорошими проводниками. Удельная электропроводность спинномозговой жидкости равна 1,8 $Ом^{-1}м^{-1}$, а сыворотки крови – 1,4 $Ом^{-1}м^{-1}$. Определите сопротивление этих материалов, если представить, что они находятся в цилиндрическом капилляре длиной 5 см и сечением 0,1 $см^2$.

2. Электрический скат или электрический угорь затрачивают при разрядах электрического органа заметную энергию, мощность их колеблется от 1 до 6 кВт, а время одного импульса 2–3 мс. Определите энергию электрического разряда вышеуказанных рыб, а также силу тока при этом разряде и заряд, проходящий за 2 мс.

3. Разность потенциалов при возникновении молнии – до 4 ГВ, средняя длина молнии между облаком и землей – 2–3 км, а между двумя облаками – 15–20 км. Длительность отдельных импульсов разрядов молнии 50–100 мкс. Количество электричества, протекающего по каналу молнии (типичное значение), около 20 Кл. Определите напряженность электрического поля в этих случаях, а также энергию молнии, ее мощность и величину тока при этом разряде.

4. Плотность тока проводимости в атмосфере в вертикальном направлении к Земле под влиянием электрического поля планеты

$i \approx (2–3)\times 10^{-12}$ А/м^2. Оцените суммарный ток проводимости у поверхности Земли, если радиус земного шара равен 6400 км.

5. Генератор с ЭДС равной U заряжает аккумулятор с начальной ЭДС равной Е. Чему равна полезная мощность, расходуемая на зарядку аккумулятора? Какая мощность расходуется на выделение тепла в аккумуляторе? Внутреннее сопротивление аккумулятора r, внутренним сопротивлением генератора пренебречь.

6. Какой длины l надо взять нихромовый проводник, имеющий сечение S = 0,1 мм^2, чтобы изготовить нагреватель, на котором можно за время τ = 5 мин. довести до кипения объем воды V = 1,5 л, взятой при температуре t_1 = 20 ^{o}С? Напряжение в сети 220 В. КПД кипятильника η = 90 %. Удельное сопротивление нихрома ρ = 1,1 мкОм·м.

7. Сила тока в проводнике равномерно возрастает от 0 до 2 А в течение 5 с. Определить заряд, прошедший по проводнику за это время.

8. Определить плотность тока, если за 2 с через проводник сечением 1,6 мм^2 прошло 2×10^{19} электронов.

9. Сила тока в проводнике сопротивлением 100 Ом равномерно убывает с 10 А до 0 за 30 с. Определить количество теплоты, выделившейся в проводнике за это время.

10. Плотность тока в медном проводнике равна 0,1 МА/м^2. Определить удельную тепловую мощность тока.

11. Два металлических шарика одинакового радиуса находятся в однородной, слабо проводящей среде с удельным сопротивлением ρ. Найти радиус шариков r, если сопротивление среды между шариками равно R при условии, что расстояние между ними значительно больше их радиуса r.

12. За какое время t при электролизе водного раствора хлорной меди ($CuC1_2$) на катоде выделится масса меди m = 4,74 г, если ток I = 2 А?

13. Электрическая схема составлена из двух параллельно соединенных сопротивлений $\mathbf{R}_1$ = 12 Ом и $\mathbf{R}_2$ = 4 Ом, подключенных к зажимам генератора с э.д.с. 15 В. Сила тока на неразветвленном участке цепи I = 3 А. Чему равен ток короткого замыкания генератора?

4. Магнитное поле постоянного тока. Электромагнитная индукция

Сила Ампера. Сила Лоренца. Магнитная проницаемость среды. Магнитная индукция и напряженность магнитного поля. Сила взаимодействия между двумя параллельными токами. Закон Био–Савара. Магнитное поле кругового тока. Магнитный момент. Работа, совершаемая при перемещении проводника с током в магнитном поле.

Магнитный поток. Опыты Фарадея. Закон Фарадея. Электродвижущая сила индукции. Правило Ленца. Индуктивность. Явление самоиндукции. Соленоид. Энергия магнитного поля.

4.1. Основные законы и формулы

- **Закон Ампера** $F = IBl\sin\alpha$
- **Механический момент, действующий на контур с током, помещенный в магнитное поле** $M = p_m B\sin\alpha$
- **Магнитный момент контура с током** $p_m = IS$
- **Связь магнитной индукции с напряженностью магнитного поля** $B = \mu\mu_0 H$
- **Закон Био—Савара—Лапласа** $dB = \dfrac{\mu\mu_0 I\sin\alpha}{4\pi r^2}dl$
- **Магнитная индукция в центре кругового тока** $B = \dfrac{\mu\mu_0 I}{2R}$
- **Магнитная индукция поля:**
  - **созданного бесконечно длинным прямолинейным проводником с током** $B = \dfrac{\mu\mu_0 I}{2\pi r}$
  - **созданного отрезком проводника с током** $B = \dfrac{\mu\mu_0 I}{4\pi r}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$
  - **поля бесконечно длинного соленоида** $B = \mu\mu_0 nI$
- **Сила взаимодействия двух прямолинейных длинных параллельных проводников с током, $l \gg d$** $F = \dfrac{\mu\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi d}$

- Напряженность магнитного поля, создаваемого движущимся зарядом Q — $H = \dfrac{Qv\sin\alpha}{4\pi r^2}$
- Сила Лоренца — $\vec{F}_{Л} = Q\vec{E} + Q\vec{v} \times \vec{B}$
- Магнитный поток однородного магнитного поля — $\Phi = BS\cos\alpha$
- Работа по перемещению контура с током в магнитном поле — $A = I\Delta\Phi$
- Основной закон электромагнитной индукции — $\mathcal{E}_i = -N\dfrac{d\Phi}{dt} = -\dfrac{d\psi}{dt}$
- Потокосцепление — $\psi = N\Phi$
- Потокосцепление соленоида — $\psi = LI$
- Электродвижущая сила самоиндукции — $\mathcal{E}_s = -L\dfrac{dI}{dt}$
- Индуктивность соленоида — $L = \mu\mu_0 n^2 lS$
- Энергия магнитного поля соленоида — $W_м = \dfrac{LI^2}{2}$
- Объемная плотность энергии магнитного поля — $w = \dfrac{BH}{2} = \dfrac{B^2}{2\mu\mu_0} = \dfrac{\mu\mu_0 H^2}{2}$

Методические указания

Основной характеристикой магнитного поля служит вектор магнитной индукции **B**. Задачи по электромагнетизму на расчет магнитной индукции B при заданном распределении токов, создающих магнитное поле, решают с помощью закона Био–Савара и принципа суперпозиции магнитных полей. В силу этого принципа магнитная индукция B в любой точке магнитного поля проводника с током равна векторной сумме магнитных ннդукций dB, созданных в этой точке всеми элементами dl проводника с током, т. е. $\vec{B} = \int\limits_l d\vec{B}$, где интегрирование проводится по всей длине проводника.

Из принципа суперпозиции полей следует также, что если магнитное поле создано несколькими проводниками с током, то вектор **B** в какой-либо точке этого поля равен векторной сумме магнитных индукций, созданных в этой точке каждым током в отдельности, т. е.

$\vec{B} = \sum\limits_{l=1}^{n} \vec{B}_l$, где n – число проводников с токами.

В явлениях электромагнитной индукции магнитный поток сквозь контур может изменяться как при движении контура или отдельных его участков, так и при изменении во времени магнитного поля. Если в задаче требуется найти разность потенциалов на концах проводника, движущегося в магнитном поле, то надо иметь в виду, что искомая разность потенциалов численно равна э.д.с., индуцируемой в проводнике. Найти э.д.с. индукции в движущемся проводнике всегда можно методом, при котором этот проводник дополняют до замкнутого контура. При этом все части контура, кроме данного проводника, должны оставаться неподвижными. Если замкнутый контур находится в изменяющемся во времени магнитном поле, то, поскольку при этом возникает вихревое электрическое поле $E_{ст}$ с замкнутыми силовыми линиями, понятие потенциала здесь вообще неприменимо.

4.2. Примеры решения задач

Пример 1. Как изменится радиус окружности, по которой будет двигаться протон, если увеличить в n раз разность потенциалов, ускоряющую эту частицу, которая затем влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно силовым линиям.

Решение. Если заряженная частица влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно силовым линиям, то сила Лоренца определяет центростремительную силу:

$$qvB = \frac{mv^2}{R}.$$

Откуда получаем радиус круговой орбиты: $R = \frac{mv}{qB}$. (1)

Поскольку $qU = \frac{mv^2}{2}$, то $v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$.

Тогда $\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1} = \sqrt{\frac{u_2}{u_1}}$.

Так как в соответствии с (1): $\frac{R_2}{R_2} = \frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}$, то $\frac{R_2}{R_1} = \sqrt{\frac{u_2}{u_1}} = \sqrt{n}$,

т. е. при увеличении разности потенциалов в n раз раз возрастет радиус круговой орбиты в $\sqrt{n}$.

Ответ: $\sqrt{n}$.

Пример 2. Плоский проводящий контур площадью S = 60 см^2 находится в однородном перпендикулярном магнитном поле с индукцией B = 0,4 Тл. Какой заряд Δq пройдет по контуру, если его повернуть на угол $\varphi_1 = \pi/2$; $\varphi_2 = 180^o$? Сопротивление контура R = 2 Ом.

Решение. Заряд Δq равен: $\Delta q = I\Delta t = \frac{E_i}{R} \times\Delta t$, Поскольку $E_i = -\dfrac{\Delta\phi}{\Delta t}$, то $\Delta q = -\dfrac{\Delta\phi}{R}$.

Если повернуть контур на угол 90°, то $\Phi_2 = 0$.

Тогда $\Delta\Phi = 0 - BS = -BS$, а $q_1 = \dfrac{BS}{R}$.

Если контур повернуть на угол 180°, то $\Delta\Phi = -2BS$.

Следовательно, по контуру пройдет заряд: $q_2 = \dfrac{2BS}{R}$.

Подставив численные значения, получаем:

$$q_1 = 1{,}2 \text{ мКл}, \; q_2 = 2{,}4 \text{ мКл}.$$

Ответ: $q_1 = 1{,}2$ мКл, $q_2 = 2{,}4$ мКл.

Пример 3. Квадратная замкнутая катушка из 100 витков со стороной 0,04 м находится на краю однородного перпендикулярного магнитного поля с индукцией B = 0,50 Тл. Сопротивление провода катушки Ф = 100 Ом. Определить энергию, выделившуюся в катушке, если ее вывести из магнитного поля полностью с постоянной скоростью в течение t = 0,10 с.

Решение. В катушке выделится тепловая энергия $Q = I^2Rt$, равная работе при выведении данного замкнутого контура из магнитного поля.

Ток $I = \dfrac{E}{R}$, где E – наведенная ЭДС электромагнитной индукции.

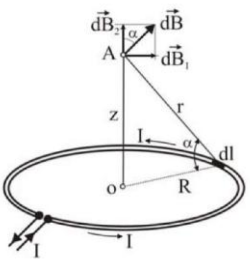
$$E = -n\frac{\phi_2 - \phi_1}{t} = \frac{n\phi_1}{t} = \frac{nB \cdot S}{t} = \frac{nB \cdot a^2}{t} = \frac{100 \cdot 0{,}50 \cdot 16 \cdot 10^{-4}}{0{,}10} = 0{,}8\text{В}.$$

Тогда $Q = I^2Rt = \left(\dfrac{E}{R}\right) \cdot Rt = \dfrac{E^2 t}{R} = \dfrac{(0{,}8)^2 \cdot 0{,}10}{100} = 0{,}64 \cdot 10^{-3}\text{Дж}$.

Ответ: $Q = 0{,}64 \cdot 10^{-3}$ Дж.

Пример 4. Найти магнитную индукцию в центре тонкого кольца радиусом r = 5 см, по которому течет ток I = 10 A.

Решение. Выделим бесконечно малый элемент кольца dl. В точке A, лежащей на оси кольца, величина индукции от этого элемента, в соответствии с законом Био–Савара–Лапласа, будет равна:



$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r^3}(d\vec{l} \times \vec{r}) \text{ или } dB = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r^2} dl \cos\alpha. \qquad (1)$$

Так как в рассматриваемом случае z = 0, α = O°, то

$$r = \sqrt{z^2 + R^2} = R.$$

Интегрируя уравнение (1) в пределах от 0 до 2nR, получим:

$$B=\frac{\mu\mu_0 I}{4\pi R^2}\int_0^{2\pi R} dl=\frac{\mu\mu_0 I}{2R}=125,6мТл.$$

Ответ: 125,6 мТл.

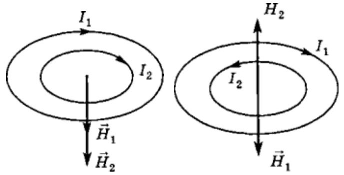
Пример 5. Два круговых витка лежат в одной плоскости и имеют общий центр. Радиус большего витка r_1 = 0,12 м, а меньшего r_2 = 0,02 м. По виткам протекают токи. Напряженность поля в центре витков равна H_1 = 50 А/м, если токи текут в одном направлении, и равна H_2 = 0 при противоположных токах. Определить значения токов I_1 и I_2 в витках.

Решение. Напряженность H магнитного поля, создаваемого кольцевым проводником радиуса r с током I, в центре кольца определяется:

$$H=\frac{I}{2R}\cdot$$

Тогда с учетом условия значения напряженностей для рассматриваемых случаев будут соответственно равны:

$$H_1=\frac{I_1}{2r_1}+\frac{I_2}{2r_2};H_2=\frac{I_1}{2r_1}-\frac{I_2}{2r_2}. \qquad (1)$$



Подставив в (1) данные из условия, получаем систему уравнений:

$$\frac{I_1}{0,24}+\frac{I_2}{0,04}=50,\quad \frac{I_1}{0,24}-\frac{I_2}{0,04}=0.$$

Решив данную систему, получаем: I_1 = 6 А; I_2 = 1 А.

Ответ: I_1 = 6 А; I_2 = 1 А.

Пример 6. По квадратной рамке со стороной a = 0,2 м течет ток I = 4 А. Определить напряженность H и индукцию магнитного поля И в центре рамки.

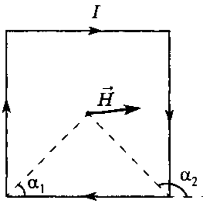
Решение. Магнитное поле в центре рамки создается каждой из его четырех сторон и направлено в одну сторону нормально к плоскости рамки. Следовательно,

$$H = 4 \times H_1,$$

где H_1 – напряженность поля, создаваемого отрезком проводника с током I длиной a, которая определяется по формуле:

$$H=\frac{I}{4\pi R}(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2), \qquad (1)$$

где R = a/2 – расстояние от проводника до рассматриваемой точки поля.



По условию задачи (см. рис.) $\alpha_1 = 45°$; $\alpha_2 = 135°$.

Подставив эти значения углов в (1), получаем: H = 18 А/м.

Поскольку индукция поля B и напряженность H связаны соотношением $B = \mu\mu_0 H$, то получаем:

$$B = 1 \times 12{,}56\times10^{-7} \times 18 = 2{,}26\times10^{-5} \text{ Тл}.$$

Ответ: $2{,}26\times10^{-5}$ Тл.

Пример 7. Электрон влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции магнитного поля, пройдя ускоряющую разность потенциалов U = 3,52 кВ. Индукция поля B = 0,01 Тл, радиус траектории r = 0,02 м. Определить удельный заряд электрона.

Решение. Удельным зарядом частицы называется величина, равная отношению заряда к массе, т. е. для электрона это $\frac{e}{m}$.

В магнитном поле с индукцией B на заряд, движущийся со скоростью v перпендикулярно линиям индукции, действует сила Лоренца:

$$F_л = Bev.$$

Под действием этой силы заряд перемещается по дуге окружности. Так как при этом сила Лоренца вызывает центростремительное ускорение, то, согласно второму закону Ньютона, можно записать:

$$Bev = \frac{mv^2}{r} \text{ или } Be = \frac{mv}{r}. \quad (1)$$

Кинетическую энергию, равную $\frac{mv^2}{2}$, электрон приобретает за счет работы сил электрического поля:

$$A = eU,$$

т. е.

$$eU = \frac{mv^2}{2}. \quad (2)$$

Преобразовав (1) и (2) и исключив из них скорость, получим, что удельный заряд электрона:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{B^2 r^2}. \quad (3)$$

Подставив в (3) исходные данные, получаем:

$$\frac{e}{m} = 1{,}76\times10^{-11} \text{ Кл/кг}.$$

Ответ: $1{,}76\times10^{-11}$ Кл/кг.

Пример 8. Прямой проводник массой 2 кг, сила тока в котором 10 А, под действием к нему перпендикулярного однородного магнитного поля начинает перемещаться. Какой магнитный поток $\Delta\Phi$ пересечет этот проводник к моменту времени, когда его скорость станет равна $V = 31{,}6$ м/с?

Решение. Работа перемещения проводника с током под действием магнитного поля равна:

$$A = I\,\Delta\,\Phi.$$

Эта работа численно равна кинетической энергии, которую приобретает проводник:

$$Ek = mv2/2.$$

Тогда: I Δ Ф = mv2/2 или $\Delta\Phi = \dfrac{mv^2}{2I}$.

$$\Delta\Phi = \frac{2\times 31,6^2}{2\times 10} = 98\,Вб.$$

Ответ: 98 Вб.

Пример 9. Ток в соленоиде равномерно возрастает от $I_0 = 0$ до $I_1 = 10$ А за время t = 60 с, при этом соленоид накапливает энергию W = 20 Дж. Какая ЭДС индуцируется в соленоиде?

Решение. Энергия магнитного поля соленоида с индуктивностью L, по которому течет ток I:

$$W = \frac{LI^2}{2},$$

откуда:

$$L = \frac{2W}{I^2}. \quad (1)$$

ЭДС самоиндукции, возникающая в соленоиде при изменении тока:

$$E = -L\frac{dI}{dt}. \quad (2)$$

Поскольку ток в соленоиде изменяется равномерно, то

$$\frac{dL}{dt} = \frac{\Delta L}{\Delta t}. \quad (3)$$

Тогда с учетом (1) и (3), выражение (2) запишется:

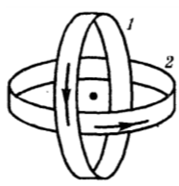
$$E = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{2W}{I_1^2}\times\frac{I_1}{\Delta t} = 67\times 10^{-3}\,В.$$

Ответ: 67×10^{-3} В.

4.3. Вопросы и задачи для самостоятельного решения

Вопросы

1. По двум одинаковым круглым металлическим обручам идут одинаковые токи. Один из обручей расположен вертикально, другой – горизонтально (см. рис.). Определите направление вектора магнитной индукции B этого поля в центре кольца.



2. Почему два параллельных проводника, по которым текут токи в одном направлении, притягиваются, а два параллельных пучка электронов отталкиваются?

3. Какова природа образования сложной структуры магнитосферы?

4. Чем вызваны полярные сияния?

5. Вследствие чего геометрические силовые линии переносятся с дневной стороны магнитосферы Земли на ночную, образуя при этом геометрический хвост в несколько сот земных радиусов?

6. Проволока лежит в плоскости, перпендикулярной однородному магнитному полю. По проволоке идет ток. Докажите, что величина силы Ампера определяется только силой тока и расстоянием между концами проволоки, но не зависит от ее формы и длины.

7. Почему телефонные провода и провода, по которым идет ток, нельзя подвешивать на одних и тех же столбах?

8. Почему при вспышке молнии могут перегореть предохранители во внутренней проводке здания, хотя непосредственного удара молнии в проводку не было?

9. Если амплитуда магнитной аномалии, встретившейся на пути почтового голубя, составляет более 5 мкТл, то птица полностью теряет способность ориентироваться. Что такое магнитные бури, магнитные аномалии?

10. Обнаружена двухпроводная линия постоянного тока. Как при помощи вольтметра постоянного тока и магнитной стрелки определить, на каком конце линии находится источник тока?

11. Чем объяснить, что магнитная стрелка вне однослойного достаточно длинного соленоида, по которому протекает постоянный ток, устанавливается поперек его длины?

12. При торможении поезда метро электродвигатели постоянного тока отключают от сети и замыкают через специальные реостаты. Зачем это делают?

Задачи

1. Найти напряженность H магнитного поля в центре кругового проволочного витка радиусом $R = 10^{-2}$ м, по которому течет ток $I = 1$ А.

2. Определите магнитную индукцию на оси тонкого проволочного кольца радиусом $R = 5$ см, по которому течет ток $I = 10$ А, в точке А, расположенной на расстоянии $d = 10$ см от центра кольца.

3. Известно, что для создания такого потока магнитной индукции, каким обладает Земля, необходимо охватить земной шар по экватору проводником и пропустить по нему электрический ток величиной в 600 млн ампер. Оцените этот магнитный поток, считая радиус земного шара $R = 6400$ км.

4. Определите магнитную индукцию B_1 на оси тонкого проволочного кольца радиусом R = 10 см в точке, расположенной на расстоянии d = 20 см от его центра, если при протекании тока по кольцу в центре кольца B = 50 мкТл.

5. В однородном магнитном поле с индукцией B = 0,2 Тл находится прямой проводник длиной l = 15 см, по которому течет ток I = 5 A. На проводник действует сила F = 0,13 H. Определите угол между направлениями тока и вектором магнитной индукции.

6. В ускорителе заряженные частицы ускоряются электрическим полем U, попав в магнитное поле с индукцией B, описывают окружность радиуса r. Вывести формулу для расчета удельного заряда частицы q/m, если ускоряющее напряжение равно U, а начальную скорость частицы считать равной нулю.

7. Самолет летит горизонтально со скоростью 800 км/ч. Чему равна разность потенциалов, возникающих на концах крыльев, если вертикальная составляющая индукции магнитного поля Земли равна $5\cdot10^{-5}$ Тл? Размах крыльев равен 20 м. Чему равна максимальная ЭДС, которая может возникнуть при полете самолета? Горизонтальная составляющая поля Земли $2\cdot10^{-5}$ Тл.

8. В циклотроне требуется ускорить ионы гелия (He^{++}). Частота переменной разности потенциалов, приложенной к дуантам, равна 10 МГц. Какова должна быть индукция магнитного поля, чтобы период вращения ионов совпадал с периодом изменения разности потенциалов?

9. Определить, сколько витков проволоки, вплотную прилегающих друг к другу, диаметром d = 0,5 мм с изоляцией ничтожно малой толщины надо намотать на картонный цилиндр диаметром D = 1,5 см, чтобы получить однослойную катушку индуктивностью L = 100 мкГн?

10. Однородное магнитное поле в вакууме имеет напряженность H = 104 А/м и занимает объем 10^{-4} $м^3$. Определить: плотность энергии поля w; полную энергию поля W; массу поля m.

11. Однозарядные ионы изотопов $K_{19}^{39} u K_{19}^{40}$ ускоряются разностью потенциалов $\Delta\varphi = 300B$ и затем влетают в однородное магнитное поле ($B = 8\times10^{-2}Тл$) перпендикулярно вектору индукции. Определить радиусы кривизны R_1 и R_2 траекторий этих ионов.

12. Проводящее кольцо радиусом 0,05 м помещено в однородное магнитное поле напряженностью 5000 А/м так, что нормаль к нему составляет угол 60° с направлением поля. Сила тока в кольце 1 А. Какую работу совершат силы поля при повороте витка в устойчивое положение?

13. Обмотка соленоида имеет сопротивление 10 Ом. Какова его индуктивность, если при прохождении тока за 0,05 с в нем выделяется количество теплоты, эквивалентное энергии магнитного поля соленоида?

5. Электромагнитные колебания и волны

Колебательный контур. Свободные электромагнитные колебания. Формула Томсона. Переменный ток.

Плоская электромагнитная волна. Опыты Герца. Излучение и прием электромагнитных волн. Энергия и интенсивность электромагнитной волны.

5.1. Основные законы и формулы

- **Период колебаний в электрическом колебательном контуре** $T = 2\pi\sqrt{LC}$
  где L — индуктивность контура,
  C — емкость конденсатора.

- **Уравнение плоской волны, распространяющейся в направлении оси OX** $s = A\sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi_0\right]$
  где v — скорость распространения волны.

- **Длина волны** $\lambda = vT$
  где T — период волны.

- **Скорость распространения электромагнитной волны** $v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$
  где c — скорость света в вакууме,
  ε — диэлектрическая проницаемость среды,
  μ — магнитная проницаемость среды.

- Для плоской монохроматической электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси OX со скоростью v, колебания вектора $\vec{E}$ и $\vec{H}$, амплитудные значения которых E_m и H_m описываются уравнениями:
  $$\vec{E} = \vec{E}_m \cos\omega(t - \frac{x}{v});$$
  $$\vec{H} = \vec{H}_m \cos\omega\left(t - \frac{x}{v}\right).$$

- Электромагнитная волна в направлении своего распространения переносит энергию объемной плотности
  $$\omega = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$$

- Количество энергии, переносимой волной за единицу времени через единичную поперечную площадку (плотность потока энергии):
  $$I = \omega v = \frac{1}{2}\left(\varepsilon\varepsilon_0 E^2 + \mu\mu_0 H^2\right)v$$

  Усредненная по времени плотность потока энергии представляет собой интенсивность волны.

- Вектор Умова–Пойнтинга
  $$\vec{I} = w\vec{v}$$

- Действующие (эффективные) значения силы тока и э.д.с. в цепи переменного синусоидального тока, где I_0 и E_0 – амплитудные значения тока и э.д.с.
  $$I_д = I_0 / \sqrt{2}; E_д = E_0 / \sqrt{2}.$$

Методические указания

Методы решения задач на электромагнитные колебания сходны с методами решения задач на механические колебания. В основе этого сходства лежит одинаковая структура уравнений, описывающих оба эти вида колебаний.

Законы последовательного и параллельного соединений в цепях постоянного тока не годятся для переменного тока, если его характеризовать не мгновенными значениями величин I, U, E, а действующими $I_д$, $U_д$, $E_д$ (или амплитудными I_0, U_0, E_0). Так, при последовательном соединении сумма напряжений на отдельных участках замкнутой цепи оказывается не равной электродвижущей силе, а при параллельном – сумма токов в ветвях не равна току в неразветвленной части цепи. Величины I, U и E, определяющие электрические процессы во всей цепи и на ее отдельных участках, совершают гармонические колебания, находясь в различных фазах, поэтому напряжения (и токи) складываются по правилу сложения векторных величин с учетом угла (разности фаз) между ними.

5.2. Примеры решения задач

Пример 1. В идеальном колебательном контуре амплитудное значение напряжения на конденсаторе равно U_m = 100 В, а максимальная сила тока через индуктивность – I_m = 100 мА. Определить силу тока через индуктивность и напряжение на конденсаторе, когда электрическая энергия в конденсаторе совпадает по величине с магнитной энергией в индуктивности.

Решение. Поскольку электрическая W_E и магнитная W_B энергии равны, то полная энергия:

$$W_{полн.} = W_E + W_B = 2\,W_E = 2\,W_B. \qquad (1)$$

При амплитудном напряжении на конденсаторе энергия его электрического поля:

$$W_E^{\max} = \frac{CU_{\max}^2}{2}, \qquad (2)$$

а при амплитудном значении тока магнитная энергия, запасенная в индуктивности:

$$W_B^{\max} = \frac{LI^2_{\max}}{2}. \qquad (3)$$

С учетом (2) и (3) и условия задачи можно записать, что:

а) $CU^2_{\max}/2 = 2\dfrac{Cu^2}{2}; \Rightarrow u = \dfrac{U_{\max}}{\sqrt{2}} = 70,7B;$

б) $\dfrac{LI_{\max}^2}{2}=2\dfrac{Li^2}{2};\Rightarrow i=\dfrac{I_{\max}}{\sqrt{2}}=70,7\,мА$.

Ответ: 70,7 В; 70,7 мА.

Пример 2. Плоский конденсатор с площадью обкладок S = 10^{-3} м^2 и расстоянием между пластинами d = 10^{-3} м включен в колебательный контур радиоприемника, катушка индуктивности которого равна L = 50 мкГн. Определить диэлектрическую проницаемость ε диэлектрика в конденсаторе, если радиоприемник настроен на волну λ = 250 м.

Решение. Длина волны, на которую настроен контур радиоприемника:

$$\lambda = 2\pi c\sqrt{LC},$$

где c = 3×10^8 м/с. (1)

Электроемкость конденсатора контура:

$$C=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}. \quad (2)$$

Подставив (2) в (1), получаем:

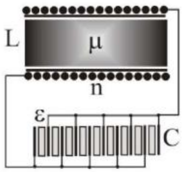
$$\lambda = 2\pi c\sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0 SL}{d}}. \quad (3)$$

Из (3) получаем, что

$$\varepsilon=\frac{\lambda^2 d}{4\pi^2 c^2\varepsilon_0 SL}\approx 39\cdot$$

Ответ: ε = 39.

Пример 3. Катушка индуктивности колебательного контура длиной l = 0,2 м и диаметром D = 0,01 м имеет число витков на единицу длины n = 1000 м$^{-1}$. Внутрь цилиндрического каркаса помещен стальной сердечник с магнитной проницаемостью μ = 200. Плоский конденсатор (см. рис.) состоит из k = 10 параллельно включенных квадратных металлических пластин со стороной a = 1 см, между которыми помещена слюда толщиной 100 мкм. Определить число полных колебаний N в контуре за время τ = 1,2 с.



Решение. Для определения числа полных колебаний N за время τ необходимо найти период колебаний T рассматриваемого контура, т. к.:

$$N=\frac{\tau}{T}. \quad (1)$$

Конденсатор контура, состоящий из n металлических пластин, представляет собой (n–1) параллельно соединенных между собой конденсаторов, а его электроемкость:

$$C=(\kappa-1)\frac{\varepsilon\varepsilon_0 a^2}{d}=8{,}1\,нФ. \quad (2)$$

Катушка контура представляет собой длинный соленоид, для которого индуктивность:

$$L = \mu\mu_0 n^2 l \frac{\pi D^2}{4} \approx 4 мГн. \qquad (3)$$

По формуле Томсона, используя (2) и (3), определим период Т:

$$T = 2\pi\sqrt{LC} = 6,28\sqrt{8,1\times10^{-9}\times4\times10^{-3}} = 0,36\times10^{-4}\,с.$$

Тогда число колебаний:

$$N = \frac{\tau}{T} = \frac{1,2}{0,36\times10^{-4}} = 3,33\times10^4.$$

Ответ: $3,33\times10^4$.

Пример 4. Катушка индуктивности с активным сопротивлением R = 1,00 Ом подключена к источнику переменного тока с частотой ν = 50 Гц и амплитудным значением напряжения U_m = 154 В. Определить эффективное значение тока в катушке и выделяющуюся в цепи мощность.

Решение. Реактивное индуктивное сопротивление равно:

$$X_L = 2\pi\nu L = 6,28\times50\times0,50 = 157,0\,Ом.$$

По сравнению с этой величиной активным сопротивлением можно пренебречь (его значение ≈ 0,06 % от X_L).

Тогда получаем:

$$I_{эфф} = \frac{U_{эфф}}{X_L} = \frac{U_m}{\sqrt{2}X_L} = 0,70A.$$

Мощность рассеивается только на активном сопротивлении; на реактивном сопротивлении катушки или конденсатора мощность не выделяется:

$$P = I^2_{эфф} Z\cos\varphi.$$

Поскольку полное сопротивление

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2},$$

то для нашего случая (отсутствует электроемкость)

$$Z = \sqrt{R^2 + (2\pi\nu L)^2} \approx 2\pi\nu L.$$

Поскольку коэффициент мощности $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$, то рассеиваемая в цепи мощность равна:

$$Z = I^2_{эфф}\sqrt{R^2 + (2\pi\nu L)^2} \times \frac{R}{\sqrt{R^2 + (2\pi\nu L)^2}} \approx 0,49\,Вт.$$

Ответ: 0,70 А; 0,49 Вт.

Пример 5. Электромагнитная волна с частотой ν = 3,0 МГц переходит из вакуума в немагнитную среду с диэлектрической проницаемостью ε = 4,0. Найти приращение ее длины волны $\Delta\lambda$.

Решение. Приращение – это $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$.

Длина электромагнитной волны в вакууме:

$$\lambda_1 = \frac{c}{\nu},$$

а в диэлектрической среде:

$$\lambda_2 = \frac{v}{\nu} = \frac{c}{n\nu} = \frac{c}{\nu\sqrt{\varepsilon}}.$$

Тогда $\Delta\lambda = \left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} - 1\right)\frac{c}{\nu} = -50\,м$.

Ответ: –50 м.

Пример 6. Катушка индуктивности L = 30 мкГн присоединена к плоскому конденсатору, площадь пластин которого S = 0,01 м^2 и расстояние между ними d = 0,1 мм. Контур настроен на длину волны λ = 750 м. Найти диэлектрическую проницаемость диэлектрика *ε*, заполняющего пространство между пластинами конденсатора.

Решение. Электроемкость плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}. \qquad (1)$$

Длина волны: λ = cT = c $2\pi\sqrt{LC}$, (2)

где c – скорость света.

Подставив (2) в (1), получаем:

$$\lambda = 2\pi c\sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0 SL}{d}}, \qquad (3)$$

откуда $\varepsilon = \frac{\lambda^2 d}{4\pi^2 c^2 \varepsilon_0 SL} = 6,0.$

Ответ: 6,0.

Пример 7. Уравнение изменения со временем разности потенциалов на обкладках конденсатора в колебательном контуре имеет вид U = 50cos $10^4\pi$t В. Емкость конденсатора C = 0,1 мкФ. Найти период T колебаний, индуктивность L контура, закон изменения со временем t тока I в цепи и длину волны λ, соответствующую этому контуру.

Решение. По условию, уравнение изменения со временем разности потенциалов:

$$U = 50 \cos 10^4 \pi t. \qquad (1)$$

Поскольку общий вид уравнения изменения напряжения на обкладках конденсатора

$$U = U_0 \cos \omega t, \qquad (2)$$

то, сопоставляя (1) и (2), получаем: $\omega = 10^4 \pi$.

Так как $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, то находим период T = 0,2 мс.

Из формулы Томсона

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \qquad (4)$$

получаем $L = \dfrac{T^2}{4\pi^2 C} = 10{,}13 мГн$.

Закон изменения тока во времени определим как

$$I = \frac{dq}{dt} = C\frac{dU}{dt} = -CU_0\omega \sin \omega t . \qquad (5)$$

Подставляя в (5) числовые значения, получаем:

$$I = -157 \sin 10^4 \pi t .$$

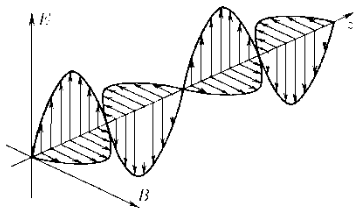
Длина волны, соответствующая контуру:

$$\lambda = cT = 6\times10^4 \text{ м}.$$

Ответ: 0,2 мс; 10,13 мГн; $I = -157 \sin 10^4 \pi t$; 6×10^4 м.

5.3. Вопросы и задачи для самостоятельного решения

Вопросы



1. На рисунке изображен «моментальный снимок» электромагнитной волны. Пользуясь правилом буравчика, определите, в каком направлении распространяется эта волна.

2. Как изменится направление распространения электромагнитной волны, если в волне изменится на противоположное направление: а) индукция магнитного поля; б) напряженность электрического поля?

3. Почему к миллиметровому электромагнитному излучению живые организмы не имеют адаптации?

4. Назовите источники электромагнитных полей антропогенного происхождения.

5. Почему не применяют для освещения переменный ток частотой 10–15 Гц?

6. Почему прекращается или совсем замирает радиоприем в автомобилях при проезде их в тоннеле или под мостом?

7. Для чего серебрят провод, идущий на изготовление коротковолновых и ультракоротковолновых контурных катушек?

8. Почему два провода, по которым течет переменный ток, стараются располагать близко друг к другу?

9. От чего зависит тяжесть поражения человека электрическим током?

Задачи

1. В идеальном колебательном контуре амплитудное значение напряжения на конденсаторе равно U_m = 50 В. При силе тока через индуктивность I = 35,4 мА и напряжении на конденсаторе U = 35,4 В электрическая энергия в конденсаторе совпадает по величине с энергией магнитного поля в индуктивности. Определить максимальную силу тока через индуктивность.

2. В идеальном колебательном контуре амплитудное значение напряжения на конденсаторе увеличивается на ΔU_m = 10 В, при этом максимальная сила тока I_m через индуктивность возросла в 3 раза. Определить амплитуды напряжений U_m на конденсаторе до и после возрастания амплитудного значения силы тока через индуктивность.

3. Радиоприемник настроен на волну λ = 250 м. В его колебательный контур включен плоский конденсатор с площадью обкладок S = 10^{-3} $м^2$ и расстоянием между пластинами d = 10^{-3} м. Определить индуктивность контура, если диэлектрическая проницаемость материала диэлектрика в конденсаторе ε = 39.

4. Определить длину электромагнитной волны в воздухе ($\varepsilon \approx 1$) и трансформаторном масле (ε = 2,2), если частота передатчика ν = 60 МГц.

5. Соленоид имеет сопротивление R = 1,00 Ом и индуктивность L = 0,30 Гн. Определить силу тока в катушке, если к ней приложено напряжение: а) 110 В постоянного тока; б) 110 В (эффективное значение) переменного тока с частотой ν = 50 Гц. Чему равно падение напряжения на активном сопротивлении катушки для случая (б)?

6. Электромагнитная волна с частотой 6,0 МГц переходит из диэлектрической немагнитной среды в вакуум. Определить диэлектрическую проницаемость среды, если длина волны этого излучения возросла на 25 м.

7. На какой диапазон длин волн можно настроить колебательный контур, если его индуктивность 2 мГн, а электроемкость может меняться от C_1 = 69 пФ до C_2 = 533 пФ?

8. Определить индуктивность колебательного контура, настроенного на длину волны λ = 750 м, если к катушке индуктивности присоединен плоский конденсатор с площадью пластин S = 0,01 $м^2$ и расстоянием между ними d = 0,1 мм, а пространство между пластинами конденсатора заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε = 3.

Литература

1. Савельев, И. В. Курс физики: Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика / И. В. Савельев. – М.: Наука, 1989. – Т. 2.

2. Трофимова, Т. К. Курс физики / Т. К. Трофимова. – М.: Высшая школа, 2006.

3. Калашников, С. Г. Электричество / С. Г. Калашников. – М.: Наука, 1977.

4. Ремизов, А. Н. Медицинская и биологическая физика / А. Н. Ремизов. – М., 2003.

5. Куклев, Ю. И. Физическая экология / Ю. И. Куклев. – М., 2003.

6. Джанколи, Д. Физика: пер. с англ. / Д. Джанколи. – М.: Мир, 1989. – Т. 2.

7. Сборник задач по курсу физики для втузов / Т. И. Трофимова. – М.: Мир и образование, 2003.

8. Савельев, И. В. Сборник вопросов и задач по общей физике / И. В. Савельев. – М.: АСТ, 2001.

9. Иродов, И. Е. Задачи по общей физике: уч. пособие / И. Е. Иродов. – 2-е изд., перераб. – М.: Наука, 1988.

10. Гладской, В. М. Сборник задач по физике с решениями: пособие для втузов / В. М. Гладской, П. И. Самойленко. – 2-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2004.

11. Трофимова, Т. И. Сборник задач по курсу физики с решениями: уч. пособие для вузов / Т. И. Трофимова, З. Г. Павлова. – М.: Высшая школа, 1999.

Некоторые математические формулы

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \pm \sin\alpha\sin\beta$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\beta$$
$$\sin^2\alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha)$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\cos^2\alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$$

$$\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$$

$$\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$$

$$\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$$

$$\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx}(\mathrm{tg}\, x) = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^n}\right) = -\frac{n}{x^{n+1}}$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x^2}$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x$$

$$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x}$$

$$\int \cos x\, dx = \sin x$$

$$\int \sin x\, dx = -\cos x$$

$$\int x^n\, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \quad (n \neq -1)$$

$$\int e^x\, dx = e^x$$

$$\int u\, dv = uv - \int v\, du$$

$$\int_0^\infty x^n e^{-ax}\, dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

$$\int_0^\infty \frac{x\, dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^2}{6}$$

$$\int_0^\infty x^n e^{-x}\, dx = n!$$

Электрические и магнитные величины

Величина	Обозначение	Единица
Индуктивность	L	Гн = В·с/А
Магнитная индукция	B	Тл = Н/(А·м)
Магнитный поток	Ф	Вб = Тл·м^2 = В·с
Напряженность электрического поля	E	Н/Кл = В/м
Плотность энергии поля	w	Дж/м^3
Плотность заряда поверхностная	σ	Кл/м^2
Плотность электрического тока	j	А/м^2
Проницаемость диэлектрическая	ε	
Сила тока	I	А
Температурный коэффициент электрического сопротивления	α	К$^{-1}$
Удельное электрическое сопротивление	ρ	Ом·м
Электрическая емкость	C	Ф = Кл/В
Электрический заряд	q, Q	Кл = А·с
Электрический потенциал	φ	В = Дж/Кл
Электрическое напряжение	U	В = Дж/Кл
Электрическое сопротивление	R, r	Ом = В/А
Электродвижущая сила (ЭДС)	$\mathcal{E}$	В = Дж/Кл
Электрохимический эквивалент	k	кг/Кл

Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименований

Множитель	Приставка	Обозначение	Множитель	Приставка	Обозначение
10^{18}	экса	Э	10^{-1}	деци	д
10^{15}	пета	П	10^{-2}	санти	с
10^{12}	тера	Т	10^{-3}	милли	м
10^{9}	гига	Г	10^{-9}	микро	мк
10^{6}	мега	М	10^{-9}	нано	н
10^{3}	кило	к	10^{-12}	пико	п
10^{2}	гекто	г	10^{-15}	фемто	ф
10^{1}	дека	да	10^{-18}	атто	а

ФИЗИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ

Гравитационная постоянная $G = 6{,}672 \cdot 10^{-11}$ Н $\cdot$ м^2/кг^2
Постоянная Авогадро $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Постоянная Больцмана $k = 1{,}3807 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Универсальная газовая постоянная $R = k \cdot N_A = 8{,}31$ Дж/(моль $\cdot$ К)
Элементарный электрический заряд $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Кл
Электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
$(1/(4\pi\varepsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ Н $\cdot$ м^2/Кл$^2)$
Скорость света в вакууме $c = 299\ 792\ 458$ м/с
Постоянная Планка $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ Дж $\cdot$ с $= 4{,}136 \cdot 10^{-15}$ эВ $\cdot$ с
$\hbar = h/(2\pi) = 1{,}055 \cdot 10^{-34}$ Дж $\cdot$ с $= 6{,}59 \cdot 10^{-16}$ эВ $\cdot$ с
Коэффициент пропорциональности между единицами измерения массы и энергии $c^2 = E/m = 8{,}987 \cdot 10^{16}$ Дж/кг $= 931{,}5$ МэВ/а.е.м.
(1 а.е.м. $= 1{,}66057 \cdot 10^{-27}$ кг; 1 МэВ $= 1{,}602 \cdot 10^{-13}$ Дж)
Масса покоя электрона $m_e = 9{,}1095 \cdot 10^{-31}$ кг $= 5{,}486 \cdot 10^{-4}$ а.е.м.
Энергия покоя электрона $E_{0e} = m_e c^2 = 0{,}511$ МэВ
Масса покоя протона $m_p = 1{,}6726 \cdot 10^{-27}$ кг $= 1{,}00728$ а.е.м.
Энергия покоя протона $E_{0p} = m_p c^2 = 938{,}26$ МэВ
Масса покоя нейтрона $m_n = 1{,}6749 \cdot 10^{-27}$ кг $= 1{,}00866$ а.е.м.
Энергия покоя нейтрона $E_{0n} = m_n c^2 = 939{,}55$ МэВ

Удельное сопротивление ρ при 20°С и температурный коэффициент сопротивления α проводников

Вещество	ρ, 10^{-8} Ом $\cdot$ м	α, К$^{-1}$	Вещество	ρ, 10^{-8} Ом $\cdot$ м	α, К$^{-1}$
Алюминий	2,8	0,0042	Медь	1,7	0,0043
Вольфрам	5,5	0,0048	Свинец	21	0,0037
Железо	9,8	0,006	Сталь	12	0,006
Латунь	7,1	0,001	Уголь	4000	− 0,0008

Учебное издание

Малишевский Виктор Феликсович

ПОСОБИЕ ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ (ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ)

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

Редактор *С. М. Курбыко*
Корректор *С. М. Курбыко*
Компьютерная верстка *С. М. Курбыко*

Подписано в печать 23.02.2012. Формат 60×90 $^{1}/_{16}$.
Бумага офсетная. Гарнитура Times. Ризография.
Усл. печ. л. 4. Уч.-изд. л. 2,16.
Тираж 80 экз. Заказ № 199.

Издатель и полиграфическое исполнение
учреждение образования «Международный государственный экологический университет имени А.Д.Сахарова»

ЛИ № 02330/993 от 31.08.2011 г.
Республика Беларусь, 220070, г. Минск, ул. Долгобродская, 23

E-mail: info@iseu.by
http://www.iseu.by